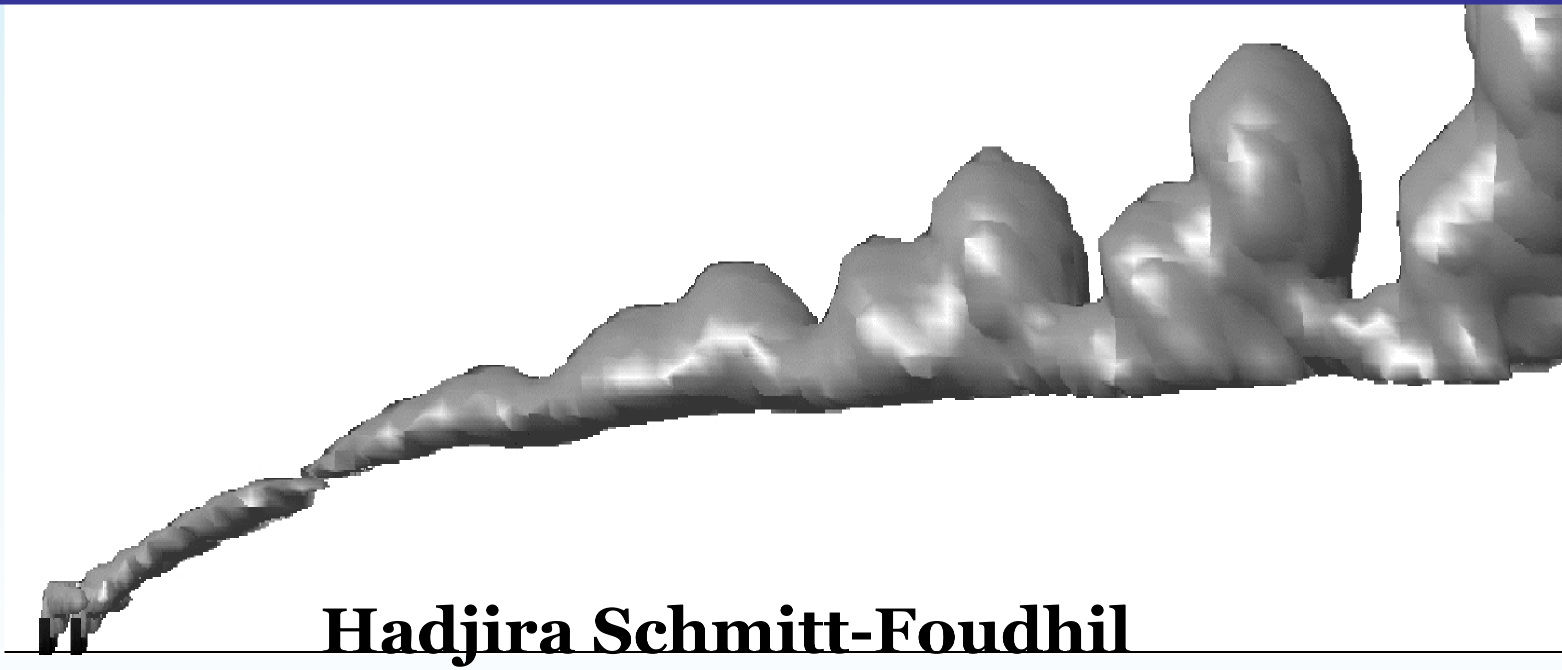
Météorologie de la couche limite atmosphérique

Module environnement atmosphérique et qualité de l'air



Hadjira Schmitt-Foudhil

hadjira.schmitt@enpc.fr

École des Ponts ParisTech

Cerea
Centre d'Enseignement et de Recherche en Environnement Atmosphérique

20 octobre 2009

Préoccupations environnementales

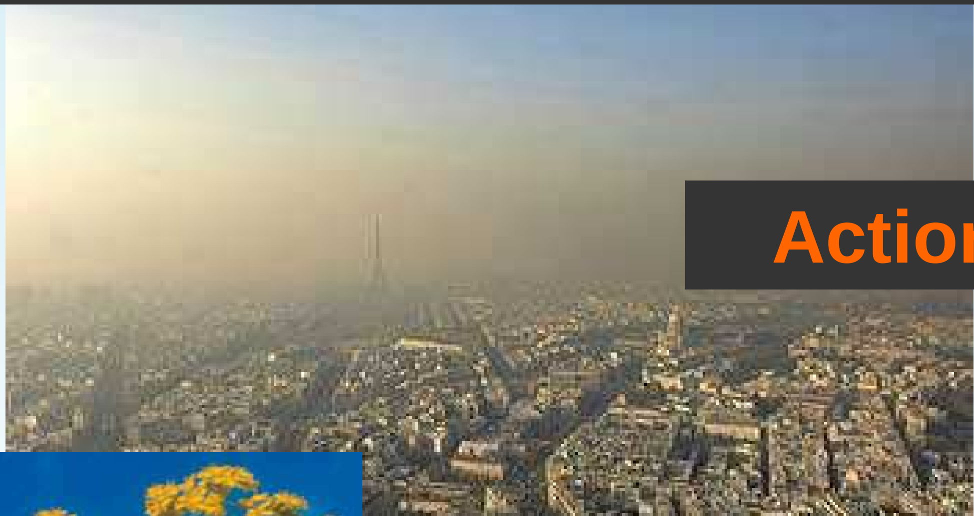
Détérioration de la qualité de l’air

Action mécanique du vent

Flux de gènes OGM, pathogènes

Préoccupations environnementales

Détérioration de la qualité de l'air

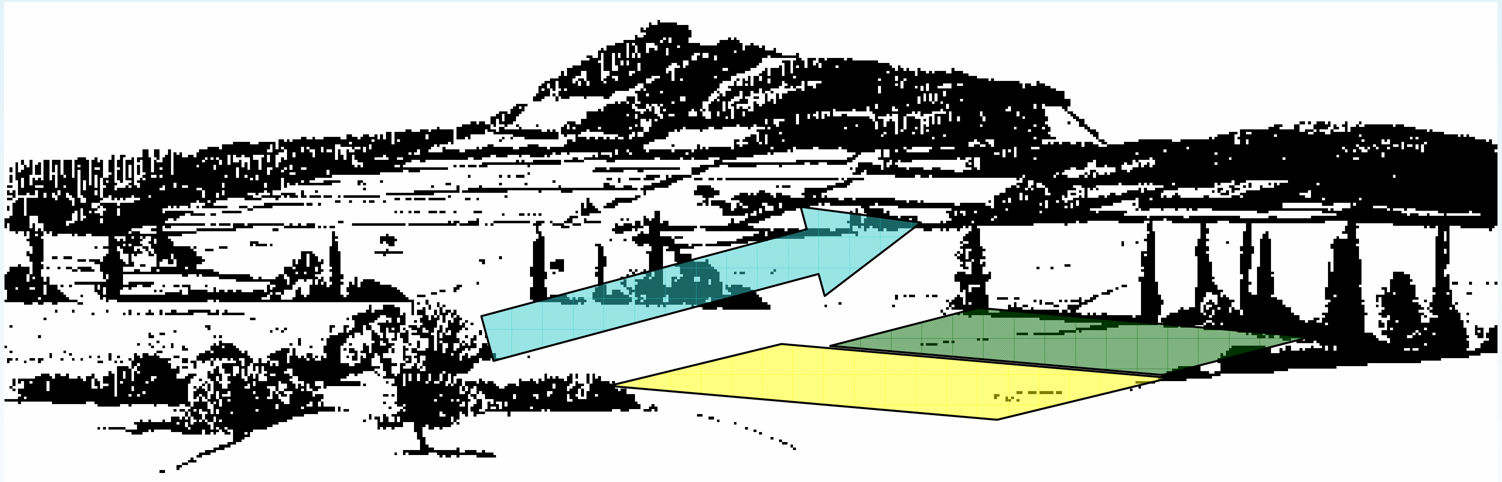


Action mécanique du vent

Flux de pathogènes, gènes OGM

Échelle du Paysage

Ces processus s'exercent à l'échelle sub-méso ou paysage (ensemble hétérogène de surfaces)



- Comment la structure du paysage affecte-t-elle l'écoulement ?
- Comment évaluer le potentiel éolien d'un site ?
- Comment s'opère la diffusion de polluants en terrain hétérogène ?
- Comment aménager le paysage pour limiter les risques ?

Simulation environnementale

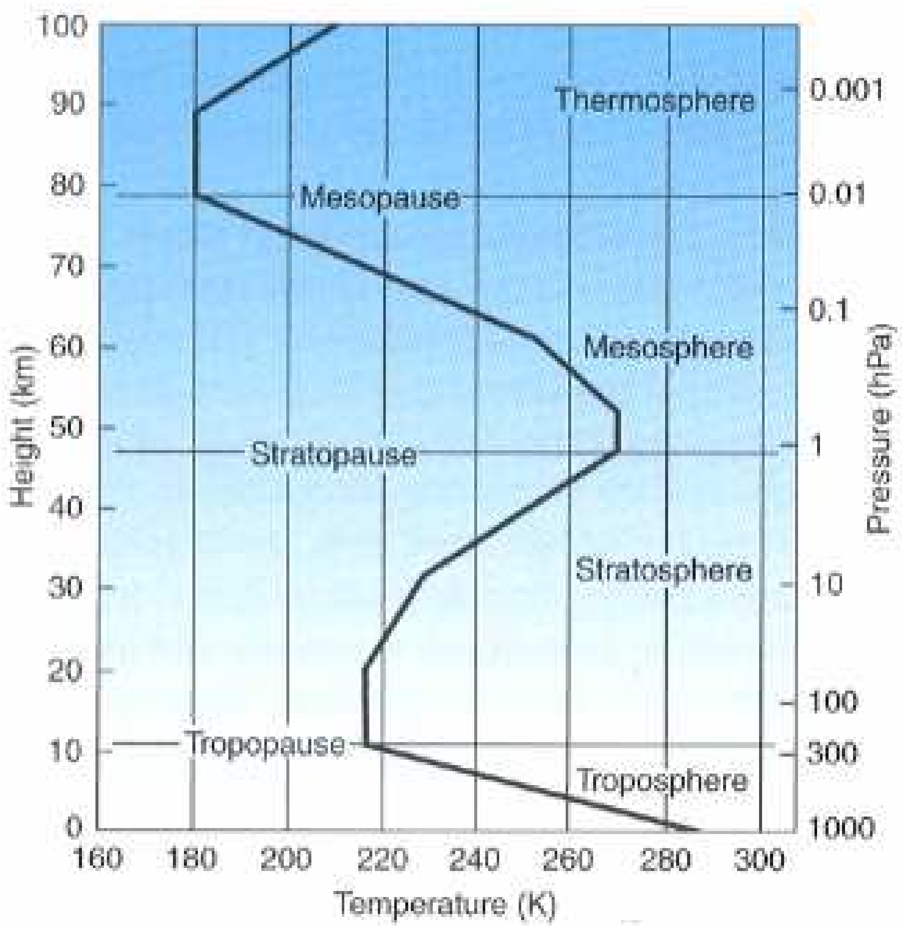
- **Les réponses à ces questions passent par une approche multidisciplinaire :**
  - L'acquisition de données expérimentales : in situ, en conditions contrôlées…
  - Une modélisation fine de l'écoulement dans la couche limite atmosphérique et des échanges turbulents avec la surface terrestre

- **Les progrès de la modélisation numérique permettent maintenant d'aborder ces problèmes à cette échelle**

Plan de l’exposé

- Structure verticale de l’atmosphère
- La couche limite atmosphérique
- Turbulence
- Couche d’Ekman
- Couche de surface
- Sous-couche rugueuse
- Dispersion atmosphérique

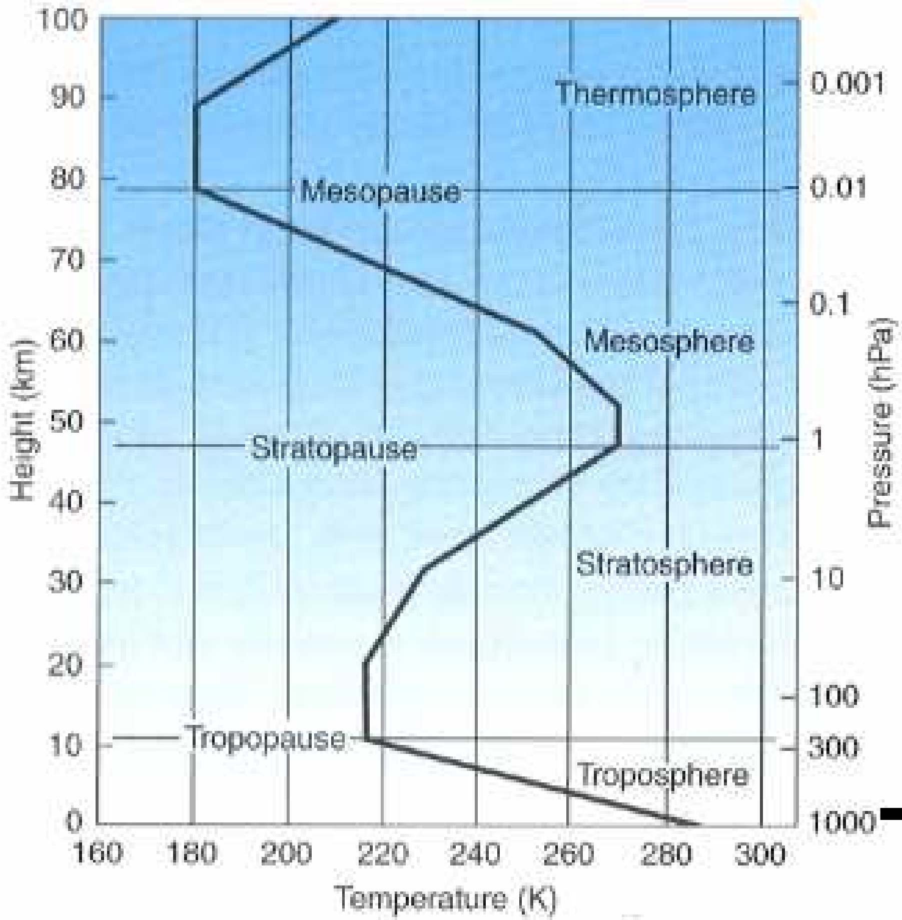
Structure verticale de l'atmosphère (1)



Profil vertical de température
(atmosphère standard USA 1976)

- **La troposphère ~ 8 - 18 km**
  - T décroissance jusqu'à 220 K aux pôles et 190 K équateur
  - Gradient moyen de T est de l'ordre de -6.5 K km^{-1}
- **La stratosphère ~ 50 km**
  - T constante puis croissante jusqu'à 270 K ⇒ Absorption des UV solaires par O_3 et O_2
  - Cette couche d'inversion est une caractéristique essentielle de la Terre
- **La mésosphère ~ 85 - 90 km**
  - T décroît jusqu'à 170 K (raréfaction de O3 et O2)
- **La thermosphère ~150 km**
  - T augmente et devient très dépendante de l'activité solaire
  - Air gaz raréfié
    - 10^{19} molécule m^{-3} à 100 km
    - 10^{25} molécule m^{-3} au sol

Structure verticale de l'atmosphère (2)



Profil vertical de température (atmosphère standard USA 1976)

Atmosphère Libre (AL) ensemble de l'atmosphère au-dessus de la couche limite

Couche Limite Atmosphérique (CLA) en contact direct avec la surface terrestre. Son épaisseur **h_{CLA}** varie d'une centaine de mètres à quelques kilomètres

Modèles statiques de l'atmosphère (1)

- **Atmosphère statique V=0 et dV/dt=0**

  => P,T,ρ ne dépendent que de z

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

Equilibre des forces de pressions et de pesanteur

=> Approximation hydrostatique

- – **Atmosphère homogène** $\rho = \rho_0 = Cste$ 1

$$P(z) = P_{sol} - \rho_0 g\, z$$

- – **Atmosphère isotherme** $T = T_0 = Cste$ 2

$$P(z) = P_{sol} \exp\left(-\frac{z}{H}\right) \quad avec\, H = \frac{RT_{sol}}{g}$$

Modèles statiques de l'atmosphère (2)

- **Atmosphère à gradient constant** $\frac{\partial T}{\partial z} = -\Gamma_w = Cste$ 3

$$\left| \begin{array}{l} T(z) = T_{sol} - \Gamma_w z \\ P(z) = P_{sol}\left(1 - \frac{\Gamma_w z}{T_{sol}}\right)^{g/R\Gamma_w} \end{array} \right.$$

$$\Gamma_w = 6.5 K/km \qquad T_{sol} = 273 K$$

- **Atmosphère adiabatique** $\theta = \theta_0 = Cste \quad \Gamma_w = \Gamma_{w\_ad} = \frac{g}{C_p}$ 4

Etat de référence $(\Gamma_w = \Gamma_{w\_ad})$

$$\Gamma_{w\_ad} = 10 K/km \quad T_{sol} = 273 K$$

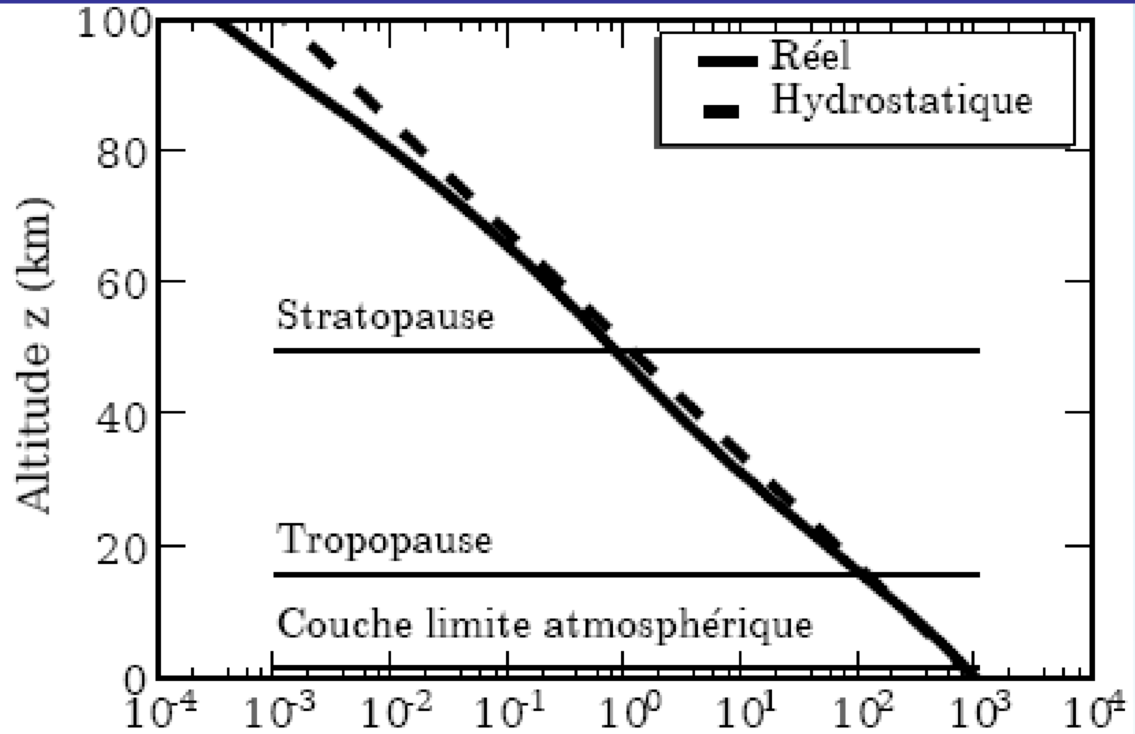
- **Atmosphère standard : « superposition d'atmosphères à gradient constant »**

P_{sol}=1013.25 hPa ; T_{sol}=15°C ; ρ_{sol}=1.225 kg/m^3

$$\Gamma_w = 6.5 \; pour \; 0 \leq z \leq 11 km$$

$$\Gamma_w = 0 \; pour \; z > 11 km \quad T = Cste = -56.5°C$$

La pression atmosphérique



Profil vertical de pression (atmosphère standard USA 1976) calculée avec H=7.3 km (Tsol = 250K Psol = 1000 hPa)

- Modèle statique : atmosphère isotherme (cas 2)

⇒ A l'atmosphère réelle on peut associer l'atmosphère homogène « équivalente » d'épaisseur H ≃ 7.3 km appelée hauteur d'échelle

- *P*(2 km)= 760 hPa, à la tropopause : *P*(16 km)= 110 hPa , à la stratopause *P*(50 km)= 1 hPa

Transformation adiabatique et température potentielle (1)

- Premier principe de la thermodynamique $dq = C_p dT - \frac{rT}{p} dp$

- Transformation adiabatique = aucun échange de chaleur ne se produit

$$0 = C_p dT - \frac{rT}{p} dp \qquad \Rightarrow \qquad 0 = \frac{dT}{T} - \frac{r}{C_p}\frac{dp}{p}$$

- Température potentielle = température qu'aurait au sol un gaz ramené de manière adiabatique au sol à partir d'un état (T, P)
- La température potentielle est conservée lors d'un déplacement adiabatique

$$\ln\frac{T}{\theta} = \frac{r}{C_p}\ln\frac{p}{p_0} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\theta = T\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{r}{C_p}}}$$

Transformation adiabatique et température potentielle (2)

- Gradient adiabatique de température *T*

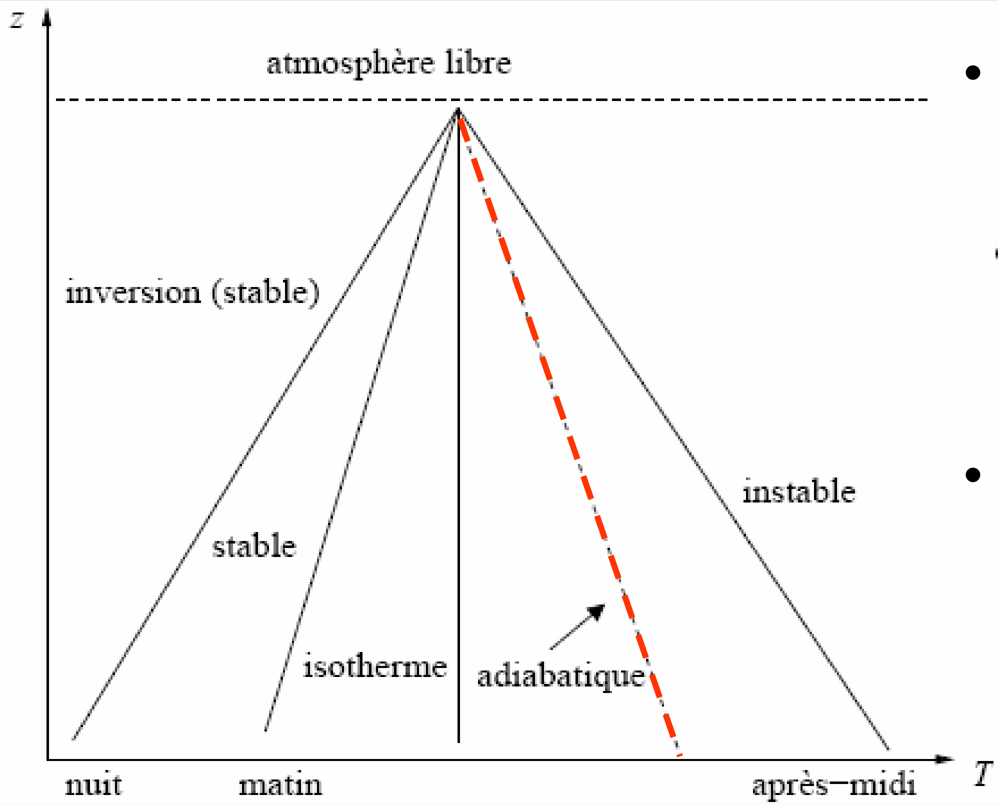
$$0 = \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial z} - \frac{r}{C_p}\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial z} \qquad \Rightarrow \qquad \Gamma_{ad} = \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{ad} = T\frac{r}{C_p}\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial z}$$

- Gradient de θ = écart à une situation adiabatique

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\theta}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial z} - \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{ad}\right)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\theta}{T}\left(\Gamma - \Gamma_{ad}\right)$$

Stabilité atmosphérique

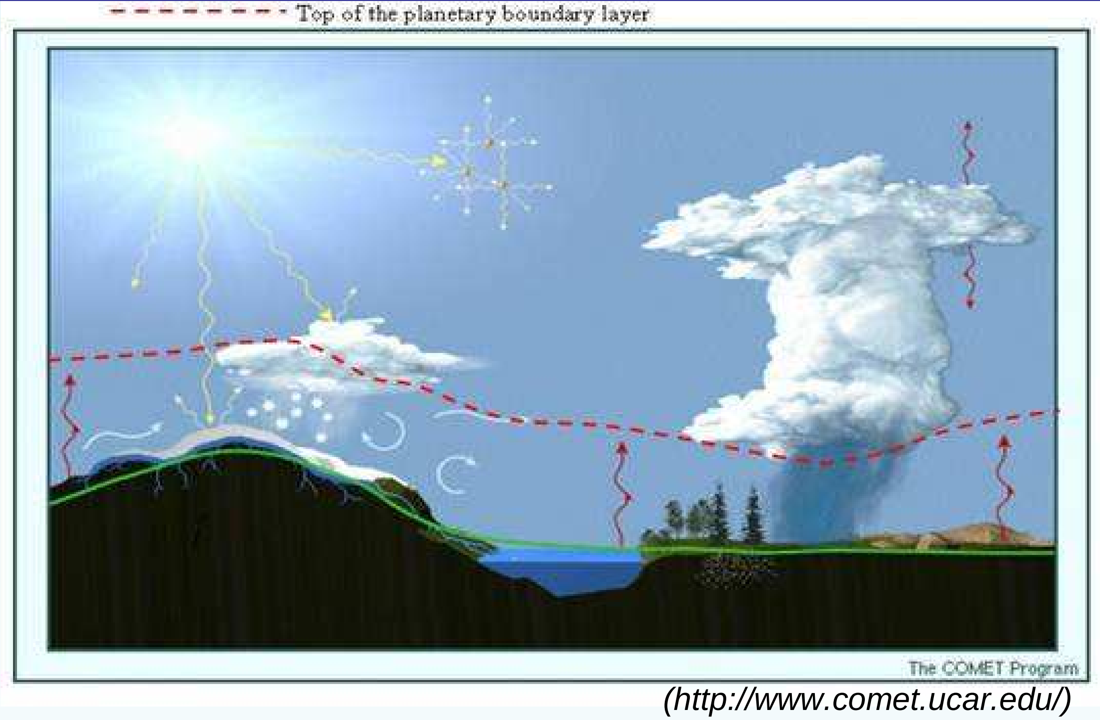


Profil idéalisé de température et évolution de la stabilité de la CLA au cours d'une journée. La température au sol augmente en cours de journée puis diminue au cours de la nuit

- $\frac{\partial \theta}{\partial z} > 0$ => Atmosphère stable
$$\frac{\partial T}{\partial z} > \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{ad}$$
- $\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$ => Atmosphère neutre
$$\frac{\partial T}{\partial z} = \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{ad}$$
- $\frac{\partial \theta}{\partial z} < 0$ => Atmosphère instable
$$\frac{\partial T}{\partial z} < \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{ad}$$

Couche limite atmosphérique : définitions

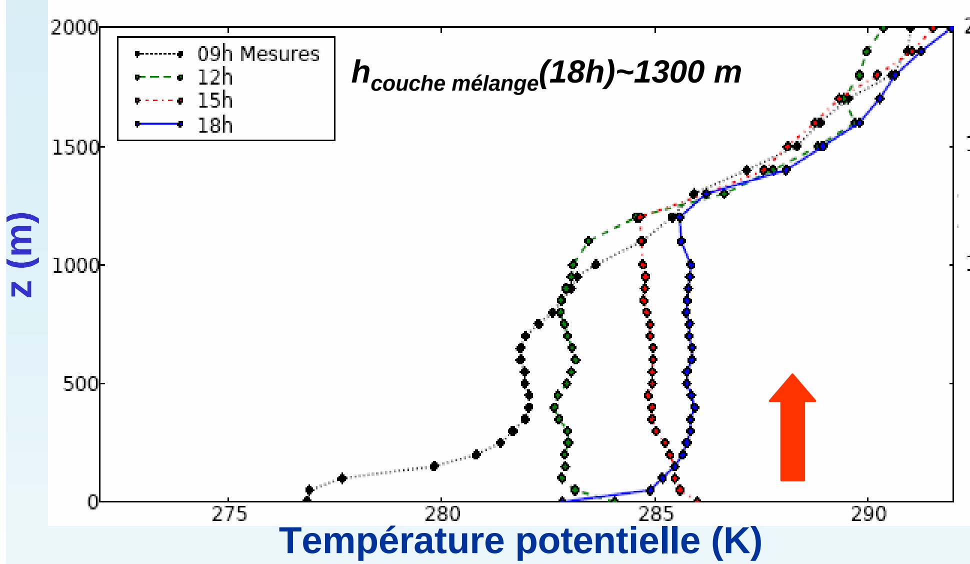
[Stull, 1988]

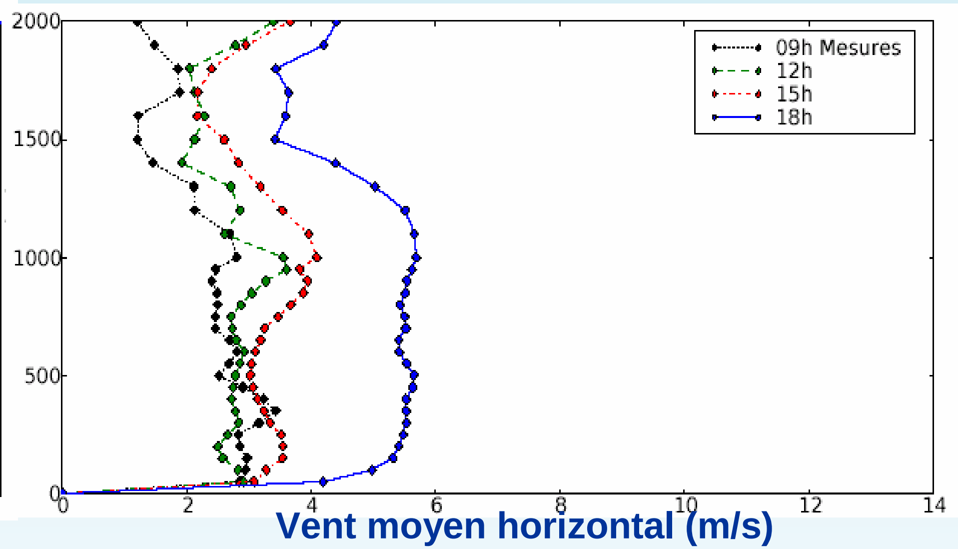


(http://www.comet.ucar.edu/)

- D'un point de vue dynamique, la CLA est définie comme étant la zone de l'atmosphère où l'écoulement du fluide est influencé par l'interaction avec la surface terrestre directement. Le temps de réponse à un forçage (rugosité, relief, couvert végétal, évaporation, transfert de chaleur, etc.) est court, de l'ordre de l'heure
- D'un point de vue thermique, la CLA est la zone de l'atmosphère au voisinage de la surface terrestre dans laquelle la variation diurne du rayonnement solaire est directement perceptible

Profils de température potentielle et vent moyen horizontal en journée – Expérience de Wangara d33



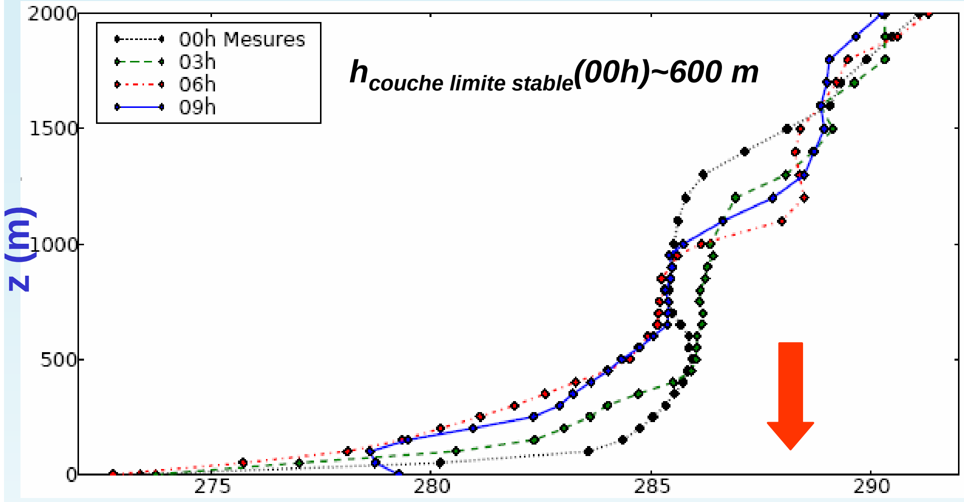


- En journée, le sol réchauffe la CLA par transfert turbulent : le flux de chaleur turbulent est positif - gradient de température est négatif
- Apparition d'une couche de mélange ou *convective* caractérisée par une turbulence très forte qui contribue à homogénéiser toutes grandeurs associées au fluide (température, quantité de mouvement, polluants..)

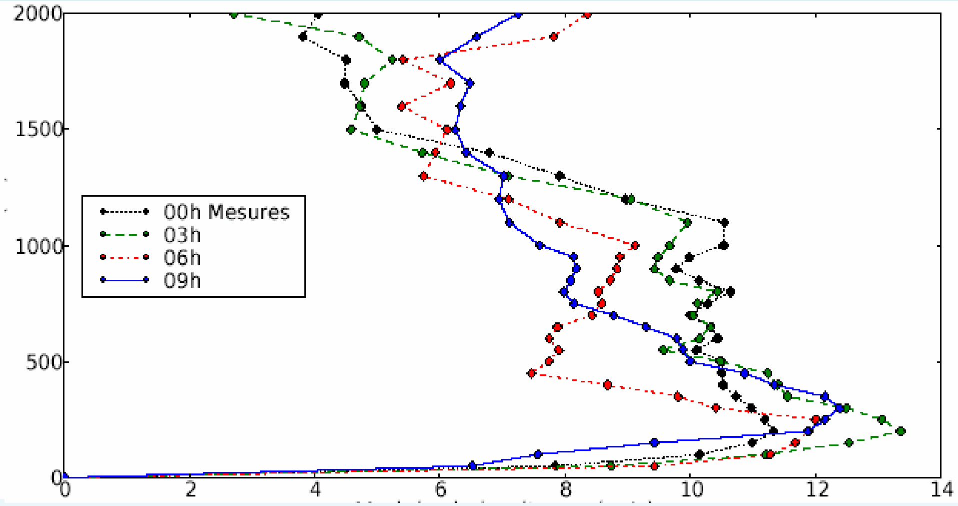
⇒L'atmosphère est en stratification instable

- Au sommet de la CLA, une inversion thermique de stratification stable bloque les acensions d'air qui replongent dans la couche de mélange provoquant l'entraînement des masses d'air de l'atmosphère libre dans la CLA. C'est la couche d'entraînement

Profils de température potentielle et vent moyen horizontal nocturnes – Expérience de Wangara d33



Température potentielle (K)



Vent moyen horizontal (m/s)

• Le soir, le sol se refroidit : la température du sol est inférieure à la température du fluide. Le flux de chaleur turbulent est négatif, dirigé vers le sol (gradient de température positif) et il y a destruction de la turbulence d'origine dynamique

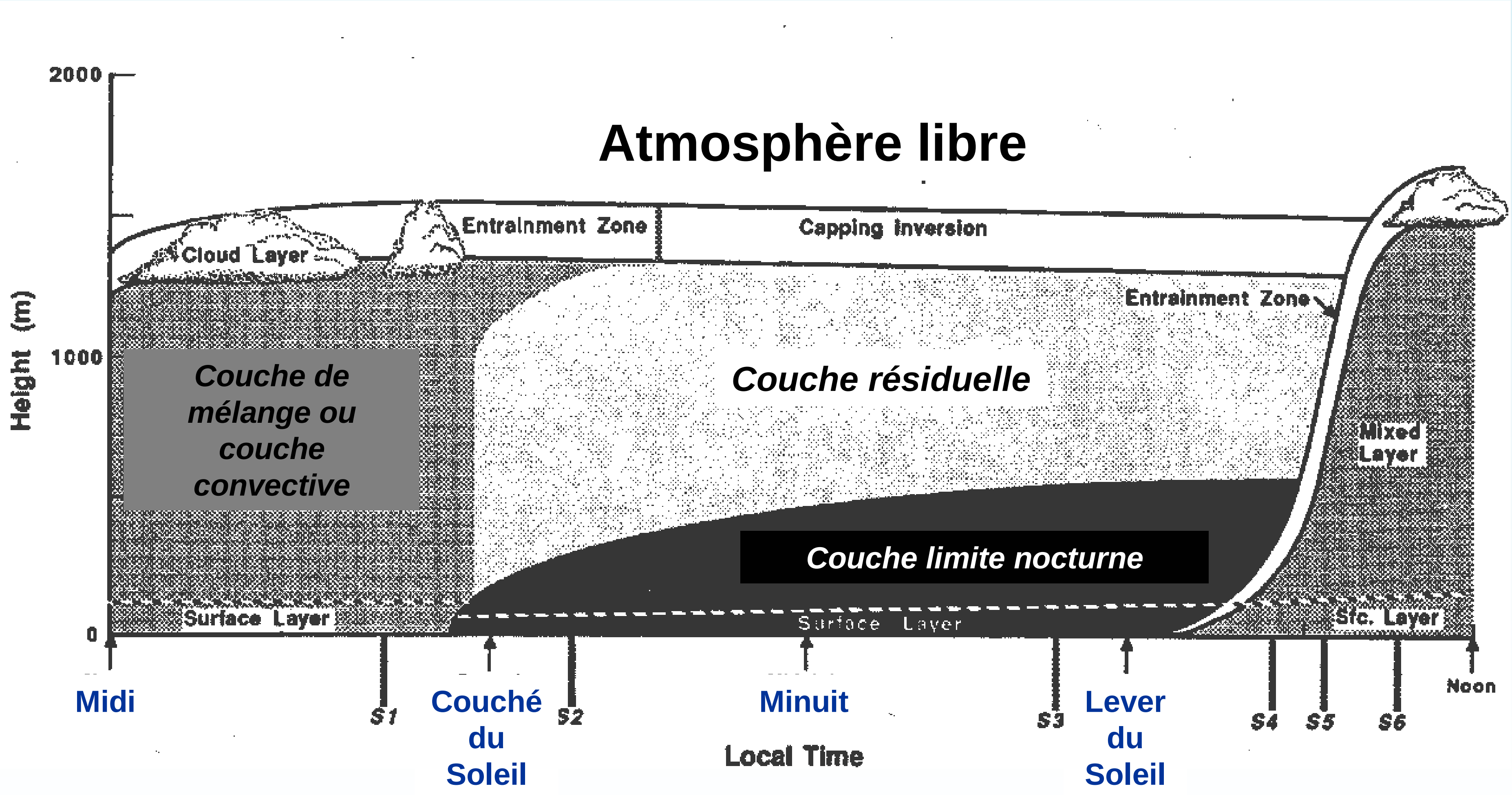
• Le mélange est peu turbulent, la couche limite nocturne est mince (il y a accumulation des polluants) => L'atmosphère est en stratification stable

• Au-dessus, la couche de mélange de la journée précédente devient une couche résiduelle, en général neutre (gradient de température nul)

• Au-dessus, une couche d'inversion présente une augmentation du module du vent qui peut même dépasser en limite supérieure la valeur géostrophique (jet de basse couche)

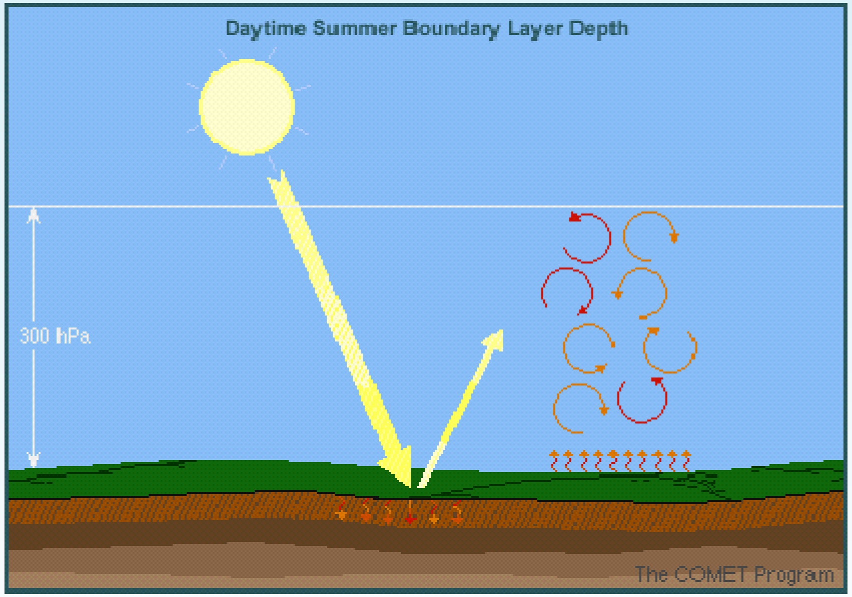
Évolution de la stabilité de la CLA (cycle diurne)

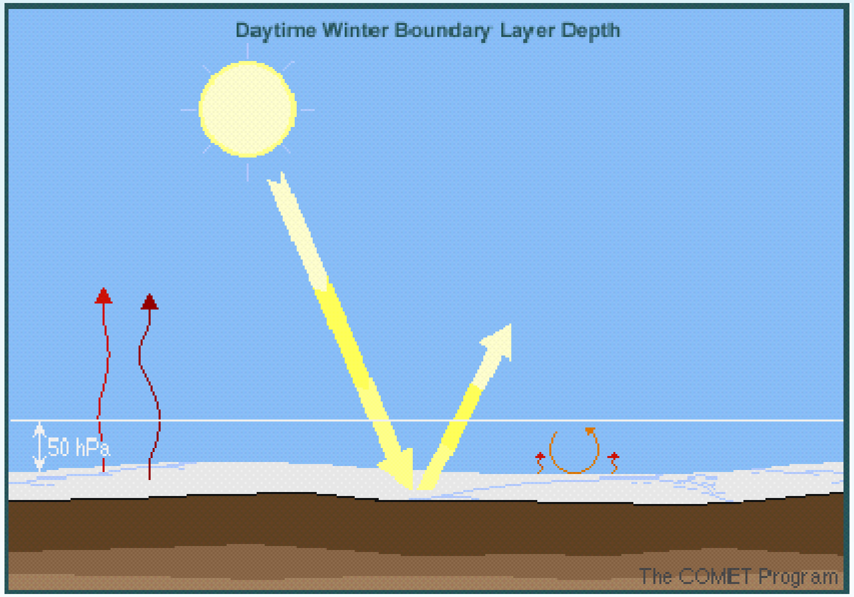
[Stull, 1998]



Variabilité saisonnière de la CLA

Eté **Hiver**





(http://www.comet.ucar.edu/)

Structure de la CLA

ATMOSPHÈRE LIBRE

Équilibre des forces de
- Pression
- Coriolis

Théorie géostrophique

COUCHE LIMITE DE TRANSITION Ou couche d'Ekman

Équilibre des forces de
- Pression
- Coriolis
- Reynolds

Théorie Rossby et Zilitinkevich - Deardorff

COUCHE LIMITE SUPERFICIELLE (CLS)

$0.1\, h_{CLA}$

Théorie de Monin - Obukhov

Flux Constants

SCI

$$\overline{u'w'} = -\frac{\tau_0}{\rho} = -u_*^2$$

$$\overline{v'w'} = 0$$

$$\overline{T'w'} = \frac{Q_0}{\rho C_p} = -u_* T_*$$

$$\beta, u_*, T_*$$

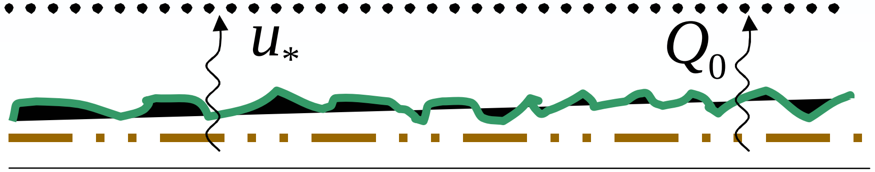
$$L_{MO} = \frac{u_*^2}{\kappa \beta T_*}$$

$$\xi = \frac{z}{L_{MO}}$$

$2\, h_s$

SCR

h_s



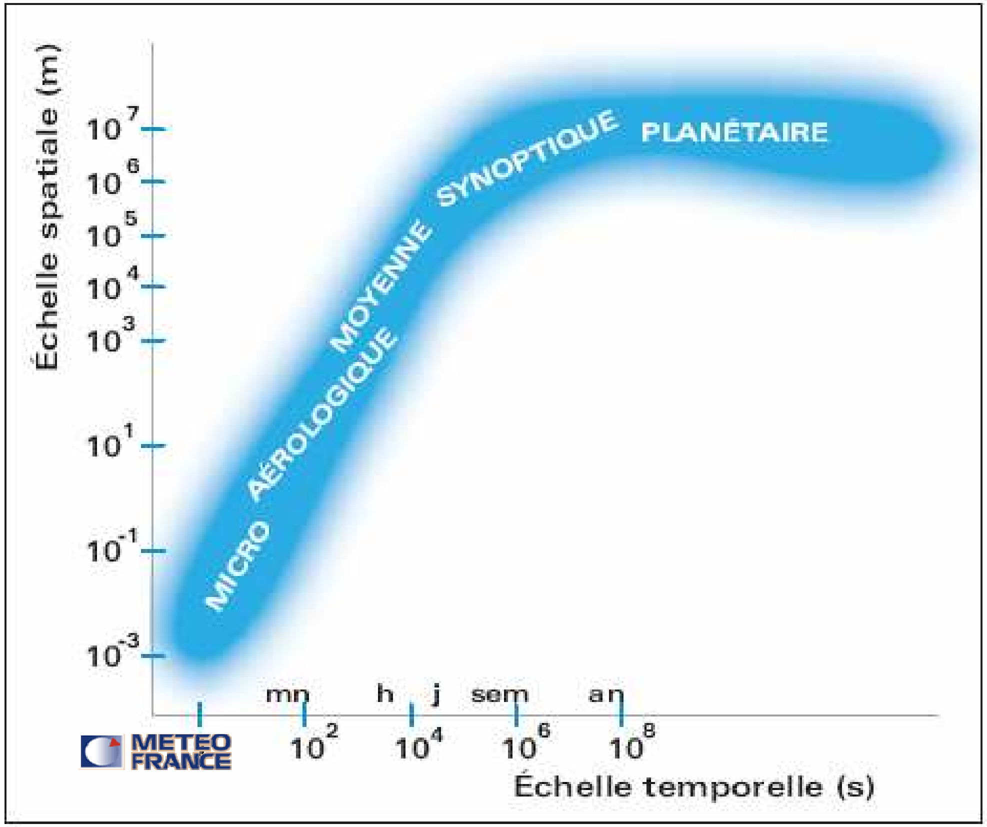
$$z_0 = \frac{h_s}{10}$$

Caractéristique de la CLA

- Formation microméteorologique
- Epaisseur identifiée lorsque les flux turbulents deviennent négligeables
- Rotation de la Terre => accélération de Coriolis (dans l'hémisphère Nord, les masses d'air sont déviées vers la droite)
- Turbulence
- Influence des hétérogénéités dynamiques de la surface terrestre - rugosités, couverts végétaux, obstacles, reliefs
- Influence directe du cycle diurne
- Influence du flux de chaleur sensible et du flux d'humidité
- Formation de nuages et de pluies

Les phénomènes atmosphériques

[Beau]



Dans la réalité, toutes ces échelles sont étroitement imbriquées

<u>Echelle planétaire</u> :
Circulation persistante qui occupe une bonne partie du globe. Mise en évidence de ce type de circulation en « filtrant » les plus petites échelles par un traitement statistique adapté. Ex : circulation de Hadley, régime de temps, mousson

<u>Échelle synoptique</u> :
Dépression et anticyclone des moyennes latitudes, ondes d'Est tropicale et cyclones tropicaux

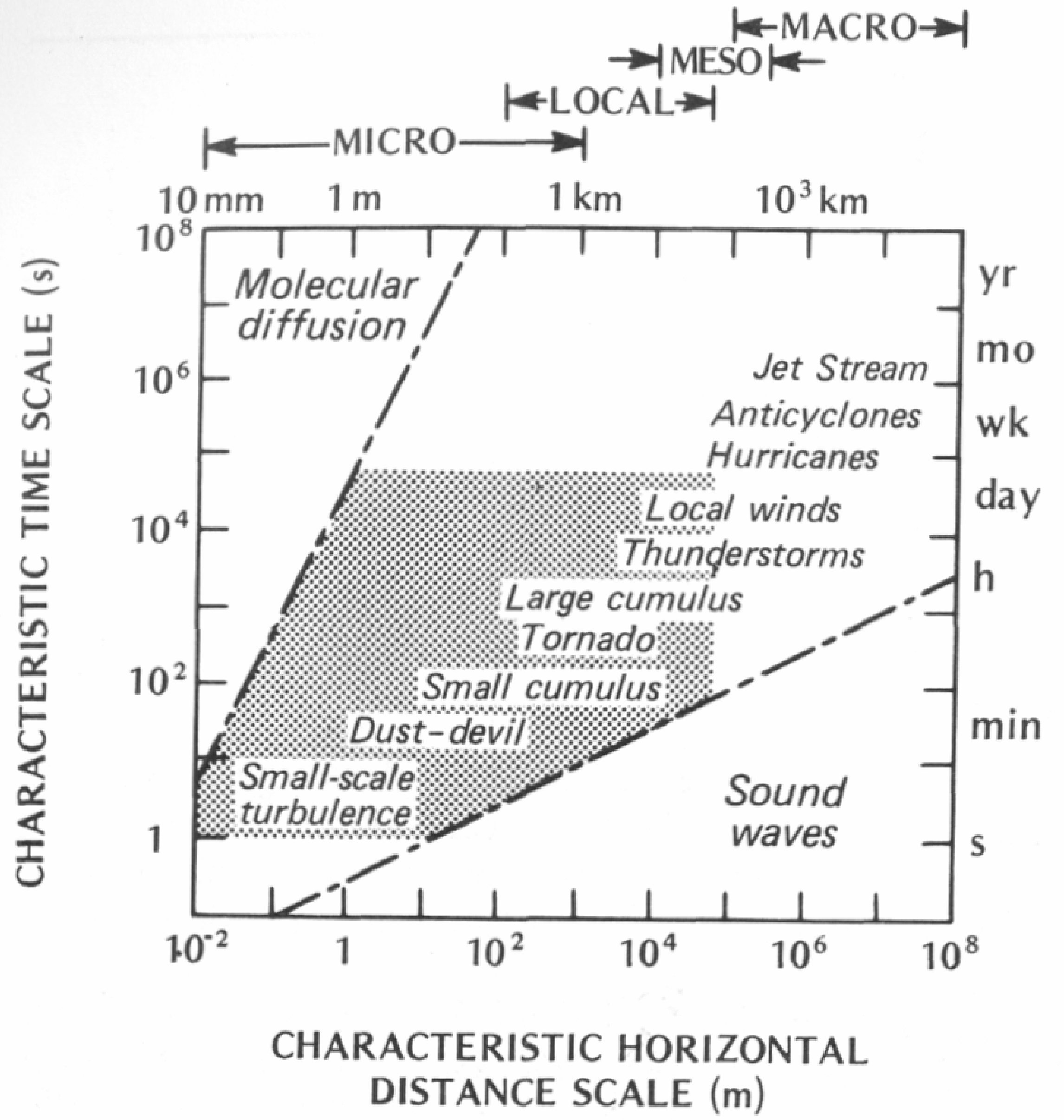
<u>Méso-échelle</u> :
Vent régionaux, brises, lignes de grains

<u>Échelle aérologique</u> :
Orages isolés, tornades, thermiques pures

<u>Micro-échelle</u> :
Tourbillons de poussières, rafales, microphysique des nuages (formation de gouttelettes par ex)

Echelles atmosphériques

[Oke, 1987]



- **Echelle globale**
  ~10000 km / semaine – mois
- **Echelle continentale**
  ~1000 km / jours - semaine
- **Echelle régionale**
  ~10-100 km / heures - jour
- **Echelle urbaine / locale**
  ~1km / minutes - heure

Equations fondamentales de la mécanique des fluides

Gaz parfait, Fluide newtonien, Atmosphère sèche

• **Lemme fondamental : équation de conservation de la masse locale ou équation de continuité**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \xrightarrow{\text{Dérivée particulaire}} \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0$$

Equations fondamentales de la mécanique des fluides (1)

• **Équation de conservation de la quantité de mouvement ou *équation du mouvement***

$$\rho\frac{\partial u_i}{\partial t}+\rho u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}=\rho g_i-\frac{\partial P}{\partial x_i}+\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}-2\rho\,\varepsilon_{ijk}\Omega_j u_k$$

1 2 3 4 5 6

1- Variation temporelle

2- Transport par convection / advection

3- Force de gravité

4- Force de Pression

5- Force de frottements fonction du tenseur des contraintes visqueuses pour un fluide newtonien $\tau_{ij}=\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)-\frac{2}{3}\mu\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}$

6- Force de Coriolis

$$T(M)=\begin{pmatrix}\sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz}\\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz}\end{pmatrix}$$

$$\vec{F}=T\cdot\vec{n}$$

Equations fondamentales de la mécanique des fluides (2)

• Équation de la conservation de l'énergie (basée sur l'enthalpie)

$$\underset{❶}{\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}} + \underset{❷}{\rho C_p u_j \frac{\partial T}{\partial x_j}} = \underset{❸}{\frac{\partial P}{\partial t}} - \underset{❹}{\frac{\partial q_j}{\partial x_j}} + \underset{❺}{\phi}$$

1- Variation temporelle

2- Transport par convection/advection

3- Echauffement par compression

4- Flux de chaleur conductif décrit par la loi de Fourier $q_j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j}$

5- Fonction de dissipation des effets visqueux $\phi_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tau_{ij}$

• Équation d'état des gaz parfaits

$$P = \rho \frac{r}{M_{air}} T = \rho R T$$

Exercice : équations de Navier-Stokes ?

- On note ***u,v,w*** les composantes de la vitesse suivant ***x,y,z*** et en considérant que le vecteur de rotation de la terre et l'accélération de la pesanteur sont donnés par :

$$\vec{\Omega}\left|\begin{array}{l} 0 \\ \left|\vec{\Omega}\right|\cos\phi \approx 0 \\ \left|\vec{\Omega}\right|\sin\phi \end{array}\right. \qquad \vec{g}\left|\begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ -g \end{array}\right.$$

- On considère de plus que le fluide est incompressible, soit :

$$div(\vec{V}) = 0$$

- Développer les équations de continuité et de conservation de la quantité de mouvement. Cette dernière définie l'équation de Navier-Stokes en coordonnées cartésiennes pour un fluide incompressible

Equations de Navier-Stokes

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} - fv = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\nabla^2 u$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} + fu = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\nabla^2 v$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\nabla^2 w - g$$

Variation temporelle

Advection

Coriolis

Pression

Frottement

Gravité

Approximations de Boussinesq (1)

Le système d'équations de la dynamique atmosphérique est extrêmement compliqué et peu utilisable : une des grandes difficultés de la météorologie consiste à le simplifier de façon adaptée au problème traité

- L'état thermodynamique réel de l'atmosphère s'écarte peu d'un hydrostatique et adiabatique (état de référence = état de repos)

$$\left|\begin{array}{l} P(x,y,z,t) = P_r(z) + P_l(x,y,z,t) \\ T(x,y,z,t) = T_r(z) + T_l(x,y,z,t) \\ \rho(x,y,z,t) = \rho_r(z) + \rho_l(x,y,z,t) \end{array}\right.$$

- Nombre de Mach petit (vitesse / vitesse du son)
- Pas de trop hautes fréquences de mouvement dans l'écoulement
- L'échelle verticale des mouvements est petite devant l'épaisseur effective de l'atmosphère (8 km)

Approximations de Boussinesq (2)

- La variation de l'état de référence en z est faible, limitée à 10 % dans le premier kilomètre, soit dans la CLA :

$$\frac{|\Delta T_r|}{T_0} << 1 \quad \frac{|\Delta P_r|}{P_0} << 1 \quad \frac{|\Delta \rho_r|}{\rho_0} << 1$$

- L'approximation de Boussinesq permet une formulation incompressible des équations de Navier-Stokes en prenant en compte des forces de flottabilité (poussée d'Archimède en présence de gravité) dues à la dilatation du fluide induite par une variation de la température

$$div(\vec{\mathrm{V}}) = 0$$

$$\rho_r(z) \cong \rho_0$$

$\Rightarrow$ **Équations instantanées simplifiées**

Avec la valeur moyenne dans la CLA $f_0 = \frac{1}{h} \int_0^{h_{CLA}} f_r(z) dz$

Etat de référence de l’atmosphère

- Etat de repos (V=0), solution stationnaire des équations générales
- Etat d’équilibre hydrostatique ne dépendant que de la coordonnée verticale z
- Etat habituel de l’atmosphère (dont l’état réel s’écarte peu)
- Cet état est entièrement déterminé

4

$$\left|\begin{array}{l} T_r(z) = T_r(h_{sol})\left[1 - \dfrac{g/C_p}{T_r(h_{sol})}(z - h_{sol})\right] \\[2ex] P_r(z) = P_r(h_{sol})\left[1 - \dfrac{g/C_p}{T_r(h_{sol})}(z - h_{sol})\right]^{\frac{C_p}{R}} \\[2ex] \rho_r(z) = \rho_r(h_{sol})\left[1 - \dfrac{g/C_p}{T_r(h_{sol})}(z - h_{sol})\right]^{\frac{C_v}{R}} \end{array}\right.$$

Système de Boussinesq de la CLA

- **Équation instantanée de conservation de la masse** $$\frac{\partial u_j}{\partial x_j}=0$$

- **Équation instantanée de conservation de la quantité de mouvement**

$$\rho_0\frac{du_i}{dt}=\boxed{-\rho_l g\delta_{i3}}-\frac{\partial P_l}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right]-2\rho_0\,\varepsilon_{ijk}\,\Omega_j\,u_k$$

- **Équation instantanée de la conservation de l'énergie**

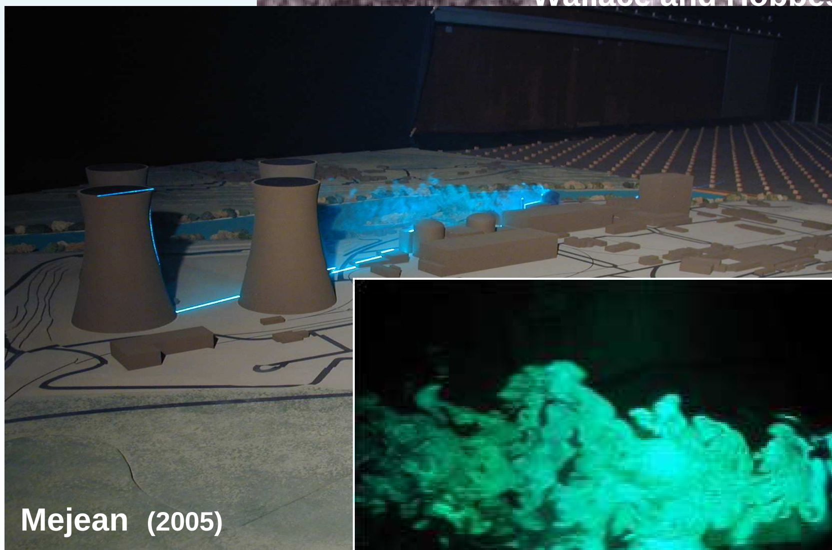
$$\rho_0 C_p\frac{dT_l}{dt}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\lambda\frac{\partial T_l}{\partial x_j}\right)\qquad\qquad \rho_0 C_p\frac{d\theta}{dt}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\lambda\frac{\partial\theta}{\partial x_j}\right)$$

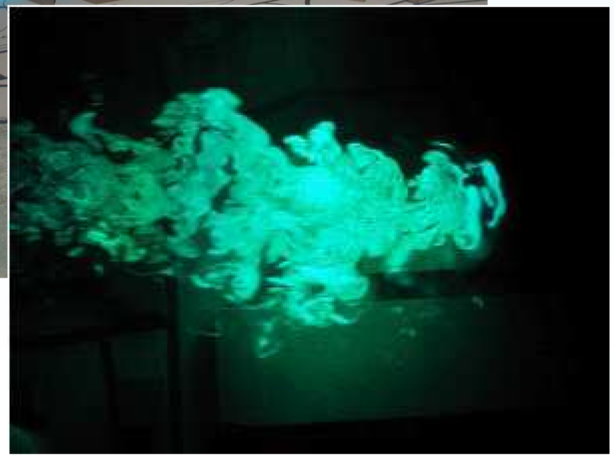
$$T_l=\theta-T_r(h_{sol})$$

- **Équation d'état** $$\frac{\rho_l}{\rho_0}=-\frac{T_l}{T_0}\longrightarrow\boxed{-\rho_l g\delta_{i3}=\rho_0\frac{T_l}{T_0}g\delta_{i3}=\rho_0\beta T_l\delta_{i3}}$$

β : coefficient de flottabilité $\left[m.s^{-2}.K^{-1}\right]$ $\qquad \vec{\beta}=-\frac{\vec{g}}{T_0}$

Turbulence dans la couche de surface





Le régime turbulent d'écoulement fluide (1)

L'observation des écoulements fluides montre qu'il est possible de distinguer 2 grands régimes

- Celui où la vitesse est une fonction régulière de xi et t, ou le colorant diffuse peu et où les pertes de charge sont faibles

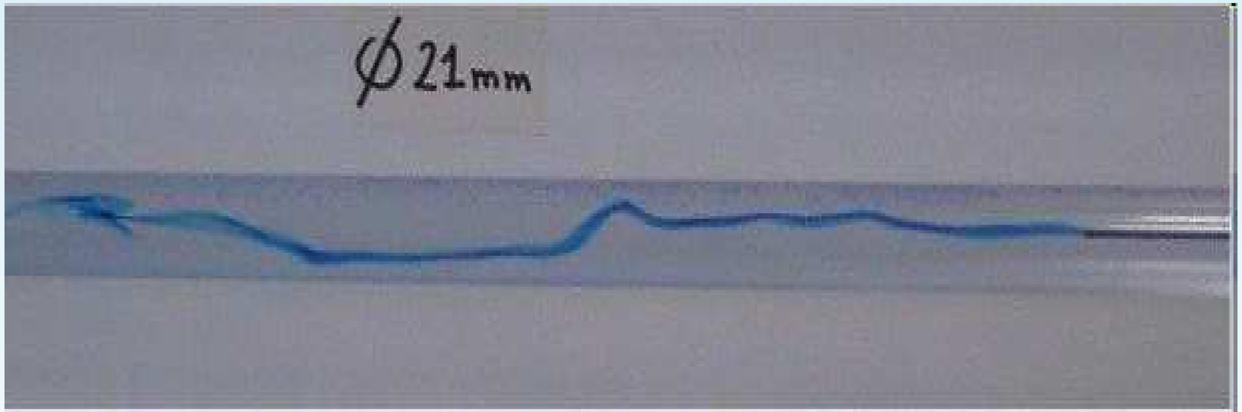
$\Rightarrow$ régime d'écoulement non turbulent ou laminaire

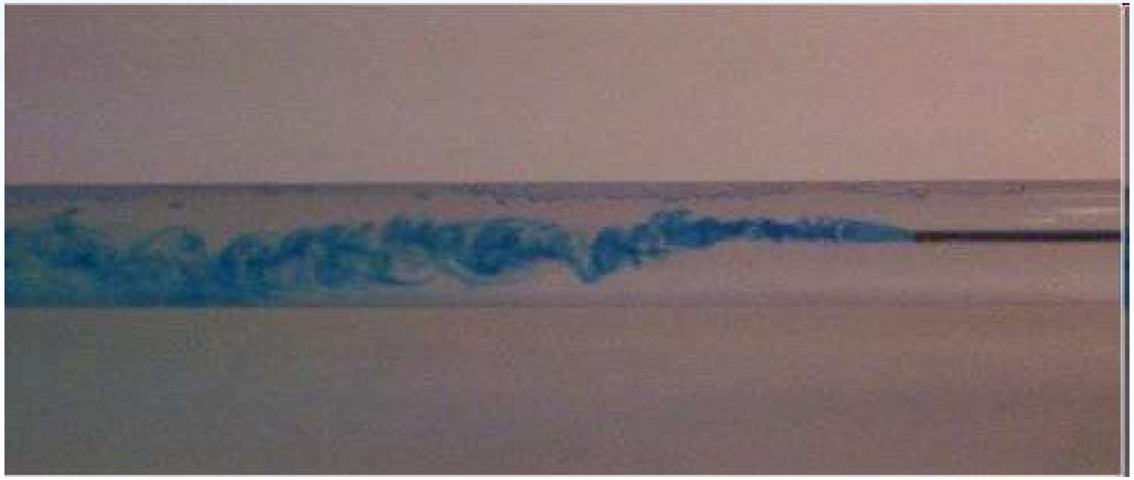
- Celui où la vitesse fluctue erratiquement en fonction de xi et t, où le colorant diffuse au point de disparaître et où les pertes de charges sont beaucoup plus élevées

$\Rightarrow$ régime d'écoulement turbulent

Expérience de Reynolds (2)

- Les 2 régimes des écoulements fluides sont mis en évidence de façon spectaculaire dans l'expérience de Reynolds (1884)





http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/Physique/Tp-phys/Term/Reynolds/Reynolds3.htm

Le régime turbulent d'écoulement fluide (3)

- Le passage du régime laminaire au régime turbulent s'effectue de manière intermittente, mais brusque : c'est la transition

- La turbulence résulte de l'instabilité des solutions régulières (laminaires) de ces équations lorsque des paramètres caractéristiques (nombres de Reynolds, Rayleigh, Rossby, Grashof) dépassent certaines valeurs critiques

  – En dessous de ces valeurs, la solution est stable : les perturbations sont amorties

  – Au dessus, les perturbations subissent une amplification très rapide : les taches ou bouffées de turbulence se développent dans le temps et l'espace à partir de sources correspondant aux perturbations aléatoires initiales pour remplir tout l'écoulement si les conditions si prêtent

- La turbulence est une propriété des écoulements et non du fluide, dont le détail du mouvement continue à obéir aux équations de Naviers-Stokes

La CLA et la turbulence (1)

- **Couche limite dynamique**
  - Paramètre de contrôle du régime des écoulements : Nombre de Reynolds

$$\boxed{\mathrm{Re} = \frac{\text{Forces d' inertie}}{\text{Forces de viscosité}} = \frac{UL}{\nu}}$$

$$\mathrm{Re} < \mathrm{Re}_{critique} \Rightarrow \text{L'écoulement est laminaire}$$

$$\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_{critique} \Rightarrow \text{L'écoulement est turbulent}$$

  - *Avec U* une vitesse caractéristique de l’écoulement (vitesse moyenne, vitesse d’injection, etc.)
  - *L* une longueur caractéristique de l’écoulement
  - ν la viscosité cinématique du fluide
- **CLA : U$\simeq$15 m.s^{-1}, h$_{CLA}$$\simeq$1000 m, ν $\simeq$1.45 10^{-5} m^2.s^{-1}**

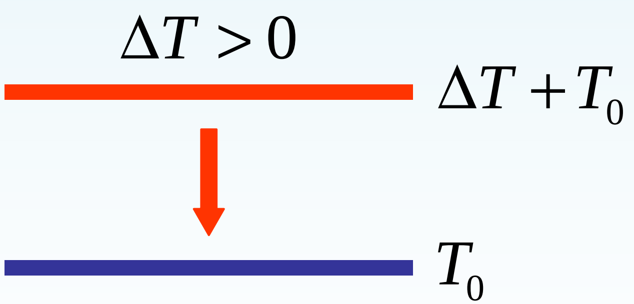
$$\mathrm{Re} = \frac{uh_{CLA}}{\nu} = 10^9 >> R_{critique} \approx 3000$$

La CLA et la turbulence (2)

- **Couche limite thermique**
  - Paramètre de contrôle du régime des écoulements : **Nombre de Rayleigh**

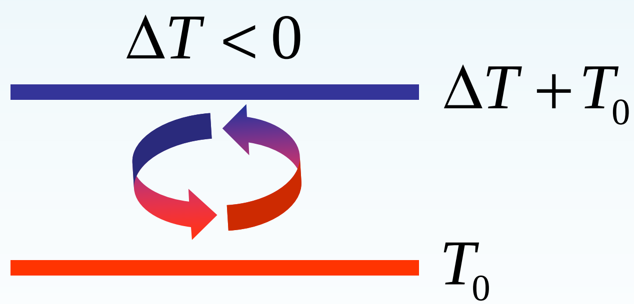
$$\boxed{Ra = \frac{g L^3 \Delta T}{T_0 \nu k} = \frac{\text{"facteurs déstabilisateurs"}}{\text{"facteurs stabilisateurs"}}}$$

  - Expérience de Rayleigh-Bénard



Flux moléculaire de chaleur
répartition des densités stables
(fluide léger en paroi sup.)

$\Rightarrow$*Ecoulement stable*



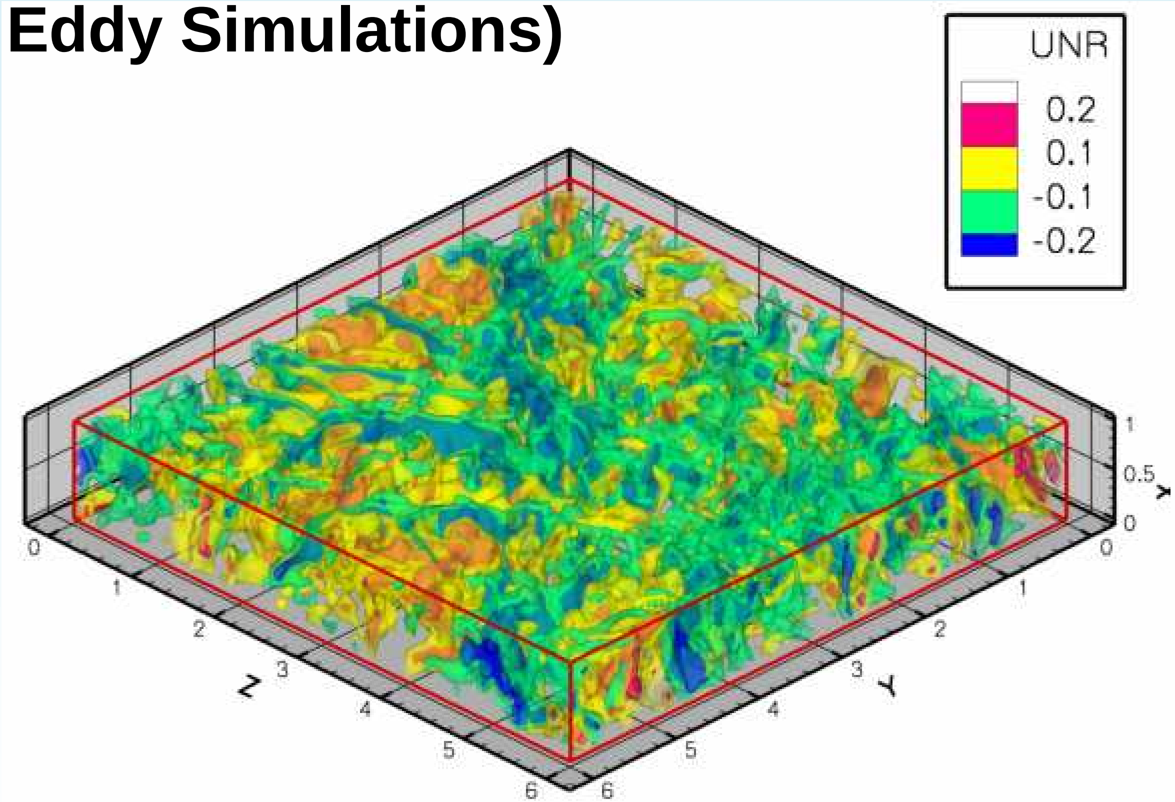
Mouvements convectifs
répartition des densités instables
(fluide léger en paroi inf.)

$\Rightarrow$*Ecoulement instable qui peut devenir turbulent*

La CLA et la turbulence (3)

[Serge et al.]

- **Vitesse verticale instantanée, *Ra=2.10*^{7}*, Pr=0.71, modèle LES* (Large Eddy Simulations)**



- **CLA : $T_0 \simeq 300$ K, $h_{CLA} \simeq 1000$ m, $g \simeq 10$ $m^2.s^{-1}$ $k \simeq 2.10^{-5}$ $m^2.s^{-1}$, une variation de 1 degré**

$$\left|Ra\right| = 10^{17} >> \left|R_{acritique}\right| \approx 50000$$

Caractéristiques fondamentales du mouvement turbulent

- Les variables (V, P, T…) présentent un caractère aléatoire en fonction du temps et de l'espace
- Les écoulements turbulents présentent un caractère rotationnel : on peut y observer des tourbillons intenses possédant toute une gamme d'échelles : les plus gros ont des dimensions du même ordre que celles de l'écoulement et les plus petits correspondent à des nombres de Reynolds voisins de l'unité
- La turbulence est un phénomène fondamentalement non linéaire, intrinsèquement liées aux termes d'inertie dans les équations de NS. L'énergie cinétique du mouvement turbulent est produite aux grandes échelles et dissipée en chaleur par viscosité aux petites échelles via un mécanisme de cascade, dont les termes d'inertie sont responsables
- La turbulence est un phénomène dissipatif qui augmente le taux des processus irréversible comme la dissipation de l'énergie cinétique en chaleur par le travail des forces de viscosité
- La propriété la plus importante du point de vue pratique est son aptitude à diffuser toute grandeur associée au fluide (quantité de mouvement, chaleur, concentration…) avec une efficacité bien supérieure à celle de la diffusion moléculaire

Quelques approches pour la modélisation de la turbulence

Pas de théorie générale pour appréhender le mouvement turbulent
Différentes approches pour résoudre les équations présentées

• La simulation numérique directe **DNS** utilise le système d'équations sans traitement spécifique mais doit capter l'écoulement dans sa totalité. Cette simulation déterministe doit résoudre toutes les échelles spatio-temporelles

$\Rightarrow$ Maillage de l'ordre de $Re^{3/4}$ dans chaque direction

$\Rightarrow$ Pour la CLA : $10^{81/4}$ points de calcul pour $Re=10^9$

• La simulation directe des grandes échelles **LES** permet grâce à une technique de filtrage spatio-temporelle de résoudre les grandes échelles de la turbulence et modélise les structures inférieures en extrayant artificiellement de l'énergie pour les échelles dissipatives (modélisation semi-empirique)

• La modélisation du mouvement turbulent par une approche statistique **RANS** (opérateur de Reynolds) qui semble adaptée pour les écoulements atmosphériques à grands nombres de Reynolds, en turbulence pleinement développée

Traitement statistique de Reynolds

- **Définition de l'opérateur moyenne temporelle**

- Postulat d'ergodicité : la moyenne dans le temps d'un paramètre quelconque est égale à la moyenne de ce paramètre prise sur un ensemble de système [Ngo 95]

$$\overline{f} = \lim \frac{1}{t'} \int_0^{t'} f(t')\,dt' \equiv \frac{1}{N} \sum_1^N f(t) = \langle f \rangle_N$$

- Toute variable aléatoire admet une décomposition de Reynolds $f = \overline{f} + f'$

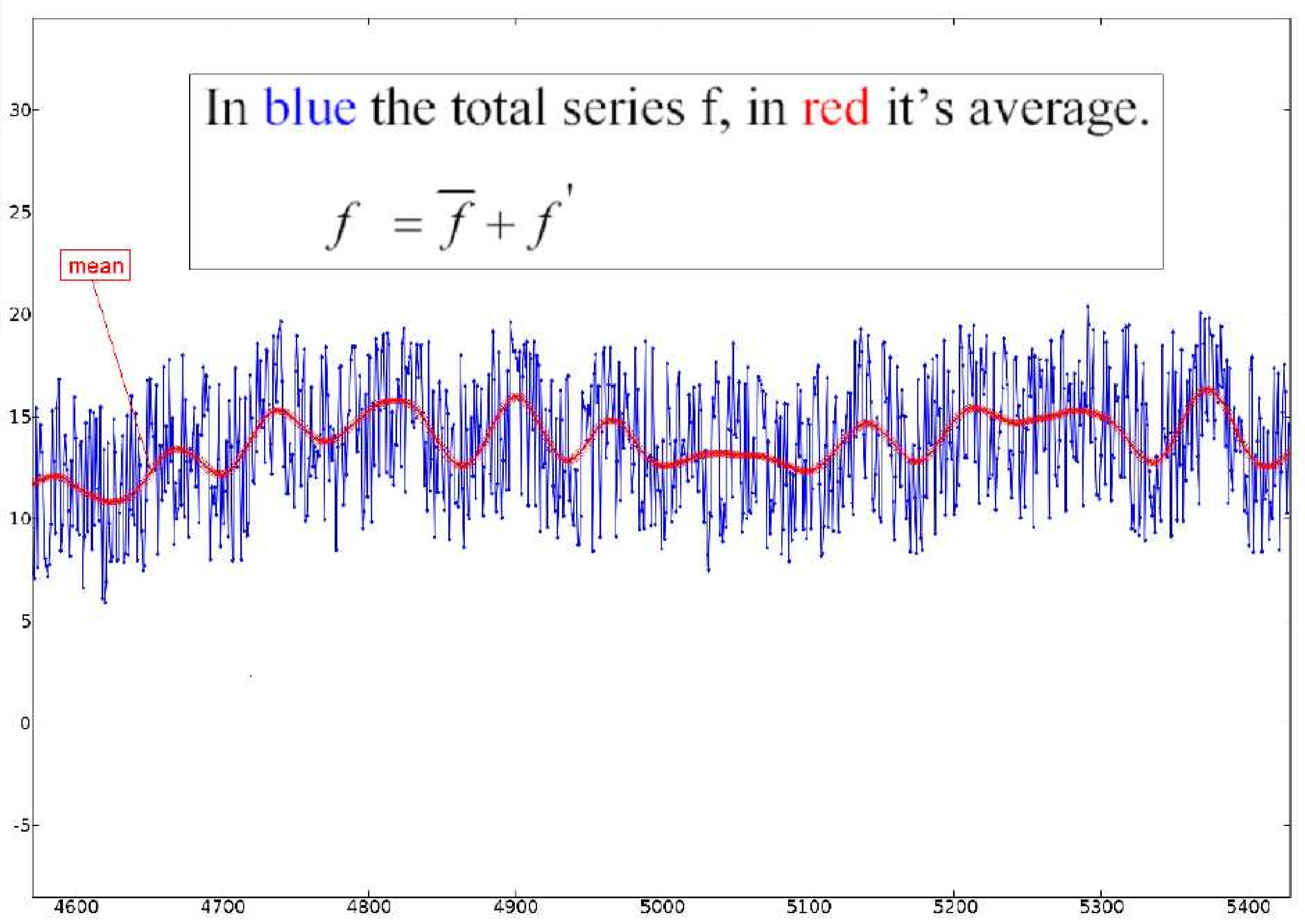
$$\overline{f+g} = \overline{f} + \overline{g} \qquad \overline{\alpha f} = \alpha \overline{f} \qquad \overline{f'} = 0 \qquad \overline{\overline{f}} = \overline{f} \qquad \overline{\frac{\partial f}{\partial x_i}} = \frac{\partial \overline{f}}{\partial x_i}$$

$$\overline{f\,g} = \overline{f}\,\overline{g} + \boxed{\overline{f'g'}} \longleftarrow$$

Terme de corrélation (double) turbulente inconnu !

La conséquence inhérente à l'approche statistique est un accroissement du nombres d'inconnus => modèles de fermeture

Décomposition de Reynolds d'une variable turbulente



Exercice : équation de Reynolds ?

- En appliquant l'opérateur de Reynolds aux variables turbulentes ***u,v,w,P,T*** vérifier que l'équation moyenne de continuité et l'équation moyenne de conservation de quantité de mouvements s'écrivent :

$$\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_j} = 0$$

$$\rho_0 \frac{d\overline{u}_i}{dt} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i}\right) \boxed{- \rho_0 \overline{u'_i u'_j}}\right] + \rho_0 \beta \overline{T} \delta_{i3} - 2\rho_0 \varepsilon_{ijk} \Omega_j \overline{u}_k$$

Tenseur des contraintes de Reynolds = frottements turbulents

- Cette dernière équation définie l'équation de Reynolds pour un fluide incompressible

Equations de Reynolds

$$U = \overline{U} + u' \quad V = \overline{V} + v' \quad W = \overline{W} + w' \quad P = \overline{P} + p' \quad T = \overline{T} + T'$$

Tenseur des contraintes de Reynolds (frottements turbulents)

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} + W\frac{\partial U}{\partial z} - fV = -\frac{1}{\rho_o}\frac{\partial P}{\partial x} \boxed{- \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z}}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial y} + W\frac{\partial V}{\partial z} + fU = -\frac{1}{\rho_o}\frac{\partial P}{\partial y} \boxed{- \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z}}$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + U\frac{\partial W}{\partial x} + V\frac{\partial W}{\partial y} + W\frac{\partial W}{\partial z} + 0 = -\frac{1}{\rho_o}\frac{\partial P}{\partial z} + \beta\overline{T}$$

Nb : Ici U, V, P désignent bien les valeurs moyennes

Modélisation phénoménologique des corrélations turbulentes

- **Pour une grandeur ϕ quelconque de la turbulence**

  Analogie entre les transferts de types diffusifs par agitation turbulentes et par agitations moléculaires

$$\overline{\phi' u'_j} = -\overline{u'l'}\frac{\partial \overline{\phi}}{\partial x_j} = -k_{\phi_t}\frac{\partial \overline{\phi}}{\partial x_j}$$

u': échelle de vitesse représentative du mvt turbulent [m.s]

l': échelle de longueur représentative du mvt turbulent [m]

$k_{\phi_t} = \overline{u'l'}$: diffusivité turbulente associée à ϕ [m^2.s^{-1}]

Concept de viscosité turbulente

[Boussinesq 1877]

- **Pour la quantité de mouvement**

$$-\rho\overline{u_i^{'}u_j^{'}} = \mu_t\left(\frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial\overline{u}_j}{\partial x_i}\right)-\frac{2}{3}\rho k\delta_{ij}$$

$$\frac{1}{\rho} \longrightarrow \quad -\overline{u_i^{'}u_j^{'}} = \nu_t\left(\frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial\overline{u}_j}{\partial x_i}\right)-\frac{2}{3}k\delta_{ij}$$

ν_t viscosité turbulente $[\mathrm{m}^2.\mathrm{s}^{-1}]$

Contrairement à la viscosité cinématique qui est une propriété intrinsèque du fluide, la viscosité turbulente est une propriété de l'écoulement : elle doit être modélisée par des échelles représentatives du mouvement turbulent

$$\boxed{\nu_t = \overline{u'l'}}$$

Équations moyenne de la CLA

Équation de continuité

$$\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_j} = 0$$

Équation de conservation de la quantité de mouvement

$$\rho_0 \frac{d\overline{u}_i}{dt} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \boxed{\mu_t}\right)\left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i}\right)\right] + \rho_0 \beta \overline{T} \delta_{i3} - 2\rho_0 \varepsilon_{ijk} \Omega_j \overline{u}_k$$

Equation de l'énergie

$$\rho_0 C_p \frac{d\overline{T}}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\lambda + \rho_0 C_p k_t\right)\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j}\right] \qquad k_t = \frac{\boxed{\mu_t}}{\rho_0 \Pr_t}$$

$\Pr_t$: nombre de Prandtl turbulent ~1 => processus dynamique qui fixe l'efficacité de la diffusivité thermique

$$\mu_t, \nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} \longleftarrow \textit{Inconnues !}$$

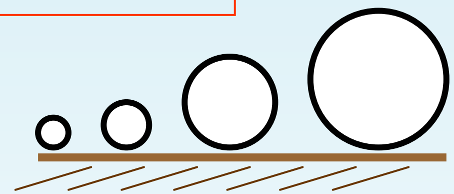
Fermeture à zéro équation de transport

[Prandtl]

- **Théorie de la longueur de mélange l_m**

Une seule échelle de la turbulence : l'=lm

$$l' = l_m = \kappa z : \text{longueur de mélange [m] et } \kappa = 0.41$$



$$u' = l_m \left| \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right|$$

$$\longrightarrow \quad \upsilon_t = \overline{u'l'} = l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right|$$

$\Rightarrow$ Excellents résultats pour les écoulements cisaillés simples

$\Rightarrow$ Mais manque d'universalité

$\Rightarrow$ Développement de modèles à 1 ou 2 équations de transport

$$\longrightarrow \quad \boxed{u' = \sqrt{k}}$$

Modèle de fermeture à 1 équation de transport

Modèle k-l : équation d'évolution de l'énergie cinétique moyenne du mouvement turbulent $k = \frac{1}{2}\overline{u_i' u_i'}$

$$\rho_0 \frac{dk}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + \rho_0 \left(P_k + P_h\right) - \rho_0 C_{l\varepsilon} \frac{k^{3/2}}{l_m}$$

Transport de k par diffusion turbulente, visqueuse et par pression fluctuante

Productions dynamique et thermiques de k

Taux de dissipation ε de l'énergie cinétique moyenne du mvt turbulent

$$\boxed{\mu_t = \rho_0 C_{l\mu} l_m \sqrt{k}}$$

$$l_m = \frac{\kappa z}{1 + \frac{\kappa z}{l_{00}}} : [Blackadar\ \ 62\,]$$

l_m	σ_k	$C_{l\varepsilon}$	$C_{l\mu}$	P_{rt}
κz	1.66	0.16	0.54	0.95

Longueur de mélange et constantes du modèle $k-l$ dans la couche de surface ($z < 200\ m$), en régime de convection forcée [Pielke 84, Chassaing 00]

Modèle de fermeture à 2 équations de transport

Modèle k-e : équation de k + équation d'évolution du taux de dissipation (pseudo-dissipation) $\varepsilon = \nu \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}}$

$$\rho_0 \frac{d\varepsilon}{dt} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]}_{\text{Transport de } \varepsilon \text{ par diffusion turbulente, visqueuse et par pression fluctuante}} + \underbrace{\rho_0 C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}\left(P_k + P_h\right)}_{\text{Productions de } \varepsilon} - \underbrace{\rho_0 C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k}}_{\text{Dissipation de } \varepsilon \text{ par action de la viscosité}}$$

$$\boxed{\mu_t = \rho_0 C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}}$$

σ_k	σ_ε	P_{rt}	$C_\mu{}^a$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$
1	1.3	0.95	0.09	1.44	1.92

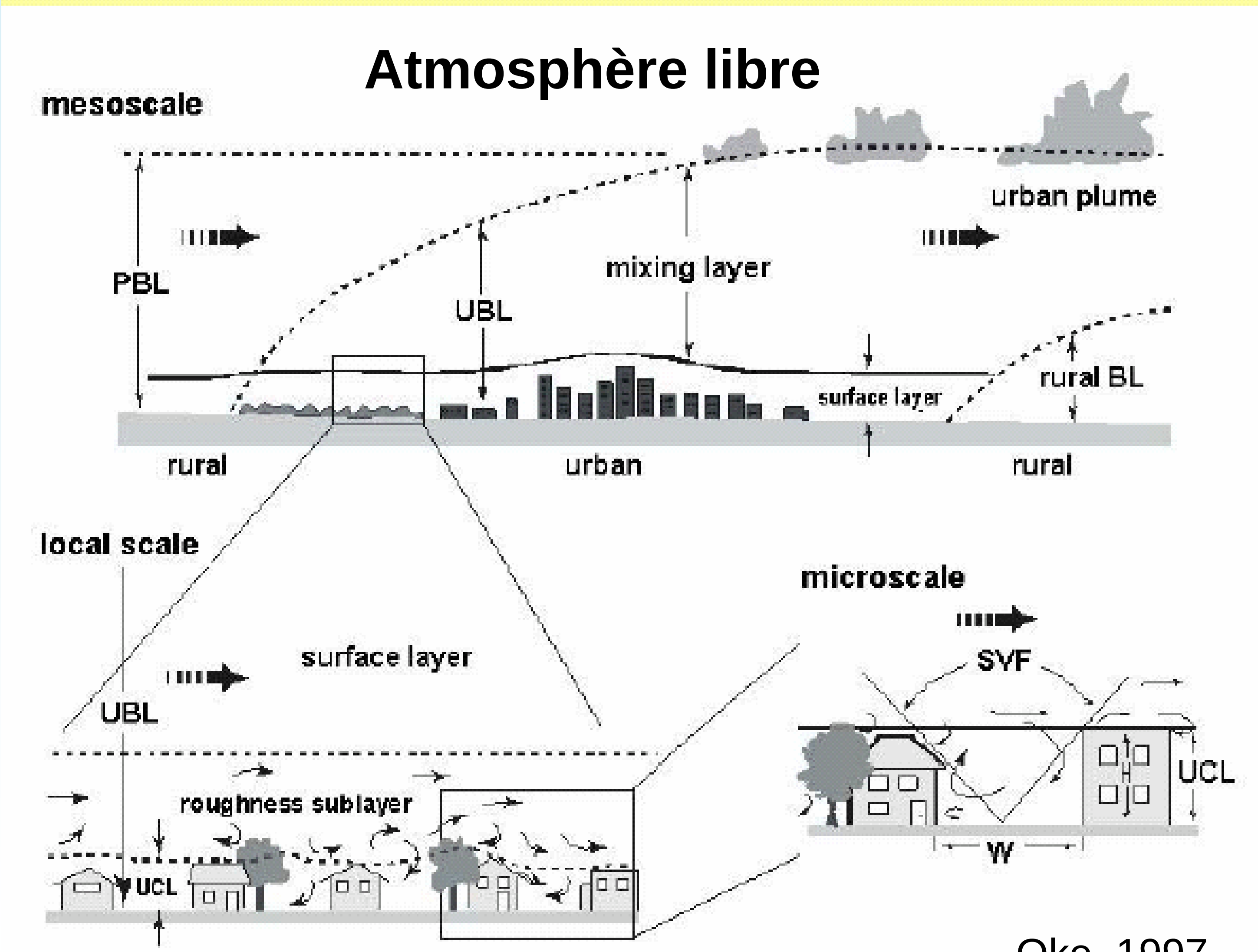
Constantes du modèle $k - \varepsilon$ standard [Launder 74]

Turbulence et stabilité

Production thermique → $P_h = \beta \overline{T' u_i'} \delta_{i3}$ $\quad$ $P_k = -\overline{u_i' u_j'} \dfrac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$ ← Production dynamique

- $P_h > 0$ $\overline{T' w'} > 0$
  - La turbulence est d'origine thermique et dynamique (amplifiée)
  - Régime de convection mixte
  - CLA en stratification instable (profil de T suradiabatique, jour)
- $P_h = 0$ $\overline{T' w'} = 0$
  - La turbulence est uniquement d'origine dynamique
  - Régime quasi-neutre ou de convection forcée : la température est un scalaire passif (couverture nuageuse importante)
- $P_h < 0$ $\overline{T' w'} < 0$
  - La production gravitationnelle se comporte comme un terme puits vis-à-vis de la turbulence qui ne pourra se maintenir que si $P_k > - P_h$
  - CLA en stratification stable (profil en condition d'inversion, nuit)
  - Situation extrême, turbulence inhibée $P_k \to 0$: régime de convection libre, stratification très stable

Les différentes sous-couches de la CLA



Oke, 1997

Structure de la CLA

ATMOSPHÈRE LIBRE — I — Équilibre des forces de
- Pression
- Coriolis

Théorie géostrophique

COUCHE LIMITE DE TRANSITION Ou couche d'Ekman — II — Équilibre des forces de
- Pression
- Coriolis
- Reynolds

Théorie Rossby et Zilitinkevich - Deardorff

COUCHE LIMITE SUPERFICIELLE (CLS) — $0.1\, h_{CLA}$

Théorie de Monin - Obukhov

III

SCI

$$\overline{u'w'} = -\frac{\tau_0}{\rho} = -u_*^2$$

$$\overline{v'w'} = 0$$

$$\overline{T'w'} = \frac{Q_0}{\rho C_p} = -u_* T_*$$

Flux Constants

$$\beta, u_*, T_*$$

$$L_{MO} = \frac{u_*^2}{\kappa \beta T_*}$$

$$\xi = \frac{z}{L_{MO}}$$

$2\, h_s$

SCR — h_s

IV — u_* — Q_0

$$z_0 = \frac{h_s}{10}$$

Atmosphère libre : vent géostrophique

I

- **Approximations du modèle**
  - Hypothèse d'homogénéité horizontale (sauf pour P) $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \approx 0$
  - Ecoulement stationnaire $\frac{\partial}{\partial t} \approx 0$
  - Turbulence négligeable
  - Diffusion moléculaire négligeable
  - Adhérence à la surface
- **Equations de continuité** $\overline{w} = 0$
- **Equations du mouvement du vent géostrophique**

$$-fv_g = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$+fu_g = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$

Couche d'Ekman (1)

II

- **Approximations du modèle**
  - Hypothèse d'homogénéité horizontale (sauf pour P) $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \approx 0$
  - Ecoulement stationnaire $\frac{\partial}{\partial t} \approx 0$
  - Vent géostrophique à la limite supérieure
  - Diffusion moléculaire négligeable
  - Adhérence à la surface

$$\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} - f(\overline{\mathrm{v}} - v_g) = 0$$

$$\frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} + f(\overline{u} - u_g) = 0$$

K_u : coefficient d'échange turbulent

$$\overline{u'w'} = -K_u \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \qquad \overline{v'w'} = -K_u \frac{\partial \overline{\mathrm{v}}}{\partial z}$$

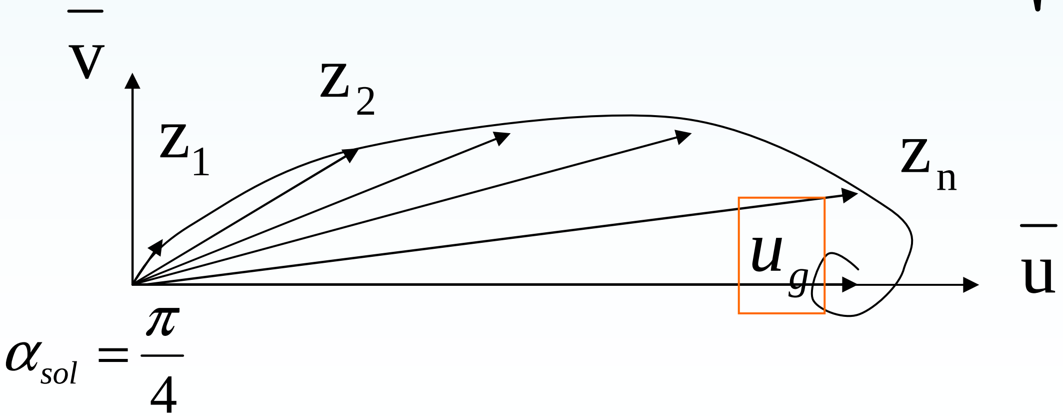
Couche d'Ekman (2)

- **Hypothèse supplémentaire :** K_u est pris constant

$$U = \overline{u} + i\overline{v} \qquad U_g = u_g + i v_g$$

- **Spirale d'Ekman**

$$K_u \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - if\,(U - U_g) = 0 \longrightarrow \left|\begin{array}{l} \overline{u}(z) = U_g\,(1 - e^{-kz}\cos(kz)) \\ \overline{v}(z) = U_g e^{-kz}\sin(kz) \\ k = \sqrt{\dfrac{f}{2K_u}} \end{array}\right.$$



$$\boxed{h_{cla} \Rightarrow \overline{u}(h_{cla}) = u_g}$$

U_g=10 m/s, V_g=0
K_u= 5 m^2s^{-1}, f=7.29 10^{-5}
=> hcla=1050 m

Le modèle d'Ekman explique la rotation du vent avec l'altitude

Couche de surface ou sous-couche inertielle

III

- Hypothèses de la couche de la surface (~ 0.1 hcla)
  - Direction du vent constante, effet de Coriolis négligeable
  - Écoulement développé suivant x

$$\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \rho \overline{u'w'} = \tau_0 \qquad\qquad -\lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \rho C_p \overline{T'w'} = Q_0$$

τ_0 : contrainte de cisaillement au sol [kg.m^{-1}.s^{-2}]

Q_0 : densité de flux de chaleur sensible [W.m^{-2}]

- Les transferts turbulents sont déterminés par l'interaction avec la surface : les flux turbulents sont constants et égaux à leur valeur à la surface terrestre considérée comme homogène => **Définition de 2 échelles caractéristiques constantes dans la CLA**

$$u_* = (\tau_0 / \rho)^{1/2} \text{ : vitesse de frottement [m.s}^{-1}\text{]}$$

$$u_* \theta_* = -Q_0 / (\rho C_p) \text{ avec } \theta_* \text{ température de frottement [K]}$$

Exercice : variation de la vitesse dans la couche de surface neutre

III

- En utilisant les relations de la couche de surface et en négligeant les flux moléculaires, exprimer la loi de variation de u.
- On définit par z0 la rugosité dynamique où la vitesse s'annule. La longueur de mélange est donnée par la loi $l = \kappa z$

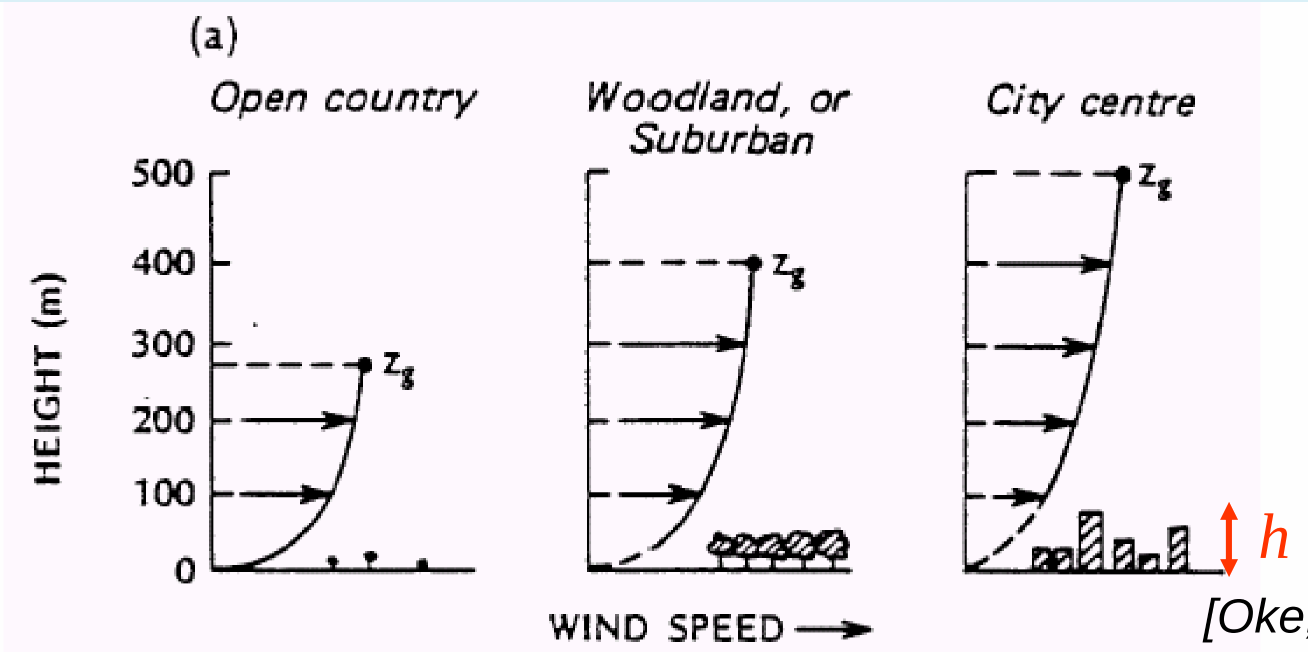
$$\cancel{\nu \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}} - \overline{u'w'} = \frac{\tau_0}{\rho} = u_*^2$$

$$\overline{u'w'} = -\nu_t \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} = -l'^2 \left|\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}\right| \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} = -\kappa^2 z^2 \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}\right)^2$$

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa z} \xrightarrow[\int_{z_0}^{z}]{} \overline{u}(z) = \frac{u_*}{\kappa z} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

Couche de surface neutre

- **Variation logarithmique de la vitesse moyenne du vent**



[Oke, 1987]

z_0~ 0.05m z_0~ 0.5m z_0~ 1m

$$\bar{u}(z) = \frac{u_*}{\kappa} ln\left(\frac{z-d}{z_0}\right) \qquad z > 2h$$

$$\bar{u}(z) = 0 \qquad z = z_0 + d$$

Paramètres macroscopiques des surfaces : hauteurs de

- Rugosité $z_0 = \dfrac{h}{10}$
- Déplacement $d = 0.7h$

Couche de surface non-neutre

III

- Paroi rugueuse - Stratification quelconque -

Profil de vitesse

$$\cancel{\bar{u} = \frac{u_*}{\kappa}\ln\left(\frac{z-d}{z_0}\right)}$$

Flux turbulent de quantité de mvt

$$\cancel{\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa z}}$$

Profil de température

$$\cancel{\bar{T} - \bar{T}_s = \frac{P_{rt}\theta_*}{\kappa}\ln\left(\frac{z-d}{z_{0h}}\right)}$$

Flux turbulent de chaleur

$$\cancel{\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = \frac{\theta_*}{\kappa z}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\text{Théorie de Monin et Obukhov}}$$

Théorie de similitude de Monin et Obukhov (1954)

III

- **Longueur de Monin-Obukhov** définie une échelle de longueur pour la flottabilité

$$L = -\frac{u_*^3}{\kappa\beta\overline{T'w'}} = -\frac{u_*^3}{\kappa\beta}\left(\frac{\rho C_p}{Q_0}\right) = \frac{u_*^2}{\kappa\beta\theta_*}$$

- **Indice de Monin-Obukhov** est une mesure des effets relatifs du cisaillement et de la flottabilité

$$\xi = \frac{z}{L}$$

$\xi > 0 \quad L > 0$ Stratification stable

$\xi = 0 \quad L \to +\infty$ Stratification neutre

$\xi < 0 \quad L < 0$ Stratification instable

- **Théorie de similitude** Toutes les dérivées locales verticales des variables moyennes turbulentes adimensionnées par des échelles pertinentes s'expriment par des fonctions universelles de ξ

Échelles pertinentes : u_*, θ_*, L $\Rightarrow$ $\dfrac{M(z)}{M_*} = f_M(\xi)$

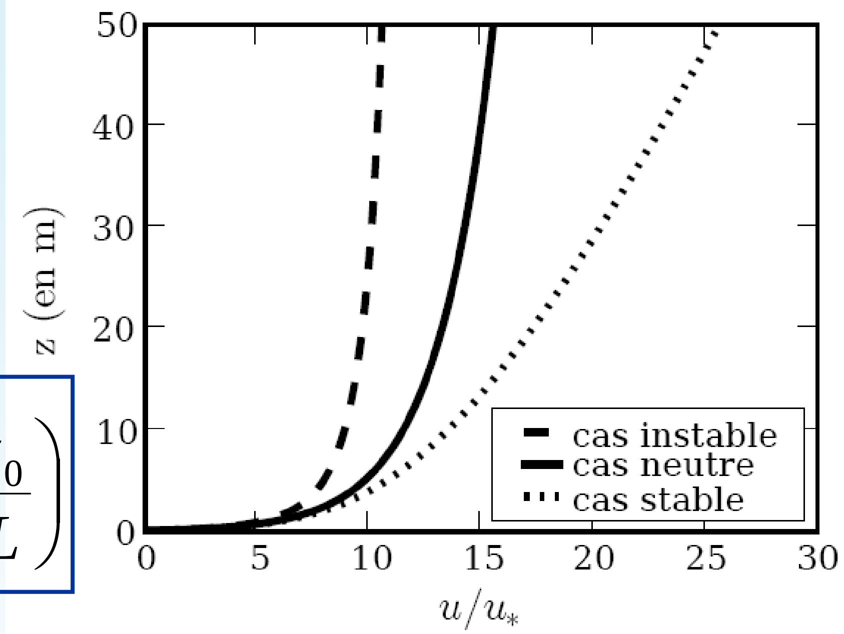
=>Les caractéristiques des processus turbulents ne dépendent que de ξ

Corrections des flux et des profils turbulents

- Paroi rugueuse - Stratification quelconque -

Flux turbulents

$$\frac{\kappa z}{u_*}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} = \boxed{\phi_m(\xi)} \qquad \frac{\kappa z}{\theta_*}\frac{\partial \overline{T}}{\partial z} = \boxed{\phi_h(\xi)}$$



Profil de vitesse

$$\overline{u}(z) = \frac{u_*}{\kappa} ln\left(\frac{z-d}{z_0}\right) \boxed{-\psi_m\left(\frac{z-d}{L}\right)+\psi_m\left(\frac{z_0}{L}\right)}$$

Profil de température

$$\overline{T}(z) - \overline{T}_s = \frac{P_{rt}\theta_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z-d}{z_{0h}}\right) \boxed{-\psi_h\left(\frac{z-d}{L}\right)+\psi_h\left(\frac{z_{0h}}{L}\right)}$$

En stratification thermique, les profils verticaux sont représentés par des expressions pseudo-logarithmiques

Fonctions de similitude exemple de Businger et Dyer

III

Les fonctions universelles sont les mêmes quelle que soit la couche limite de surface

- **Correction des flux turbulents**
  - Stratification stable $\phi_m(\xi)=\phi_h(\xi)=1+5\xi \quad \text{pour} \quad 0\leq\xi<1$
  - Stratification instable $\phi_m^2(\xi)=\phi_h(\xi)=(1-15\xi)^{-1/2} \text{pour} \quad -5<\xi<0$

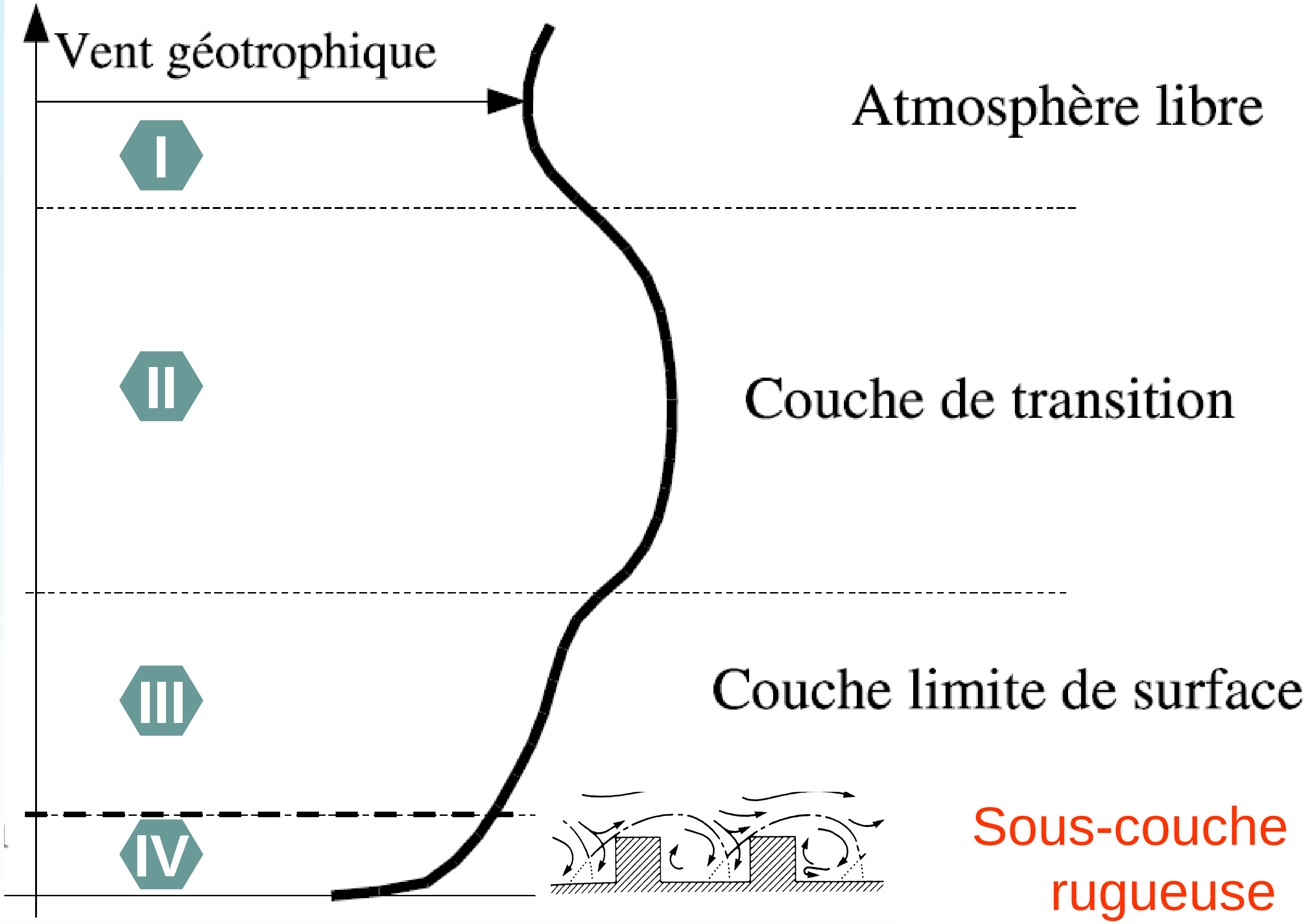
- **Correction des profils turbulents**

$$\psi(\xi)=\int_{\frac{z_0}{L}}^{\frac{z-d}{L}}\frac{(1-\phi(\xi))}{\xi}d\xi$$

- **Définition du nombre de Prandtl turbulent**

$$P_{rt}=\frac{\nu_t}{k_t}=\frac{\phi_h(\xi)}{\phi_m(\xi)}$$

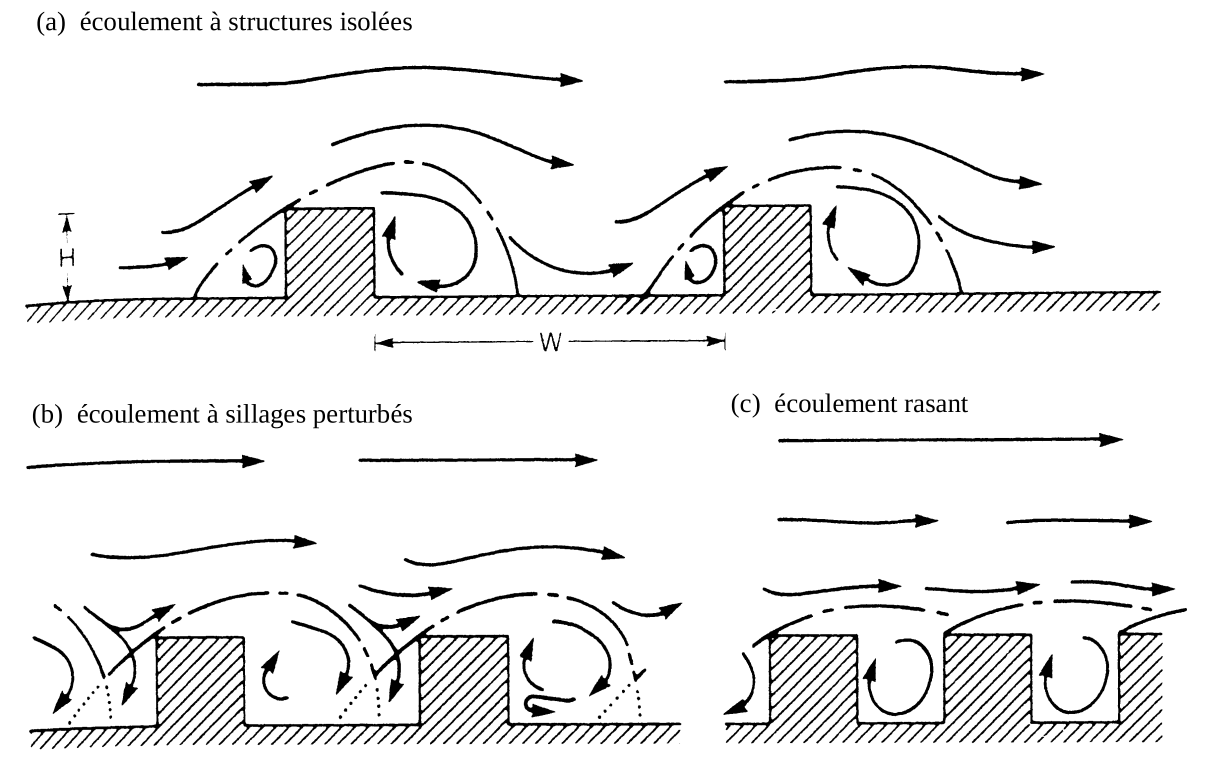
Sous-couche rugueuse



Différents régimes d'écoulement
Obstacles non poreux

IV

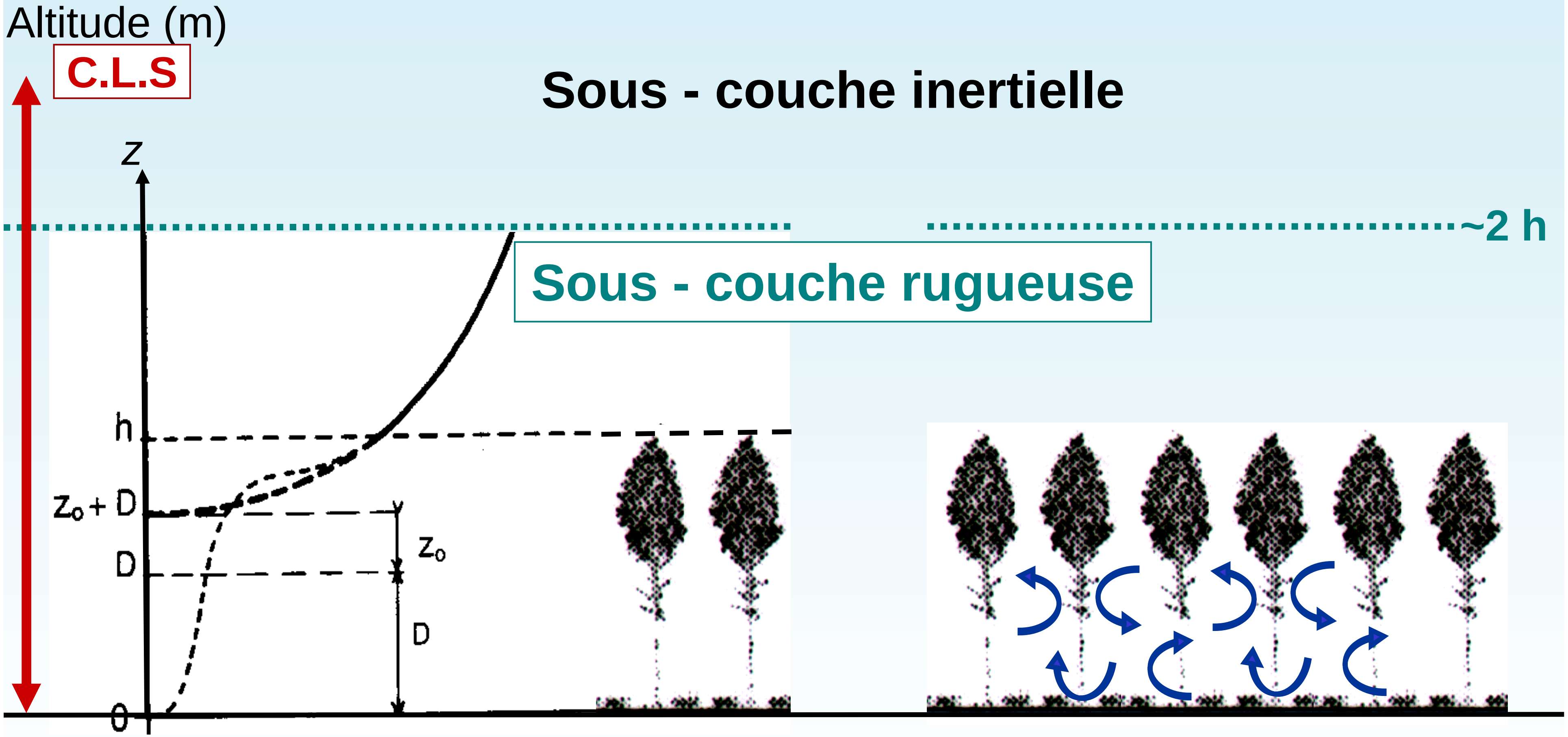
[Oke, 1988]



- H / W < 0.15 − 0.2 : les zones de recirculation n'interagissent pas 2 deux tourbillons co-rotatifs
- 0.15 − 0.2 < H / W < 0.65 : les zones de recirculation interagissent, l'écoulement est complexe
- H / W > 0.65 : un seul tourbillon. Ecoulement extérieur peu affecté par la rugosité => régime affleurant

Sous-couche rugueuse
Canopée végétale

IV



• **Paramétrage du sol par des** **lois de paroi**

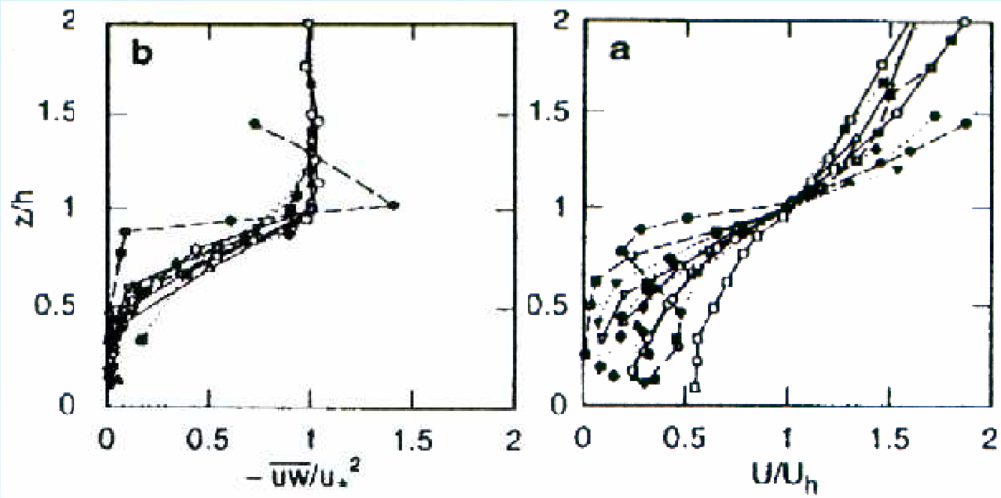
Végétation = surface

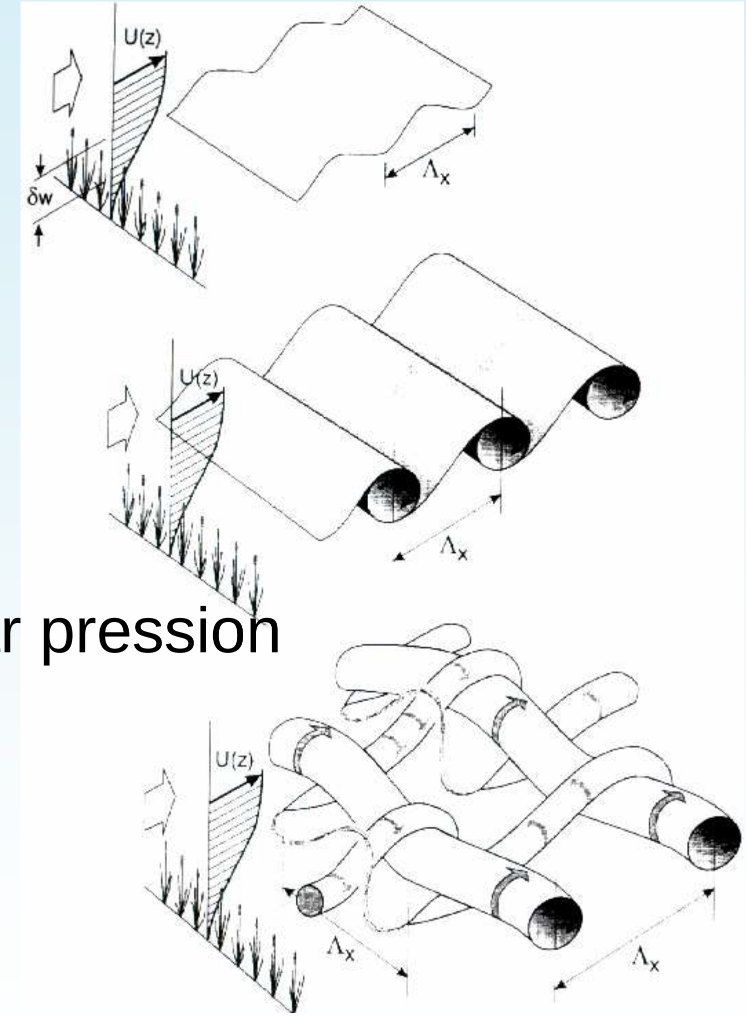
• **Équations spécifiques dans la végétation**

Végétation = volume

Écoulement turbulent dans une canopée végétale

IV





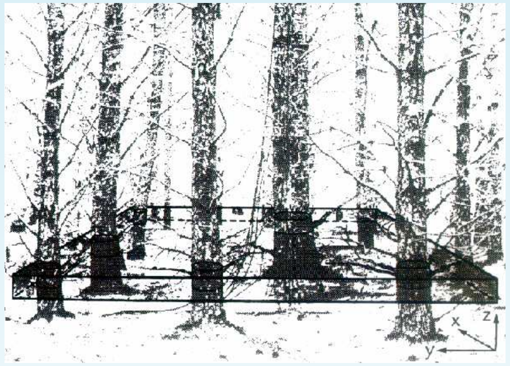
Interaction végétation-écoulement :

- Flux qdm non conservatif absorbé par pression et viscosité par les végétaux
- Analogie avec la couche de mélange
- Turbulence très intermittente
- Génération de sillages turbulents

Modélisation de l'écoulement turbulent dans un couvert végétal

IV

- **Définition d'un opérateur moyenne spatio-temporelle**
  - Moyenne temporelle $f = \overline{f} + f'$
  - Moyenne spatiale $\overline{f} = \langle \overline{f} \rangle + \overline{f}''$
  - Problème de fermeture $\langle \overline{u_i' u_j'} \rangle + \langle \overline{u}_i'' \overline{u}_j'' \rangle$
  - Flux turbulents



$$\rho_r \langle \overline{u_i' u_j'} \rangle + \rho_r \langle \overline{u}_i'' \overline{u}_j'' \rangle = \frac{2}{3}\rho \langle k \rangle \delta_{ij} + \mu_t \left(\frac{\partial \langle \overline{u}_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle \overline{u}_j \rangle}{\partial x_i} \right)$$

Flux turbulents **Flux dispersifs**

- **Modèle de type k-ε de canopée**

$$Eq\langle \overline{u} \rangle - \rho_r C_d(z) a(z) \sqrt{\langle \overline{u}_j \rangle \langle \overline{u}_j \rangle} \langle \overline{u}_i \rangle$$

Force due à l'absorption par la végétation

Coefficient de traînée

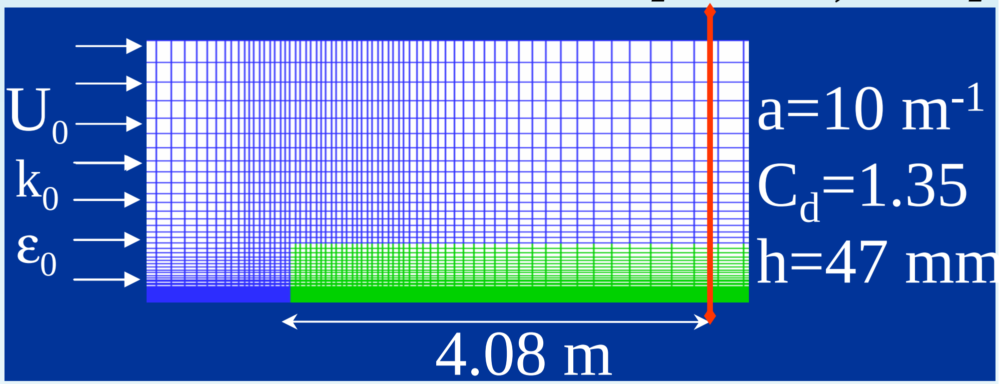
Densité de surface foliaire frontale

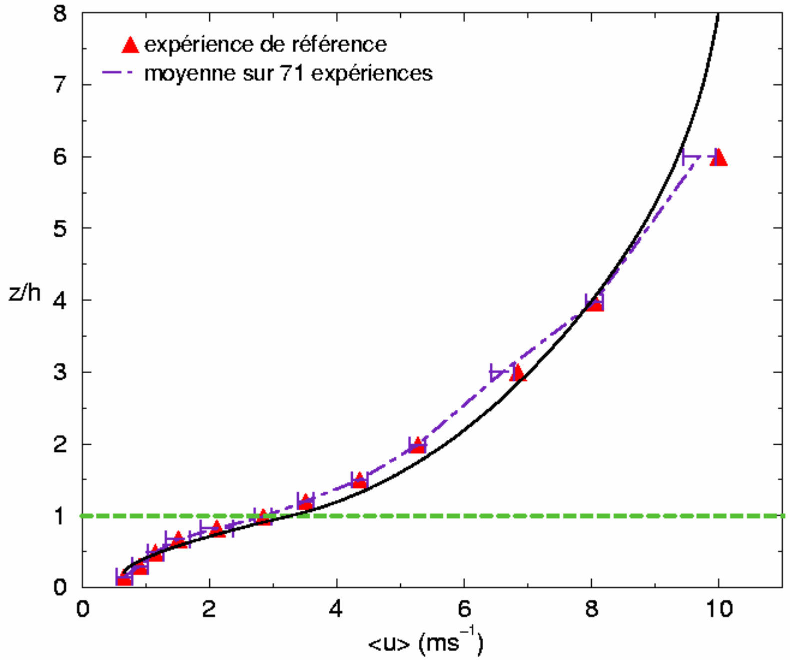
- $Eq\langle k \rangle + P_w - \varepsilon_w$
- $Eq\langle \varepsilon \rangle + P_{\varepsilon_w} - D_{\varepsilon_w}$

Ecoulement dans un couvert végétal

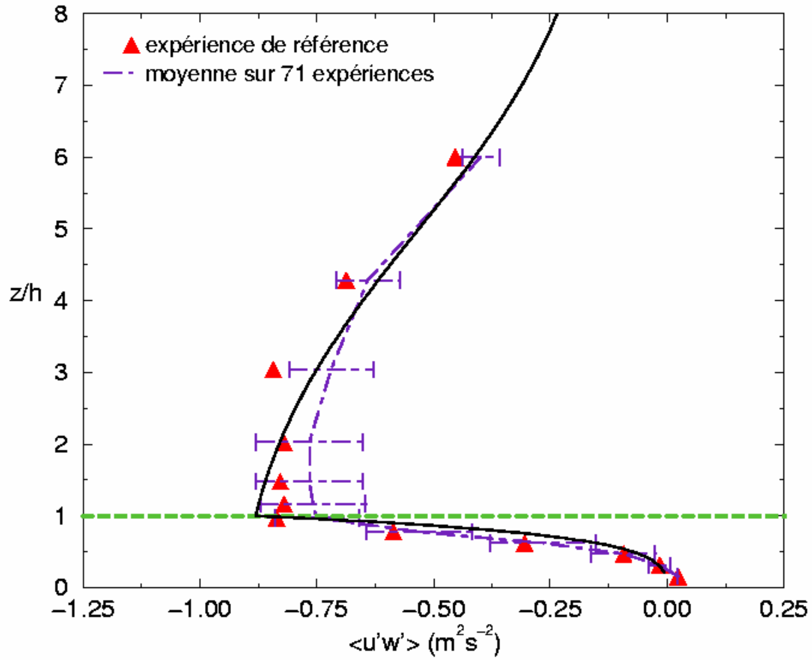
IV

[Foudhil, 2002]



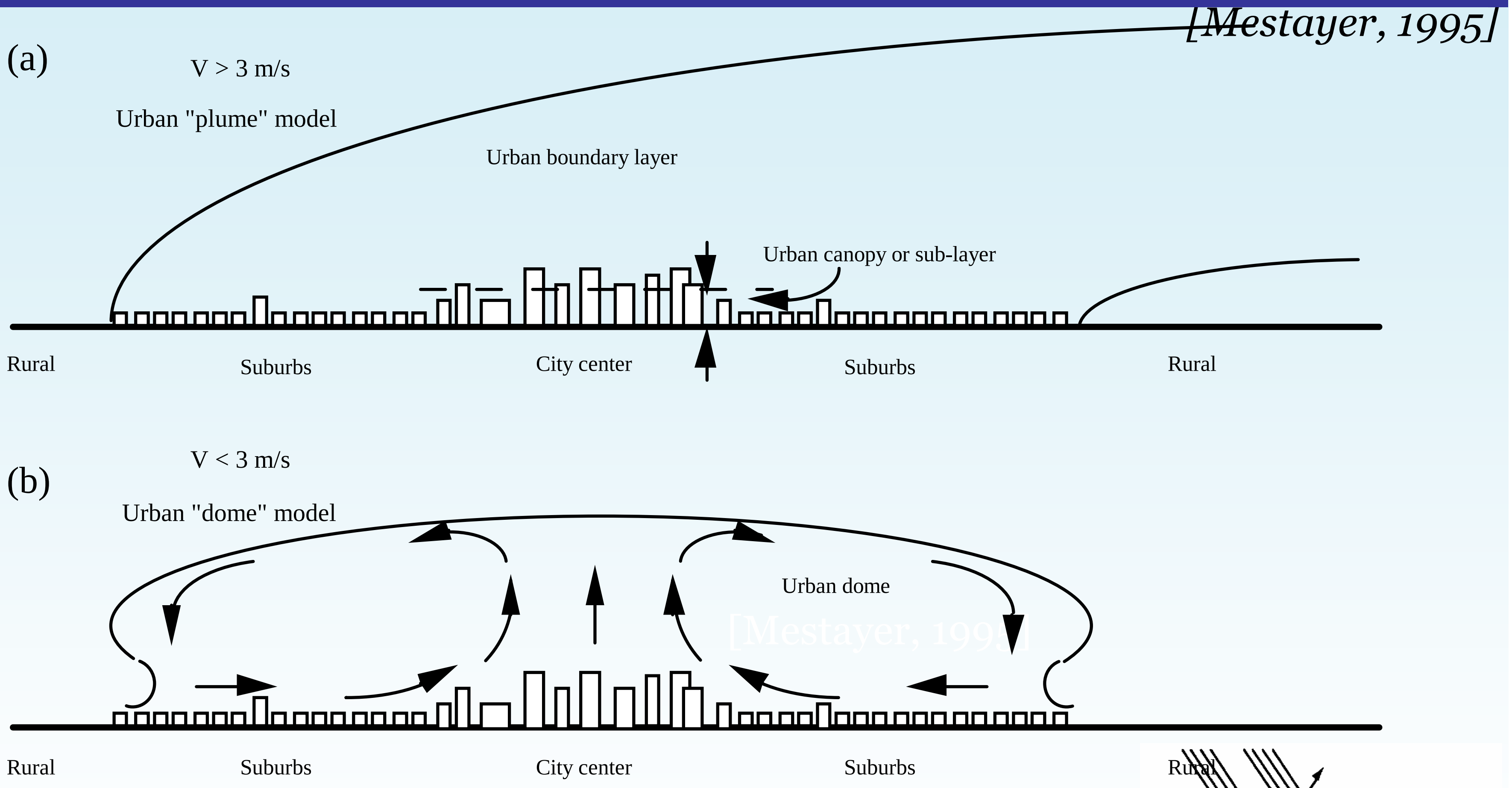


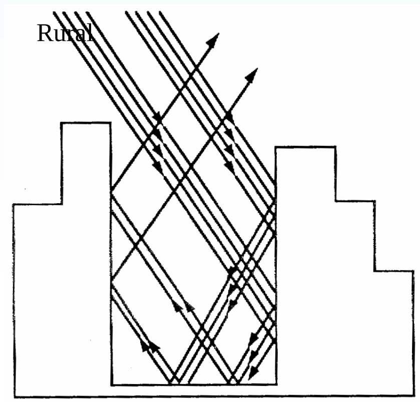
Vitesse moyenne horizontale (ms^{-1})



Flux turbulent (m^{2}s^{-2})

Couche limite urbaine

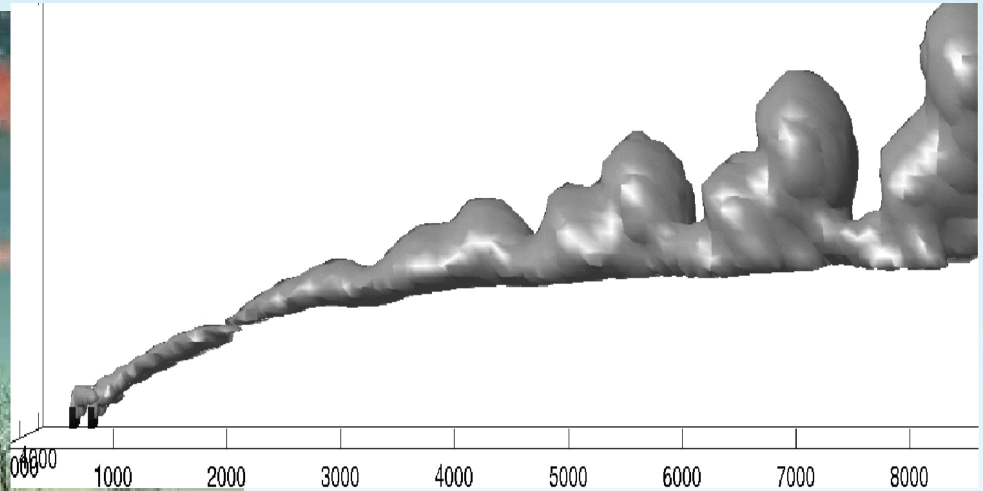


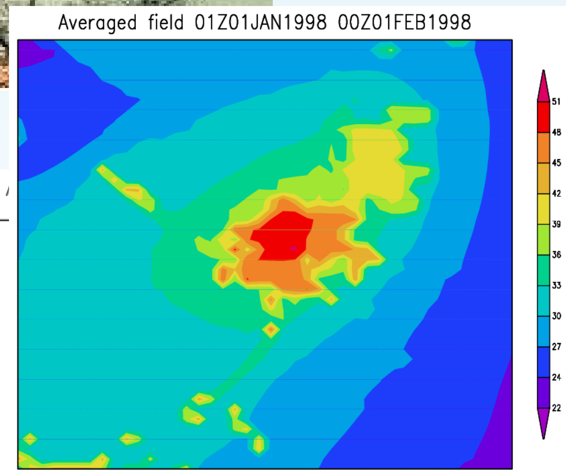


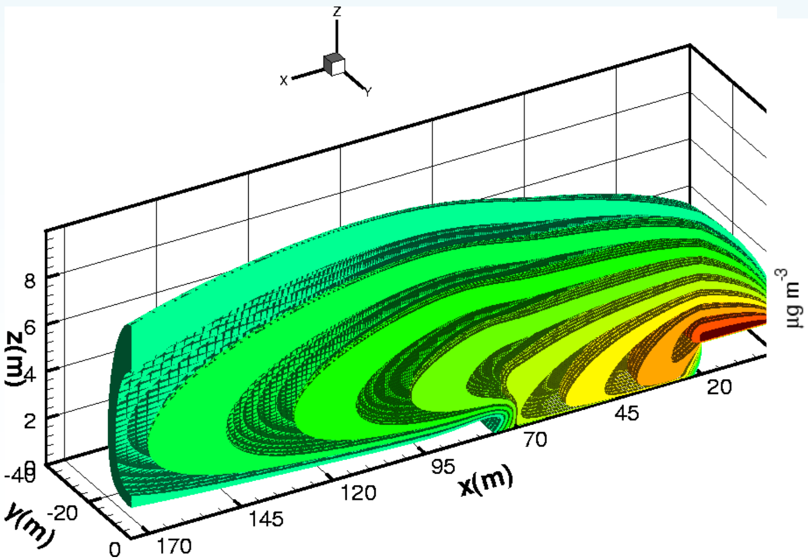
- Existence d'îlot de chaleur

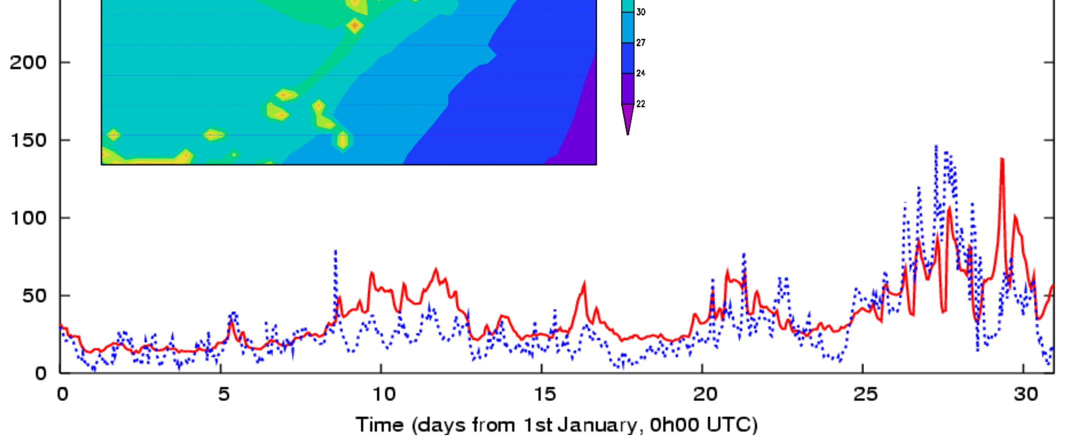
  - Activité anthropique
  - Diminution des vents
  - Modification du bilan thermique

La dispersion atmosphérique









Transport de matière
considérations générales

- **On s'intéresse au transport d'une « entité » ou « grandeur physique » dans le fluide par le fluide**
  - Substance en suspension intrinsèque : certains polluants, colorant, vapeur d'eau (particules très fines non-décantantes)
  - Particules solides en suspension : pollen, sable, aérosols, métaux lourds (particules décantantes)
  - Mais également : chaleur, quantité de mouvement

- **On définit la concentration locale**

$$C(x_i, t) \equiv \frac{\text{masse de la substance}}{\text{volume du fluide (mélange)}}$$

- **De nombreuses unités usitées**
  - Particule/m^3 ; mol/m^3 ; μg/m^3 ; fraction massique m_{esp}/m_{air}; partie par million ppm ; partie par billion ppb ; partie par trillion ppt
  - Exemples : particules biotiques en spore.10^3/m^3 - O3 en μg/m^3 CO2 en ppm et CFC en ppt

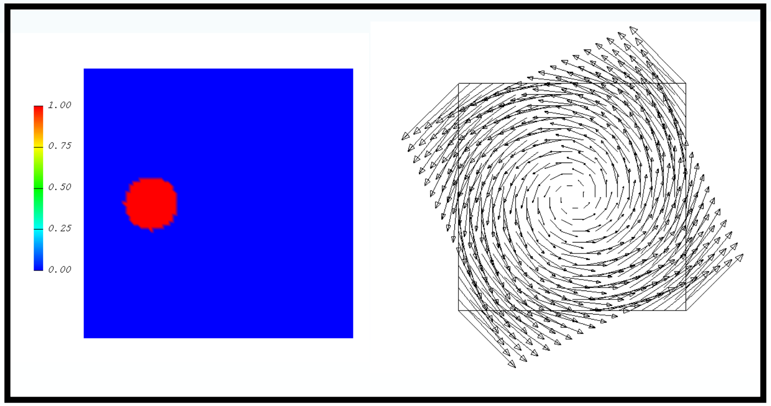
Processus de transport considérations générales

- **Par diffusion moléculaire : processus irréversible**
  - Loi de Fick : une substance dans un mélange a tendance à uniformiser sa répartition => il se forme un flux des zones de forte concentration vers les zones de faible concentration

$$q_j = -k_c \frac{\partial C}{\partial x_j} \equiv flux_{\text{suivant } j}$$

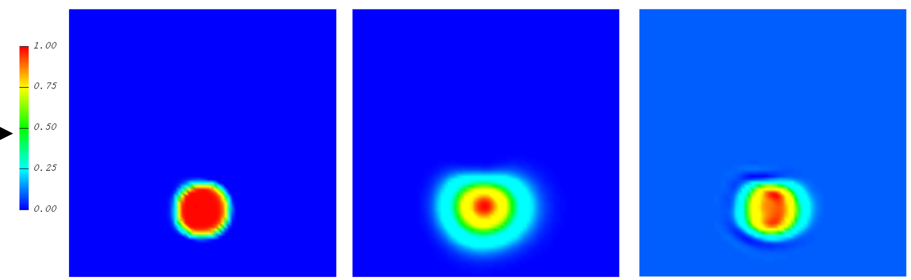
$$k_c : \text{diffusivité massique moléculaire } \left[m^2.s^{-1}\right]$$

- **Par convection par l'écoulement : processus réversible**



Champ de vitesse tournant

Après 1/4 de cercle



TVD Upwind Quick

Dispersion atmosphérique considérations générales

[Aylor, 1978]

Concentration → $\overline{C}(x_i,t)=Q(t)T(x_i,t)$ ← *Transport dans l'atmosphère*

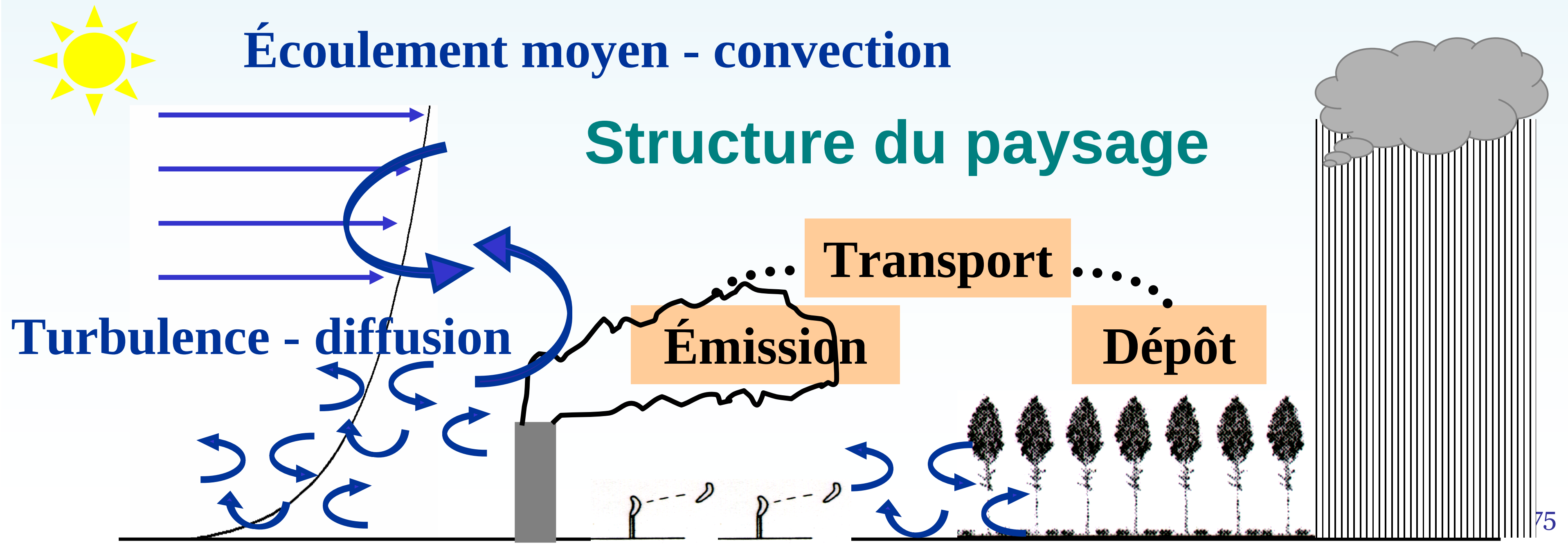
connue si

Quantité émise par unité de temps

Quantité déposée par unité de surface et de temps connue si → $F_d(x_i,t)=v_d(x_i,t)\,\overline{C}(x_i,t)$ ← *Concentration*

Vitesse de dépôt

Difficulté d'appréhender tous ces processus qui sont corrélés !!!



Dispersion atmosphérique considérations générales

[McCartney, 1990]

$$x = \frac{\bar{u}\,H}{v_s}$$

Distance parcourue par une particule (m)

Vitesse caractéristique du vent (m/s)

Hauteur de la source (m)

Vitesse de sédimentation (m/s)

- u exprime le rôle majeur du vent dans le transport atmosphérique

- H détermine la dispersion initiale d'un panache : une source élevée contribue à augmenter les distances de dispersion

  => importance de la position de la surface émettrice

- v_s va caractériser le dépôt des particules par effet de gravité : le dépôt des particules lourdes a lieu plus rapidement à l'aval d'une source alors qu'il est plus étalé pour les particules fines

  => potentiel de dispersion d'une particule

Modélisation de la dispersion atmosphérique

- **La dispersion atmosphérique comporte 3 évènements importants**
  - Émission : rejet artificiel, libération « naturelle » (active), mise en suspension (passive)
  - **Transport par le vent dans l'atmosphère**
  - Dépôt au sol : sec ou humide

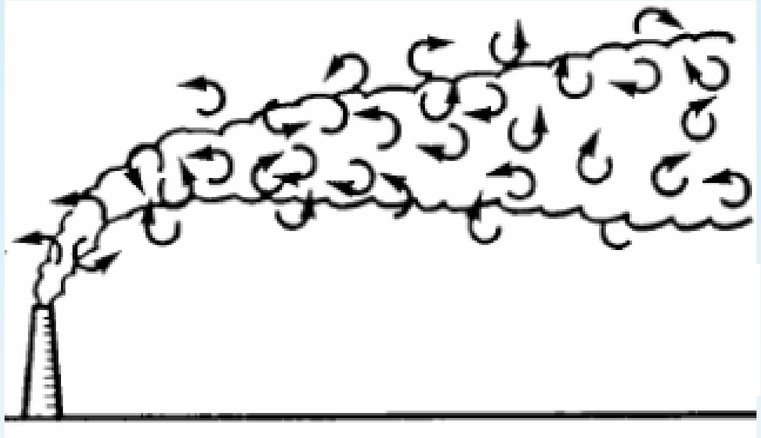
- **Paramètres influençant ces processus**
  - Conditions météorologiques : vitesse du vent, stabilité atmosphérique, turbulence, pluie
  - Structure du paysage : obstacles, relief, occupation du sol (rugosités, couverts végétaux, surfaces humides)
  - Types de particules : lourde, légère, réactive…

- **Outils mathématiques : modèles de transport**

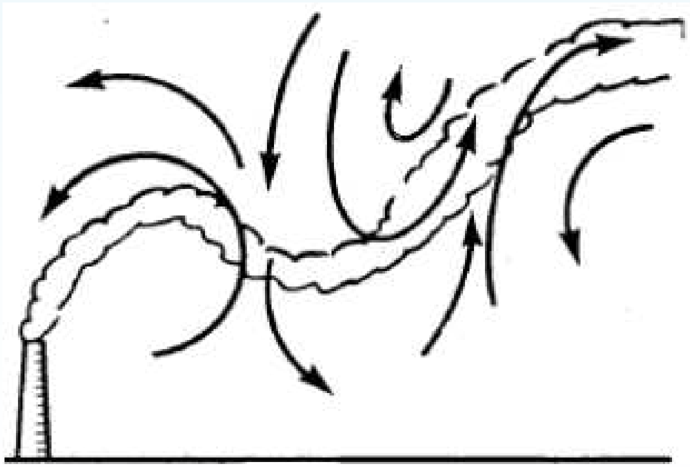
Plan

- **Les modèles empiriques**
  - Observations expérimentales
    - In situ
    - Soufflerie, canal hydraulique
- **Modèles physiques**
  - Analytiques
    - Gaussien de panache (plume)
    - Modèle Gaussien à bouffées (puff)
  - Modèles numériques tridimensionnels
    - Modèle Lagrangien stochastique
    - Modèle Eulérien diffusif
  - Avantages et inconvénients
  - Exemples de simulations avec des codes CFD

Turbulence atmosphérique et dispersion



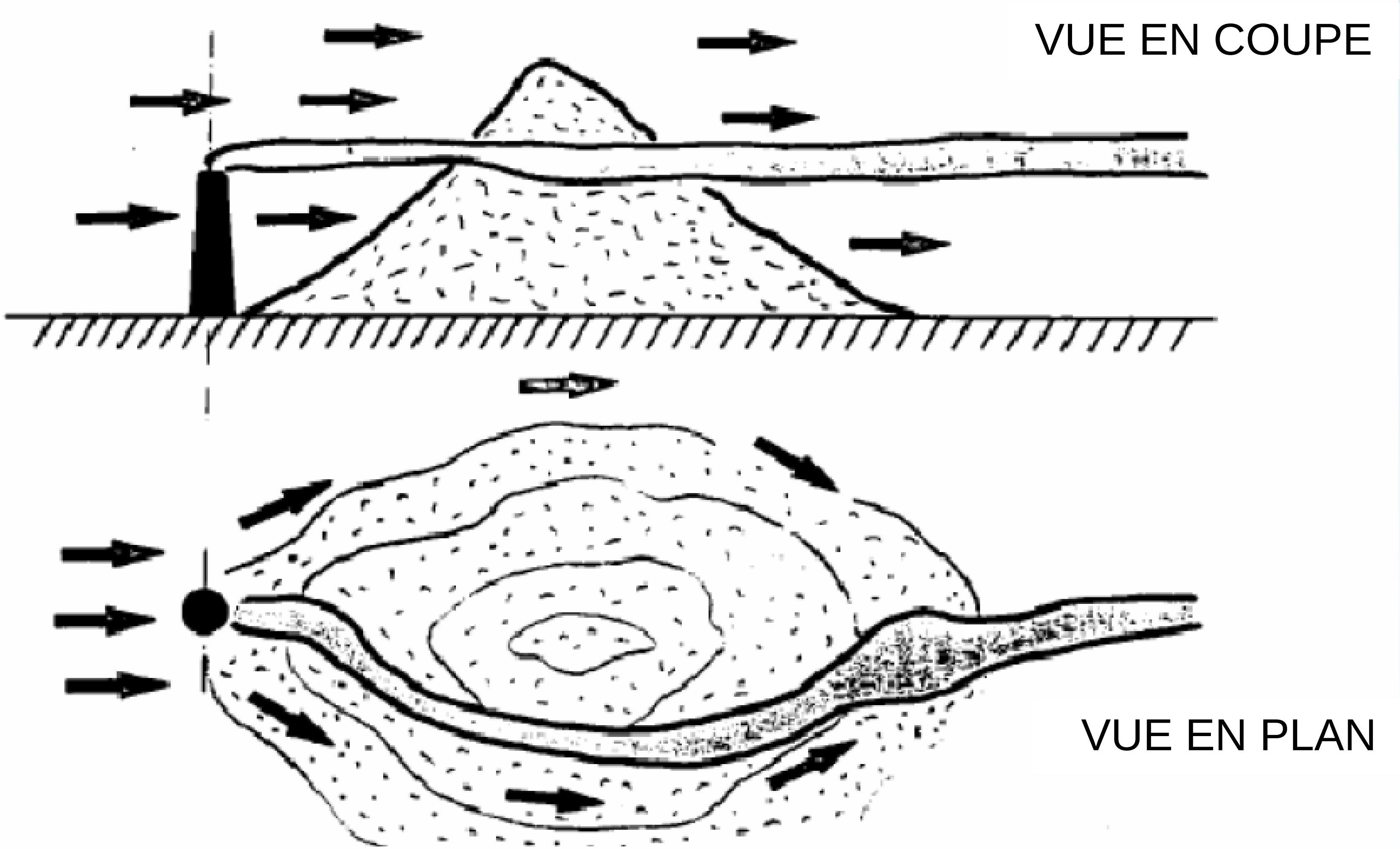
- **Petits tourbillons** : accroissement régulier de la section du panache



- **Grands tourbillons** : oscillations du panache

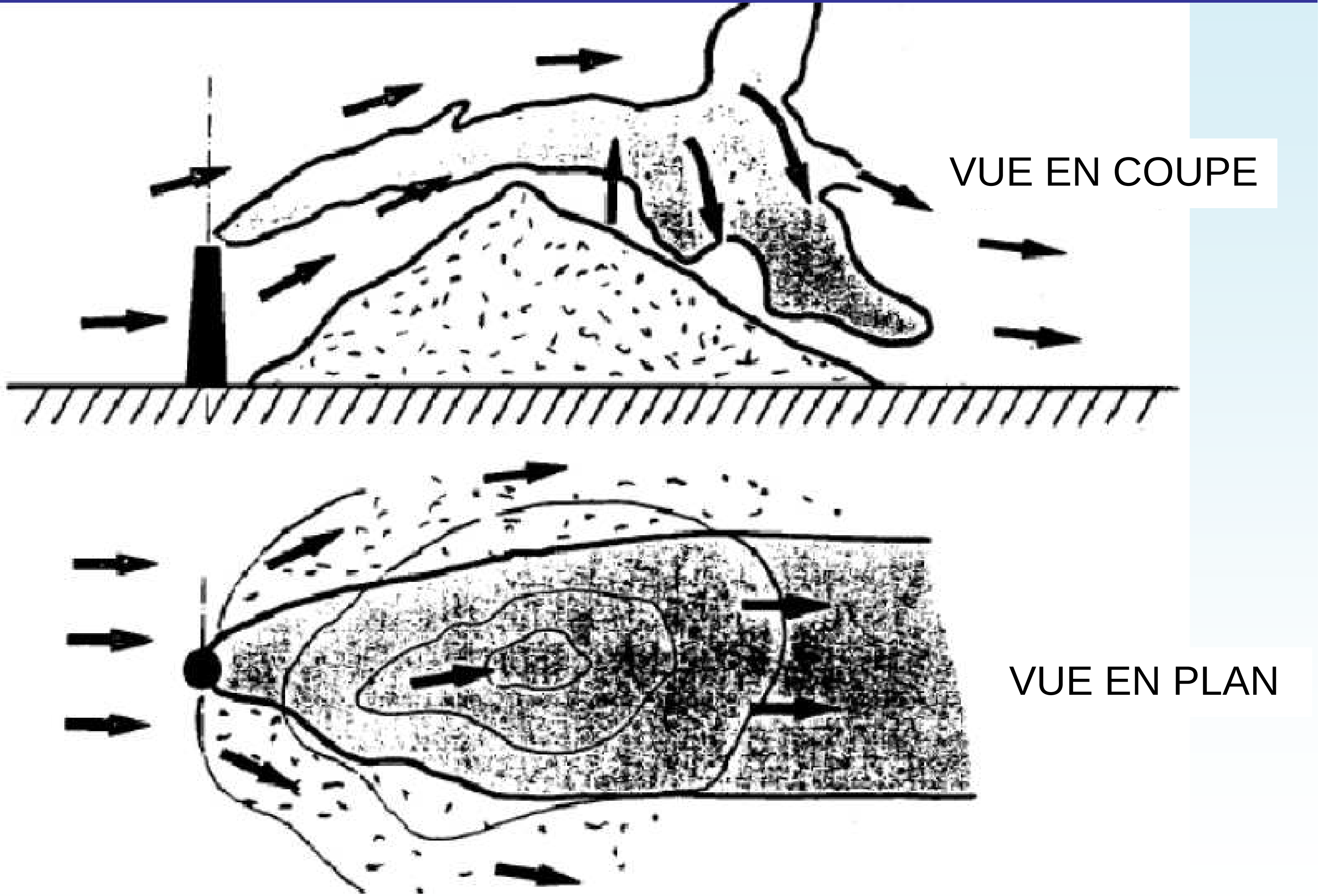
- **Contribution des tourbillons de différentes tailles**

Effet de relief en atmosphère stable



Contournement des obstacles

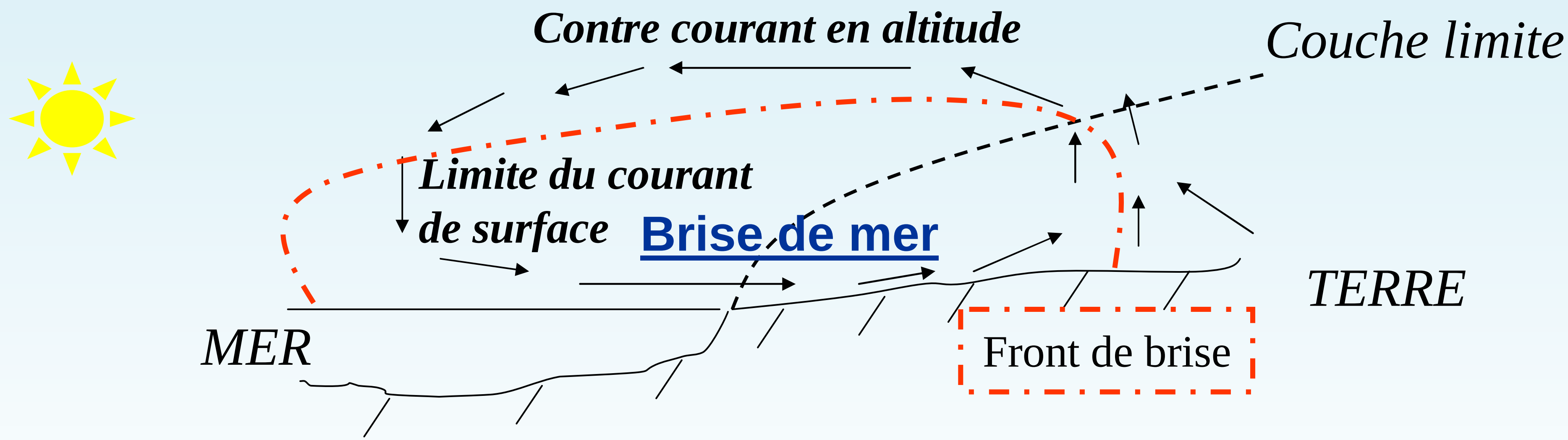
Effet de relief en atmosphère instable

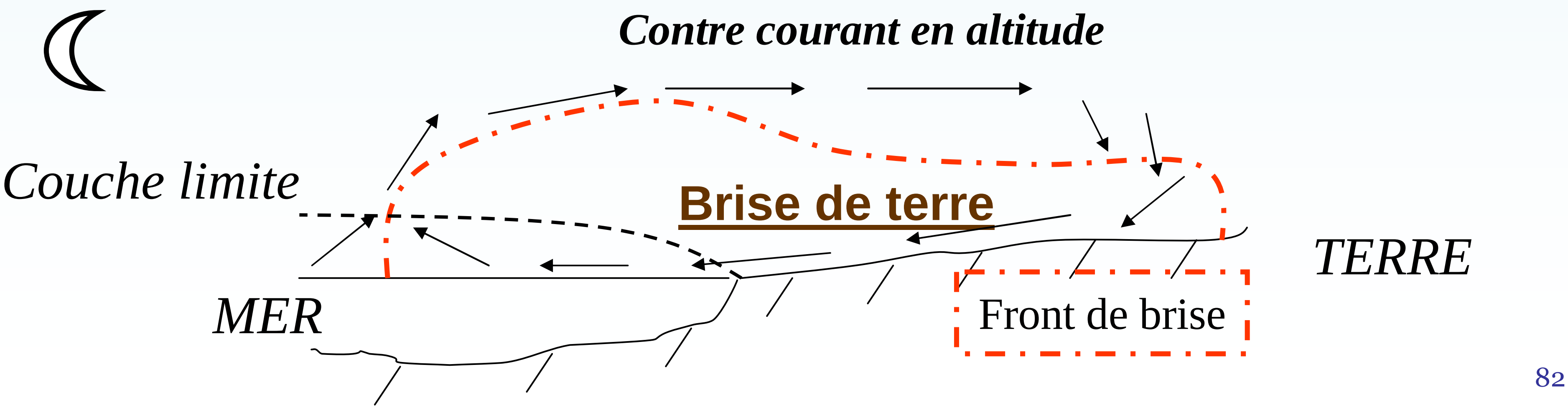


Franchissement des obstacles

Exercice : effet de relief sur la météorologie et la dispersion de polluants

- Expliquer les phénomènes de brise de mer et de brise de terre
- Prévoir la dispersion d'un panache de cheminée



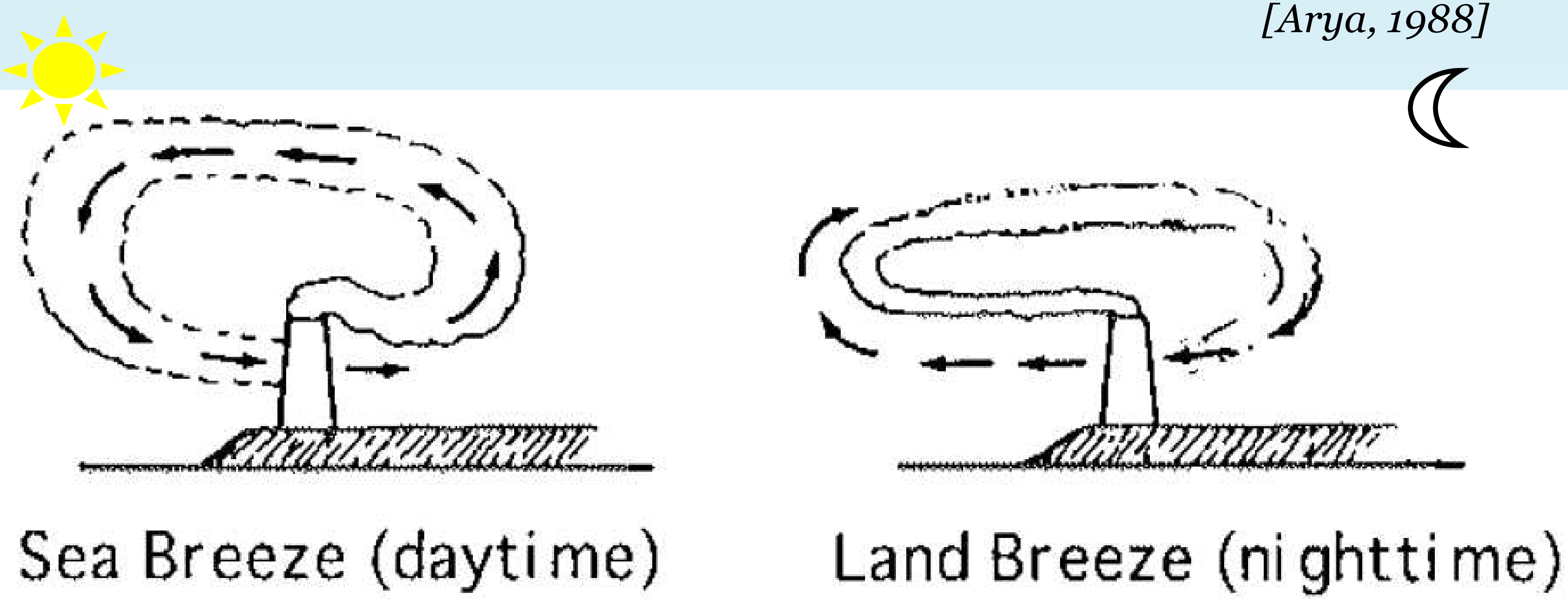


Brise de mer – Brise de Terre

- La journée, la terre se réchauffe plus vite que la mer
- Au-dessus de la terre, le flux de chaleur turbulent (positif) donne naissance à des courants ascendants
- L'air qui s'élève est remplacé par de l'air plus froid provenant de la mer : c'est la brise de mer
- La nuit, le phénomène s'inverse car la terre se refroidit plus vite que la mer : c'est la brise de terre
- Les phénomènes de brise sont limités dans l'espace et le courant de surface est compensé par un contre-courant en altitude
- Les caractères de la brise dépendent de nombreux facteurs
  - La différence de température entre l'eau et la terre
  - La force et la direction du vent géostrophique
  - Le temps : le front de brise s'éloigne progressivement à l'intérieur des terres au cours de la journée
  - La rugosité du terrain, les pentes et la rugosité de l'eau, la courbure de la côte
  - Les conditions d'humidité au-dessus des terres

Effet de relief et dispersion atmosphérique

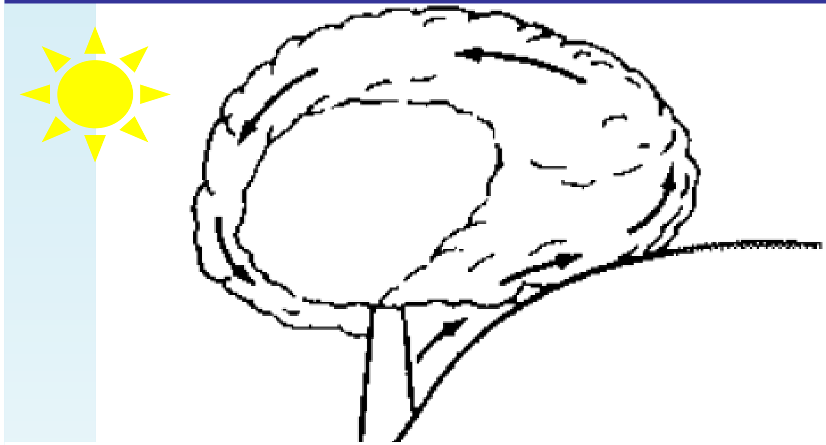
[Arya, 1988]



Brise de mer – Brise de terre

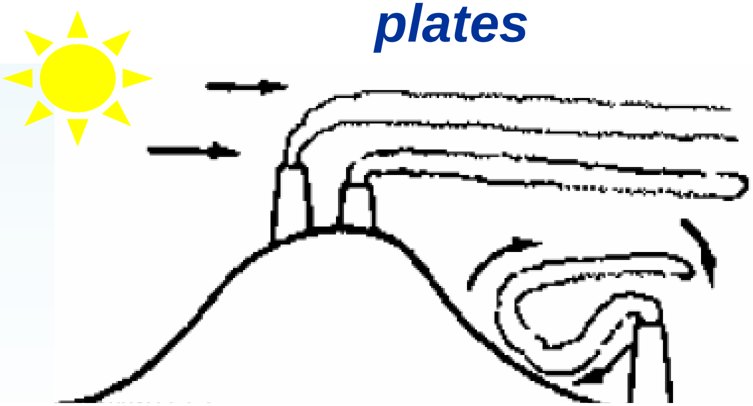
Effet de relief et dispersion atmosphérique

[Arya, 1988]

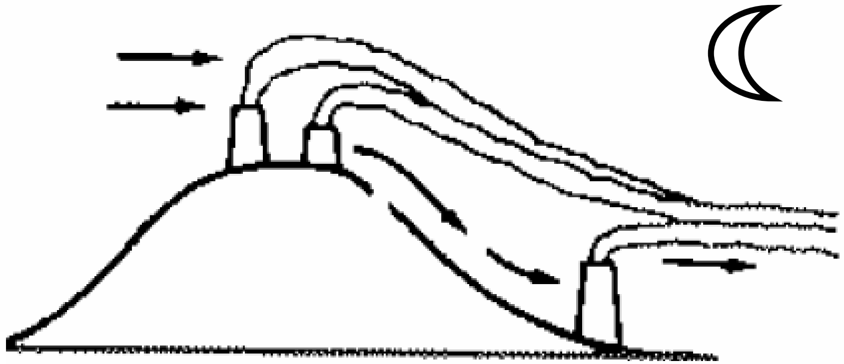


Brise de vallée : les pentes se réchauffent plus vite que les zones plates

Brise de montagne : L'air froid s'écoule du sommet



Accélération de l'écoulement au sommet et sur les côtés.
Zone tourbillonnaire à l'aval : vent de sens opposé à celui du vent incident



Écoulement sans décollement

Influence de la stabilité atmosphérique sur la dispersion d'un panache

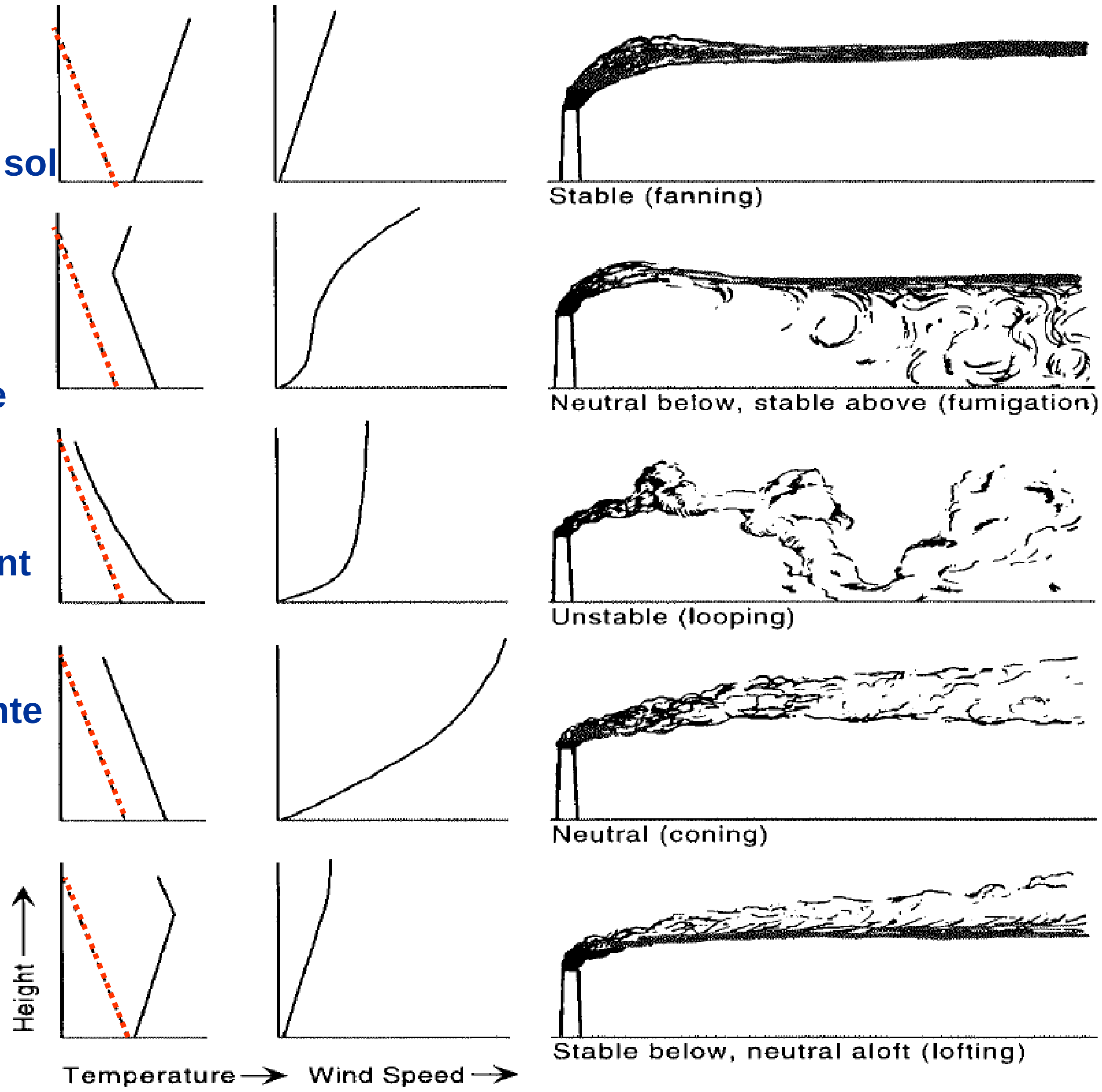
Nuit claire vent faible
Ri>0
Les polluants stagnent près du sol

En général, la stabilité thermique varie avec l'altitude
La couche d'inversion bloque les phénomènes d'ascendance

Journée ensoleillée
Ri<0
Polluants dispersés rapidement

Couverture nuageuse importante
Ri=0 (rare)

$$Ri = \frac{g\left(\overline{\theta}_1 - \overline{\theta}_2\right)}{\overline{\theta}\left(\overline{u}_1 - \overline{u}_2\right)^2}$$



Plan

- **Les modèles empiriques**
- **Modèles physiques**
  - **Analytiques**
    - **Gaussien de panache (plume)**
    - **Modèle Gaussien à bouffées (puff)**
  - **Modèles numériques tridimensionnels**
    - Modèle Lagrangien stochastique
    - Modèle Eulérien diffusif
  - **Avantages et inconvénients**
  - **Exemples de simulations avec des codes CFD**

Modèles Gaussiens : point de départ (1)

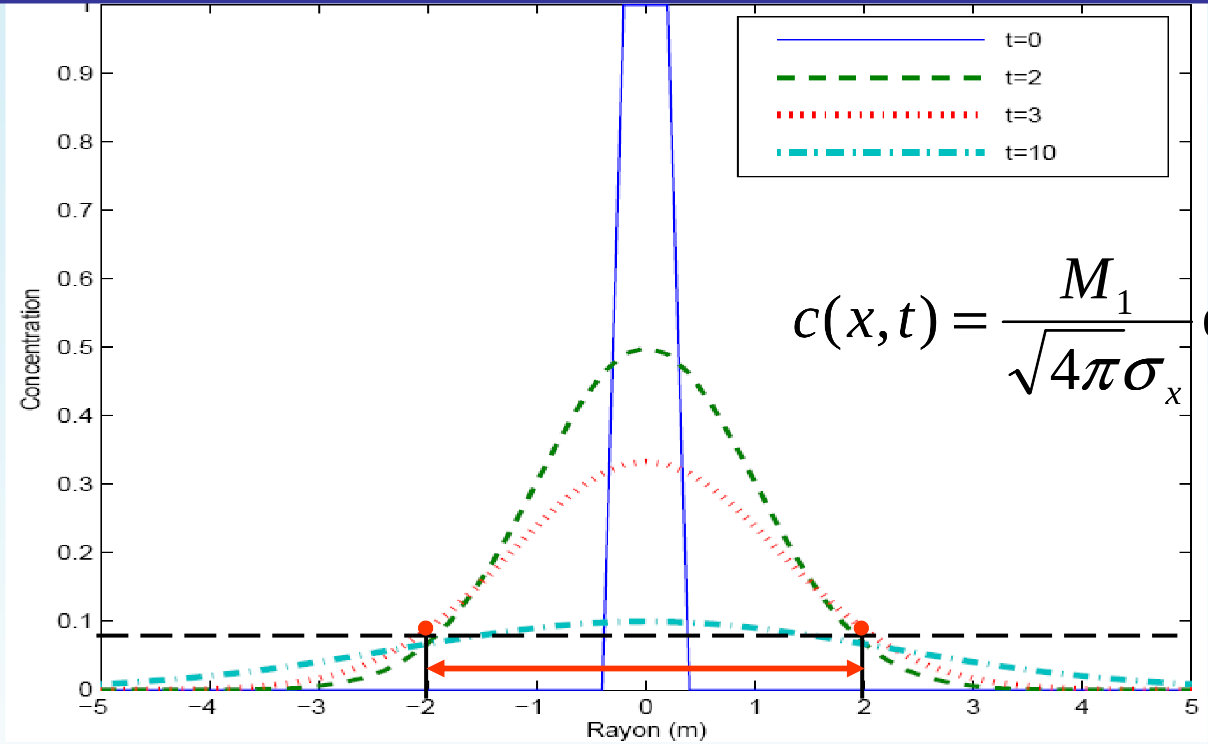
- Source ponctuelle de masse totale M introduite instantanément (M_1 est la masse injectée M par unité de surface)
- Diffusion pure unidimensionnelle selon x dans un milieu infini et au repos : la solution exacte est

$$c(x,t) = \frac{M_1}{\sqrt{2\pi \times 2k_c t}} \exp\left(- \frac{x^2}{2 \times 2k_c t} \right)$$

- Cette relation décrit la diffusion de matière Mo qui s'étale selon une courbe gaussienne. La concentration maximale qui reste toujours à l'origine en x=0 décroît avec le temps

- L'écart type $\sigma_x(t) = \sqrt{2k_c t}$ de la distribution gaussienne correspond à une échelle d'étalement de la matière : c'est un indicateur de la dispersion => coefficient de dispersion (m)

Modèles Gaussiens : point de départ (2)



$$c(x,t) = \frac{M_1}{\sqrt{4\pi\sigma_x}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} \right)$$

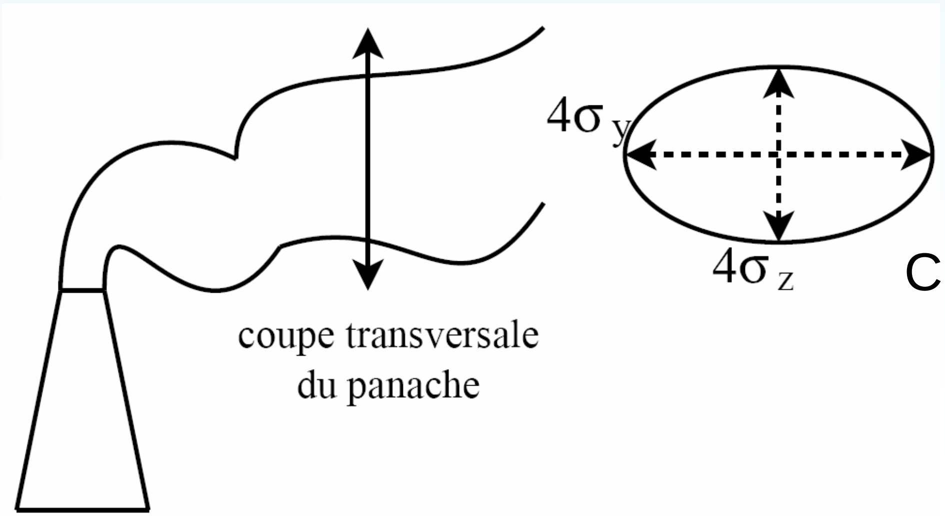
Evolution de la répartition de la concentration c(x,t) pour une masse injectée instantanément en x=0 dans un milieu au repos

- Une source ponctuelle d'une grandeur extensive croit en formant un nuage toujours croissant dont la densité est décroissante
- Lorsque la concentration vaut 10 % de la concentration maximale => la largeur du nuage $D \approx 4 \times \sigma_x$

Modèle gaussien rectiligne ou modèle de panache gaussien (1)

- Source ponctuelle continue de débit massique constant Q [kg/s]
- Turbulence homogène dans l'espace et stationnaire dans le temps avec un champs de vent moyen uniforme
- Diffusivité turbulente dans la direction du vent (ici x) << convection (vents forts)

$$c(x,y,z,t) = \frac{Q}{2\pi \bar{u}\, \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y^2} \right) \times \exp\left(-\frac{(z-z_0)^2}{2\sigma_z^2} \right) \qquad x > x_0 \quad \bar{u} > 0$$



$$\boxed{\sigma_\alpha = \frac{2K_\alpha (x - x_0)}{\bar{u}}}$$

Coefficient de dispersion

Diffusivité turbulente

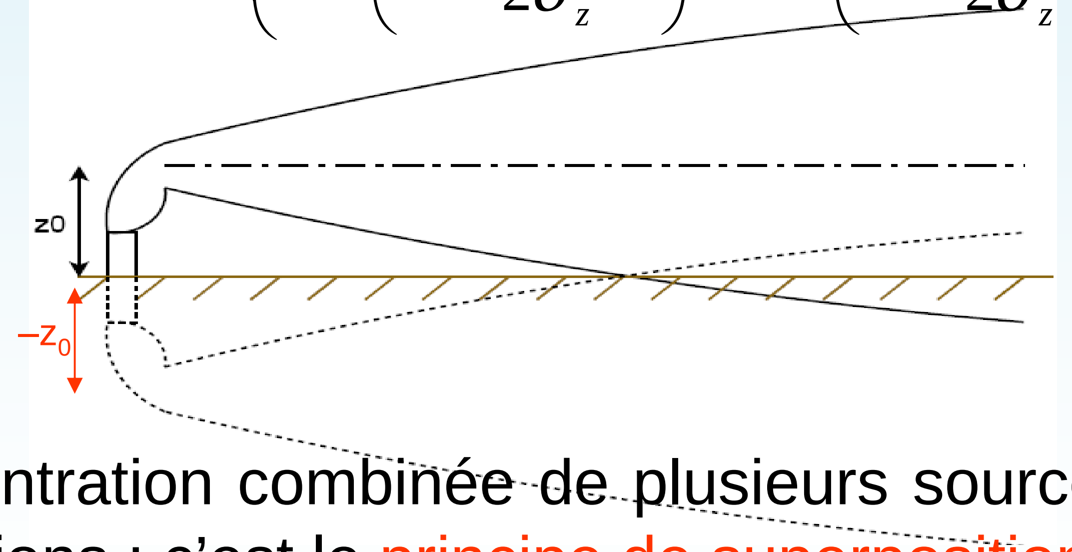
Modèle gaussien rectiligne ou modèle de panache gaussien (2)

- Réflexion parfaite au sol (pas de perte) : source virtuelle placée en $-z_0$

$$c(x,y,z,t)=\frac{Q}{2\pi\bar{u}\,\sigma_y\sigma_z}\exp\left(-\frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y^2}\right)\times$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\left(\exp\left(-\frac{(z-z_0)^2}{2\sigma_z^2}\right)+\exp\left(-\frac{(z+z_0)^2}{2\sigma_z^2}\right)\right)$$

$x > x_0$ $\bar{u} > 0$



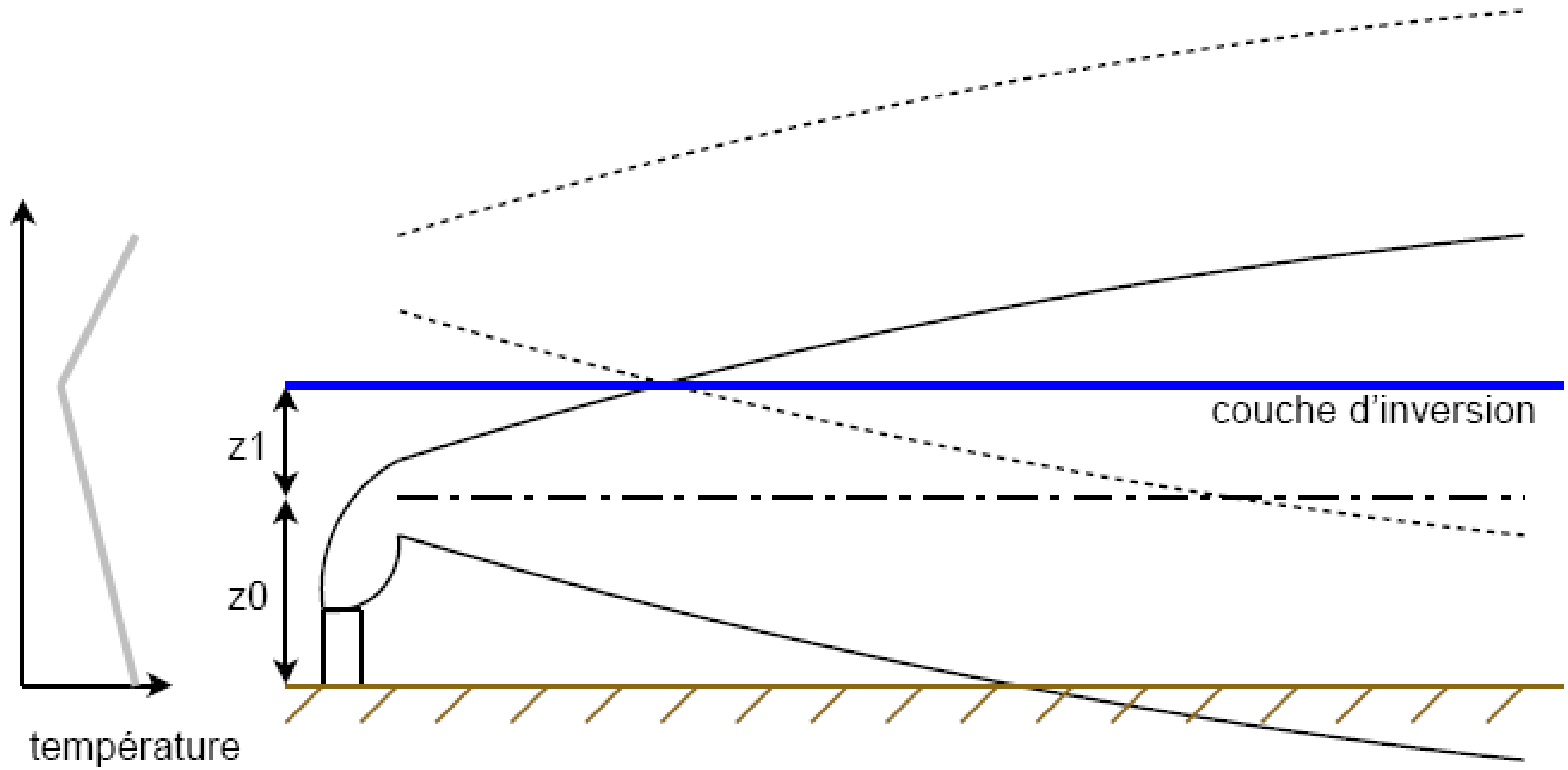
- La concentration combinée de plusieurs sources est la somme des solutions : c'est le principe de superposition

- On procède de manière similaire pour les réflexions sur la couche d'inversion qui se comporte comme un « plafond »

Modèle gaussien rectiligne ou modèle de panache gaussien (3)

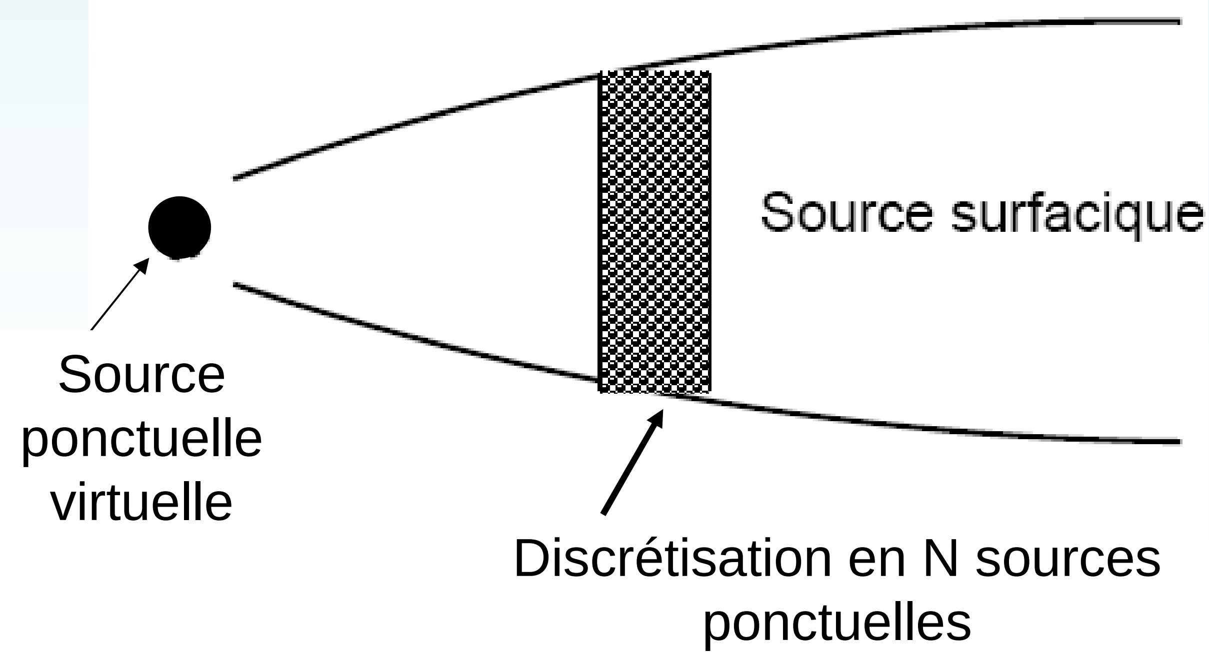
- Réflexion parfaite sur la couche d'inversion (pas de perte) : source virtuelle placée en z_0+2z_1

$$c(\boldsymbol{x}) = \frac{q}{2\pi v_x \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left(\exp\left(-\frac{(z-z_0)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{(z-z_0-2z_1)^2}{2\sigma_z^2}\right)\right)$$

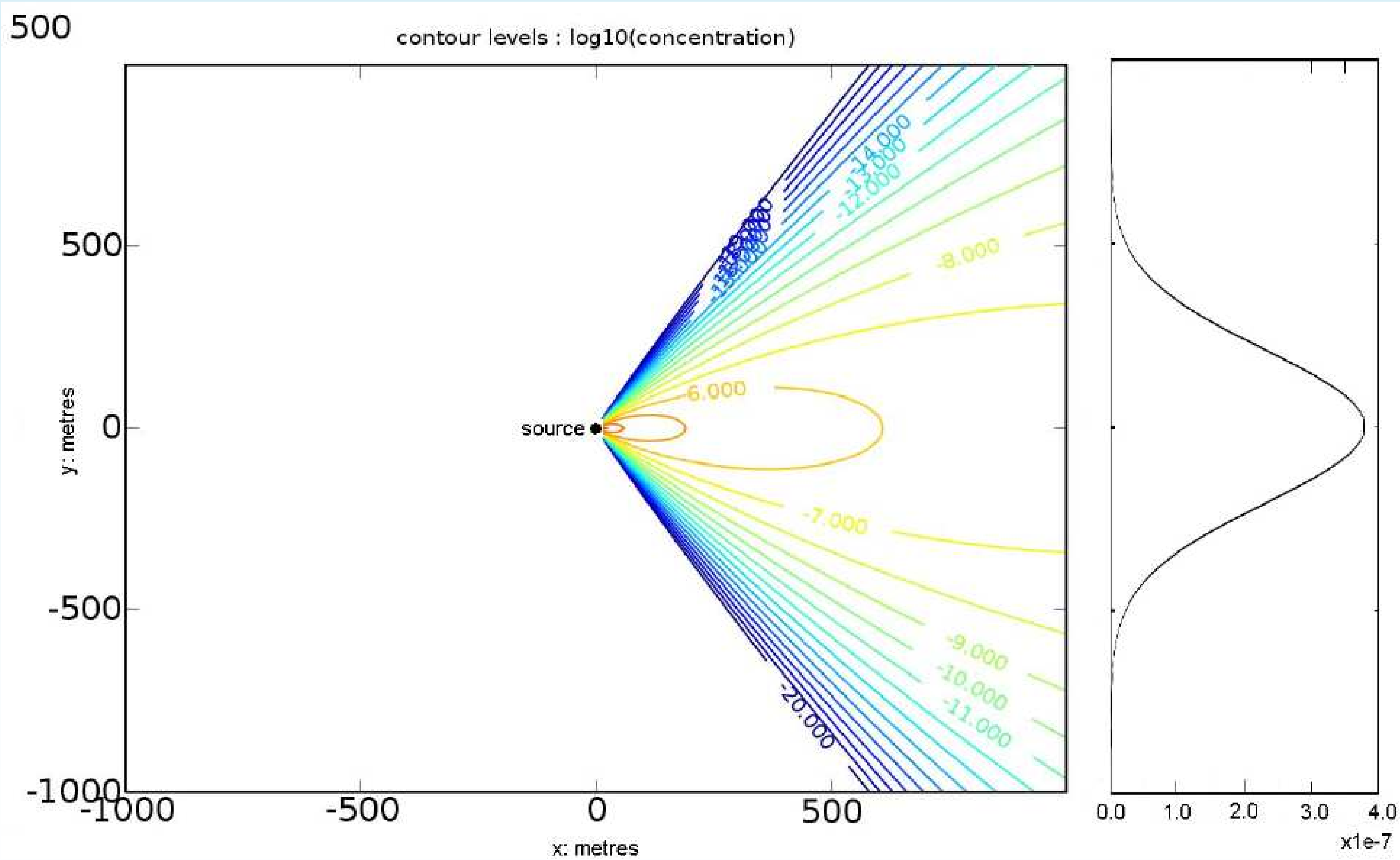


Traitement de la dispersion pour des sources surfaciques

- Les modèles de panache de sources ponctuelles peuvent simuler la dispersion des émissions de sources surfaciques
  - Discrétisation de la source surfacique en N sources ponctuelles
  - En plaçant une source ponctuelle virtuelle en amont de la source surfacique telle que la dimension horizontale du panache au-dessus de la source surfacique soit égale à la largeur de cette dernière



Modèle de panache : exemple de calcul



Modèle de panache (plume) dans le plan xy

Classes de stabilité atmosphérique
Exemple de la classification de Pasquill

- La stabilité atmosphérique intervient dans les processus turbulents
- Nécessité d'utiliser des tables
- Classes de Pasquill : méthode indirecte à partir des valeurs de vitesse du vent, du rayonnement solaire et de la nébulosité

Vitesse du vent à 10 m	JOUR			NUIT	
	Rayonnement solaire incident			Nébolusité	
[m/s]	Fort	Modéré	Faible	4/8 – 7/8	<3/8
< 2	A	A-B	B	F	F
2 - 3	A-B	B	C	E	F
3 – 5	B	B-C	C	D	E
5 - 6	C	C-D	D	D	D
>6	C	D	D	D	D

Classes de stabilité de Pasquill

A : très instable B : instable C : peu instable D : neutre E : stable F : très stable

Classes de stabilité atmosphérique
Exemple de la classification de Turner

- Classes de Turner : méthode indirecte à partir des valeurs de vitesse du vent, de l'index de radiation net NRI, variable avec l'altitude, l'azimuth et le taux d'ensoleillement (tabulation)

Vitesse du vent au sol (m/s)	NRI						
	4	3	2	1	0	-1	-2
0-1	1	1	2	3	4	6	7
2-3	1	2	2	3	4	6	7
4-5	1	2	3	4	4	5	5
6	2	2	3	4	4	5	6
7	2	2	3	4	4	4	5
8-9	2	3	3	4	4	4	5
10	3	3	4	4	4	4	5
11	3	3	4	4	4	4	4
>= 12	3	4	4	4	4	4	4

Classes de stabilité de Turner

1 : très instable 2 : instable 3 : peu instable 4 : neutre 5 : peu stable 6 : stable 7 : très stable

Coefficients de dispersion empiriques de Briggs (1973) (1)

Briggs a synthétisé plusieurs expressions empiriques de coefficients de dispersion (Pasquill-Guifford et Brookhaven National Laboratory)

=> Les coefficients de dispersion de Briggs sont applicables à une grande plage de distance et pour un nombre varié de type de sources

Classe de Pasquill	σ_y (m)	σ_z (m)
A	$0.22x(1+0.0001x)^{-1/2}$	$0.20x$
B	$0.16x(1+0.0001x)^{-1/2}$	$0.12x$
C	$0.11x(1+0.0001x)^{-1/2}$	$0.08x(1+0.0002x)^{-1/2}$
D	$0.08x(1+0.0001x)^{-1/2}$	$0.06x(1+0.0015x)^{-1/2}$
E	$0.06x(1+0.0001x)^{-1/2}$	$0.03x(1+0.0003x)^{-1}$
F	$0.04x(1+0.0001x)^{-1/2}$	$0.016x(1+0.0001x)^{-1}$

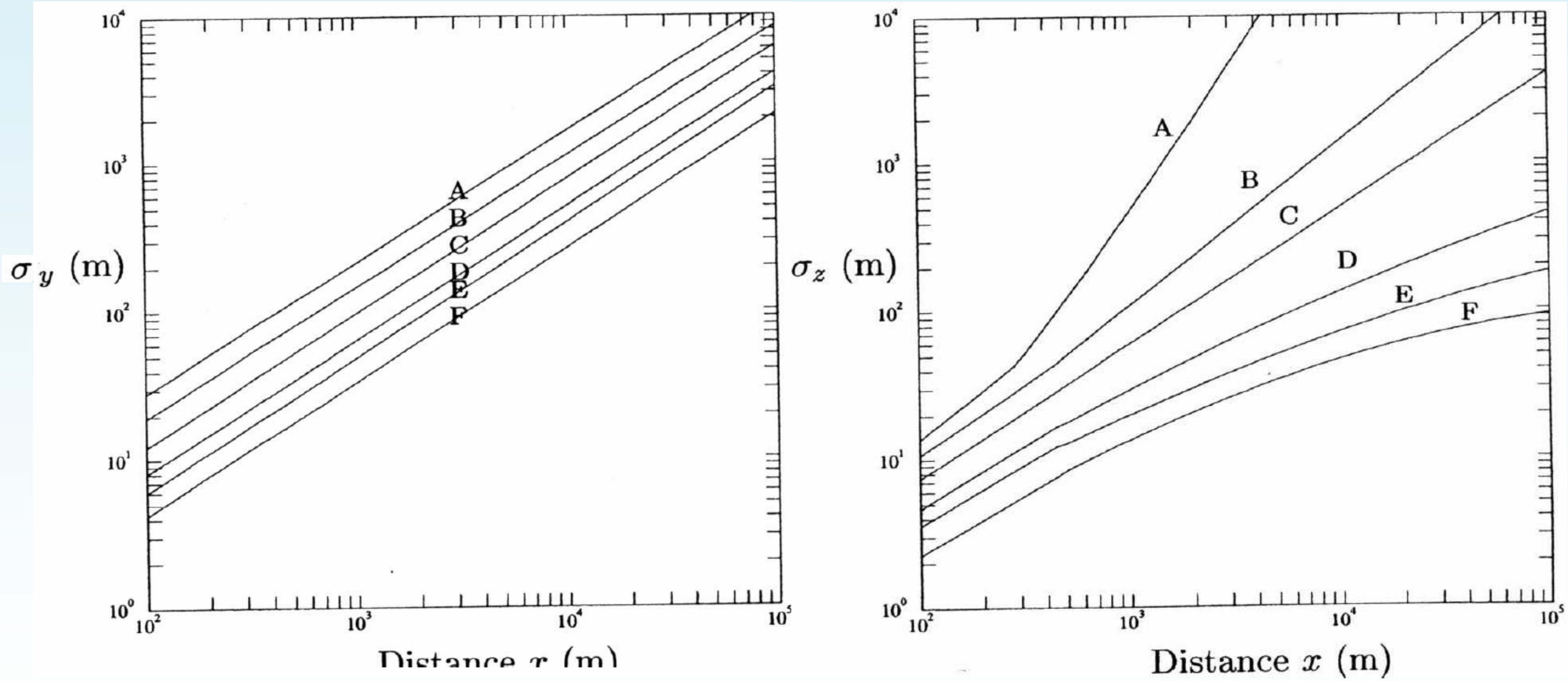
Coefficients de dispersion de Briggs pour le milieu rural

Classe de Pasquill	σ_y (m)	σ_z (m)
A-B	$0.32x(1+0.0004x)^{-1/2}$	$0.24x(1+0.001x)^{1/2}$
C	$0.22x(1+0.0004x)^{-1/2}$	$0.20x$
D	$0.16x(1+0.0004x)^{-1/2}$	$0.14x(1+0.0003x)^{-1/2}$
E-F	$0.11x(1+0.0004x)^{-1/2}$	$0.08x(1+0.0015x)^{-1/2}$

Coefficients de dispersion de Briggs pour le milieu urbain

A : très instable
B : instable
C : peu instable
D : neutre
E : stable
F : très stable

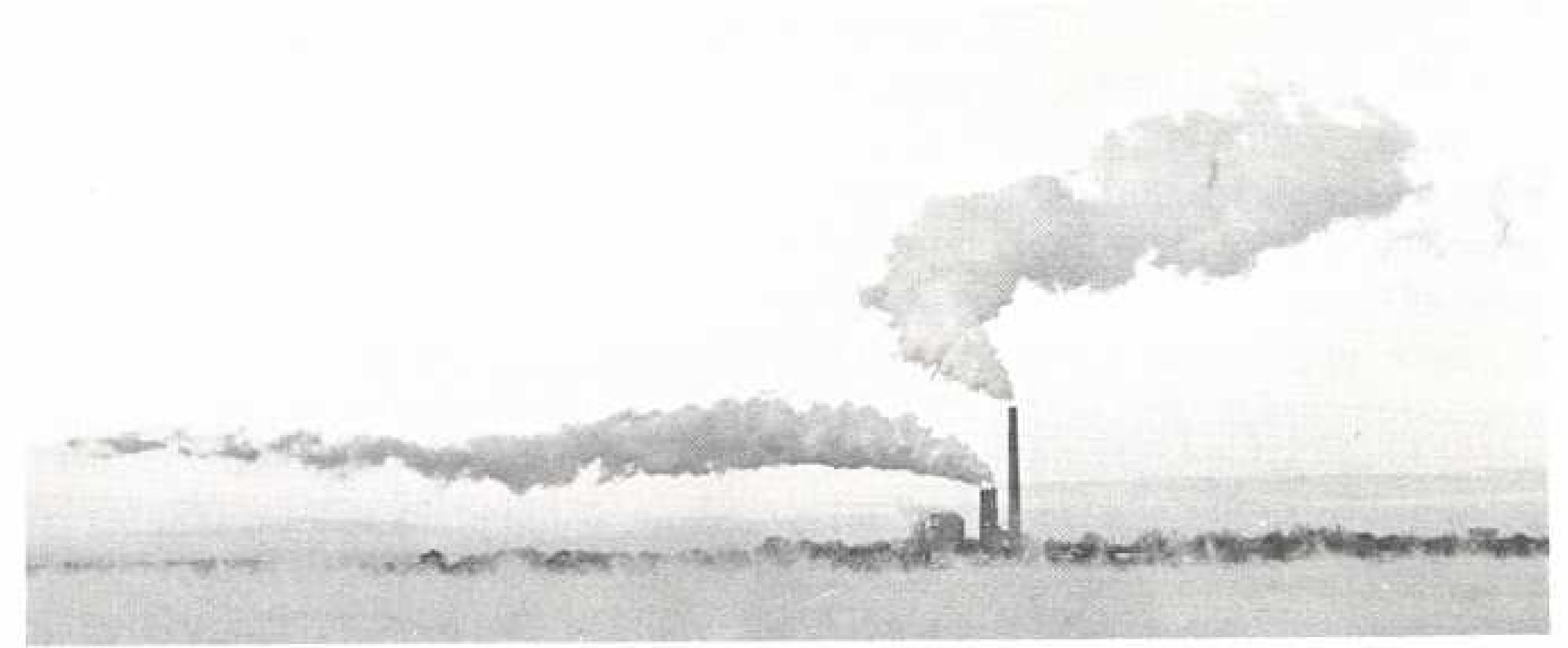
Coefficients de dispersion empiriques de Briggs (1973) (2)



Abaques des coefficients de dispersion de Briggs en milieu urbain

A : très instable B : instable C : peu instable D : neutre E : stable F : très stable

Dispersion de panaches dans un écoulement stratifié cisaillé



Dispersion de panaches de cheminées avec différentes hauteurs de cheminées affectés par un cisaillement de vent

Dispersion de panaches de cheminées au-dessus du port de Beverly-Salem, Massachusetts (Ralph Turcotte, Beverly Times)

Sur-hauteur d'un panache chaud (1)

- On a vu l'importance de la hauteur de la source
- Dans le cas d'un rejet de cheminée, il apparaît une sur-hauteur qui résulte des forces de flottabilité dues à la chaleur du panache

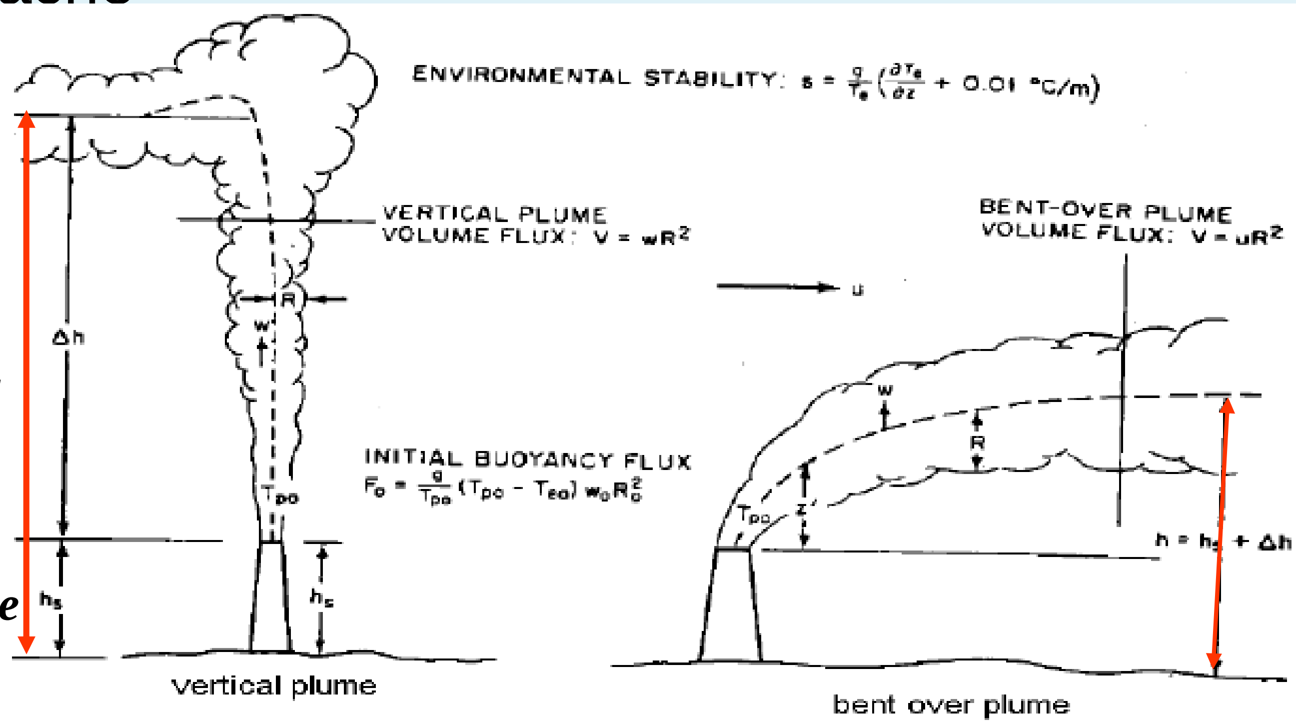
Hauteur effective

=

Sur-hauteur

+

Hauteur source



Schematic drawing of thermally rising plumes.

Origin: Handbook on Atmospheric Diffusion. (1982) Hanna, Briggs and Hosker.

h_s : stack height

Δh :plume rise

$h = h_s + \Delta h$: effective stack height

$$\boxed{H_{effective} = \Delta H + H_s}$$

Sur-hauteur d'un panache chaud (2)
Exemple de formules de Briggs (1972)

- **Classes de bonne diffusion A,B,C,D**

A : très instable
B : instable
C : peu instable
D : neutre
E : stable
F : très stable

$$\Delta H = 38.71 \frac{\left(g\, w\, d^2 \Delta T / (4T_S)\right)^{3/5}}{\overline{U}}$$

ΔH : sur-hauteur *[m]*

d : diamètre de la cheminée *[m]*

w : vitesse de sortie des gaz $[m.s^{-1}]$

Ts : température des gaz à la sortie de la cheminée *[K]*

ΔT : écart de température entre l'air et Ts *[K]*

$\overline{U}$: vitesse du vent à la hauteur de la cheminée $[m.s^{-1}]$

$g = 9.81\,[m.s^{-2}]$

Sur-hauteur d'un panache chaud (3)
Exemple de formules de Briggs (1972)

- **Classes stables : E et F**

=> Le panache est gêné dans son élévation

A : très instable
B : instable
C : peu instable
D : neutre
E : stable
F : très stable

$$\Delta H = 2.6 \frac{\left(g\, w\, d^2 \Delta T / (4T_S)\right)^{1/3}}{s\overline{U}}$$

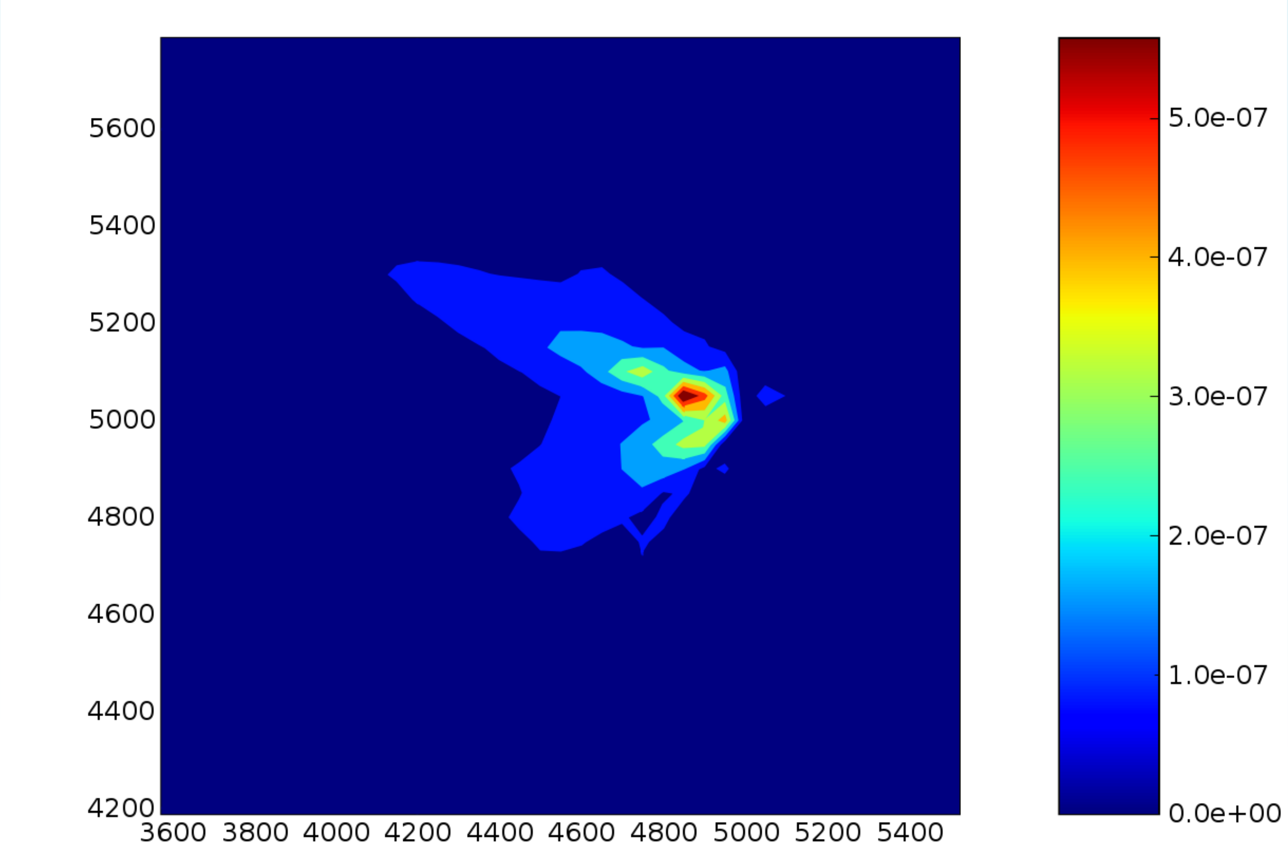
$$s = \frac{g \dfrac{\partial \theta}{\partial z}}{T_{air}} \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial \theta}{\partial z} = 0.02\, K/m \text{ pour la classe E} \\ \dfrac{\partial \theta}{\partial z} = 0.035\, K/m \text{ pour la classe F} \end{cases}$$

- **Exemple de sur-hauteur** en fonction du vent et de la stabilité pour une cheminée ICM2 : d=2.7 m ; w=10.1 m/s Ts=353K Tair=298K

	U=1.5	U=2	U=4	U=6	U=9.5	U=15
A-D	191 m	143 m	71 m	47 m	30 m	19 m
E	79 m	72 m	57 m	-	-	-
F	66 m	60 m	-	-	-	-

Modèle gaussien de panache exemple

- Paramètres de dispersions de Briggs
- Réflexions au sol et sur la couche d'inversion
- Prise en compte de la surhauteur
- Différentes situations météorologiques



Modèle à bouffées

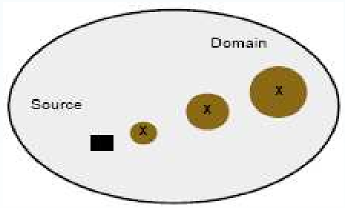
- Une bouffée ponctuelle est émise dans N_{puff} intervalles de temps successifs de durée Δt_{puff} et contient $M = \Delta t_{\mathrm{puff}} \times Q$
- Chaque bouffée évolue de manière indépendante selon un modèle gaussien
- La concentration en un point est calculée en sommant sur l'ensemble des bouffées *i*

$$c(x,y,z,t) = \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{puff}}} \frac{Q \times \Delta t_{\mathrm{puff}}}{(2\pi)^{3/2}\sigma_x^i \sigma_y^i \sigma_z^i} \exp\left(-\frac{(x-x_c^i)^2}{2{\sigma_x^i}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y-y_c^i)^2}{2{\sigma_y^i}^2}\right) \exp\left(-\frac{(z-z_c^i)^2}{2{\sigma_z^i}^2}\right)$$

$${\sigma_\alpha^i}^2 = 2K_\alpha (t-t_0) \text{ dépendent de l'age de la bouffée}$$

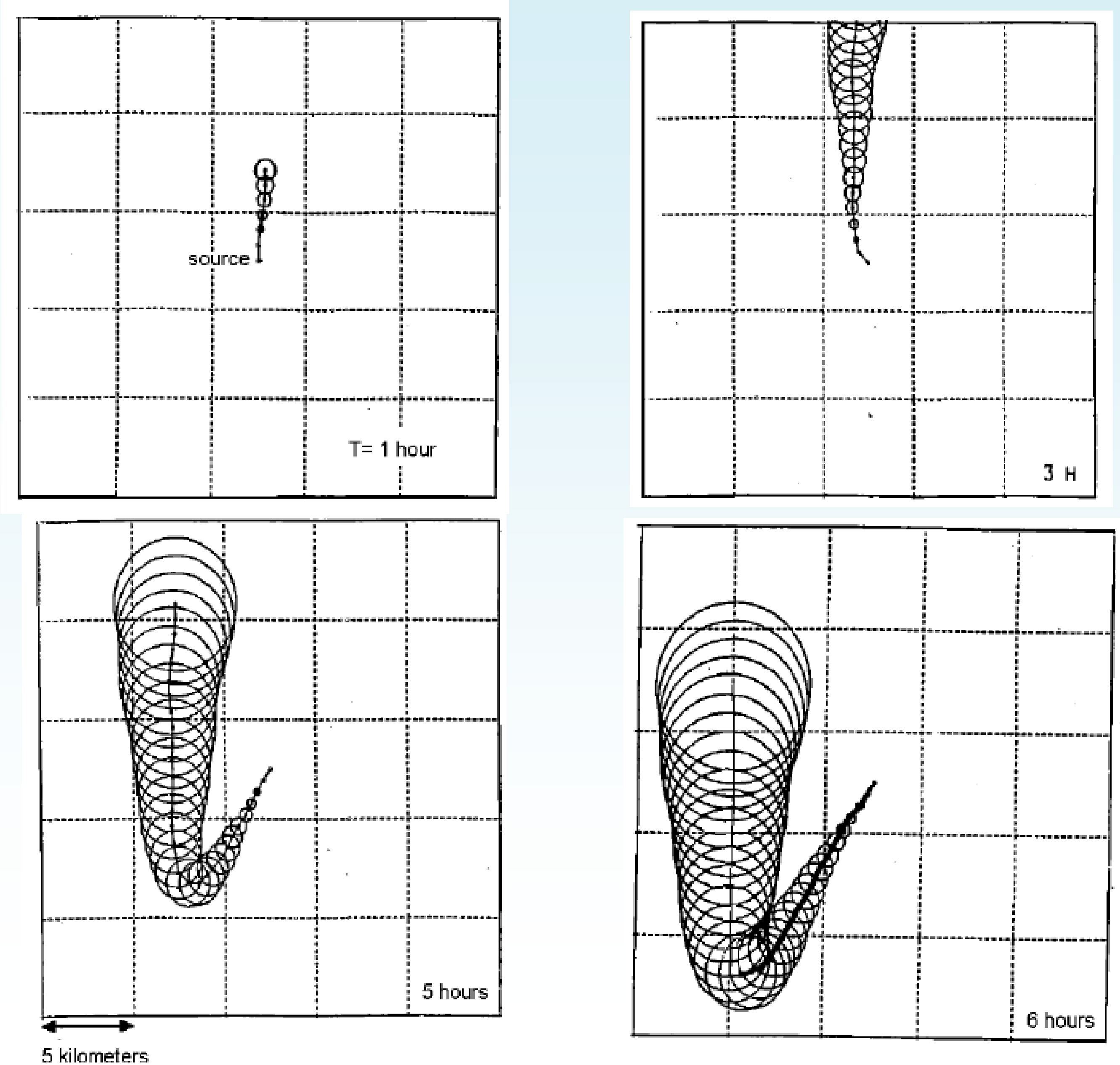
$$x_c^i, y_c^i, z_c^i \text{ coordonnées du centre de la bouffée } i \text{ émise au temps } t_i = i\Delta t_{puff}$$

$$\text{Si } \bar{u} \text{ stationnaire } x_c^i(t) = x_0 + \bar{u}(t-t_i);\, y_c^i = y_0;\, z_c^i = z_0$$



- Un modèle à bouffées (Gaussian puff model) permet de représenter la variation des émissions et des champs météorologiques au cours du temps

Modèle à bouffées
exemple : champs météorologiques variables en t



Plan

- Les modèles empiriques
- Modèles physiques
  - Analytiques
  - **Modèles numériques tridimensionnels**
    - **Modèle Lagrangien stochastique**
    - **Modèle Eulérien diffusif**
  - Avantages et inconvénients
  - Exemples de simulations avec des codes CFD

Modèle Lagrangien Stochastique
Principe général (1)

- Il ne s'agit plus de considérer un nuage de particules dans son ensemble mais chaque particule individuellement
- Cette approche consiste à suivre, au sens lagrangien, une particule individuelle dans son mouvement et à reconstituer sa trajectoire en tenant compte de l'interaction avec l'écoulement du fluide
- Phase fluide
  - Modèle dynamique, modèle de turbulence
- Phase particulaire
  - La trajectoire d'une particule est calculée par la résolution de son équation dynamique
- Le mouvement du fluide ayant une certaine mémoire ou persistance, la trajectoire est simulée par une marche pseudo-aléatoire

Modèle Lagrangien Stochastique
Principe général (2)

- **Equation du mouvement d'une particule solide**

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_p}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathbf{v}\left[\mathbf{x}_p(t), t\right] - \mathbf{v}_p}{\tau_p} + \mathbf{g}$$

Gravité

Vecteur vitesse de la particule solide

Vitesse instantanée du fluide porteur vue par la particule solide le long de sa trajectoire

Temps de relaxation de la particule (effets d'inertie de la particule)

- **La position de la particule n'est fonction que de *t* dont la valeur est reliée à sa vitesse par**

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}_p}{\mathrm{d}t} = \mathbf{v}_p$$

Besoin :
Champs des vitesses instantanées → Reconstruction de la vitesse instantanée du fluide porteur par des méthodes statistiques

Modèle Lagrangien Stochastique
Principe général (3)

- Modèle basé sur l'équation de Langevin : la vitesse d'un élément fluide porteur est la somme
  - d'un terme qui exprime la mémoire ou persistance du mouvement
  - et d'un terme d'accélération aléatoire pour rendre compte de la fluctuation turbulente

$$u_i^{n+1} = \underbrace{u_i^n \; R_L\left(\Delta t\right)}_{\text{mémoire}} + \underbrace{\sigma_{u_i}\sqrt{\left(1 - R_L^2\left(\Delta t\right)\right)}\xi^n}_{\text{partie aléatoire}}$$

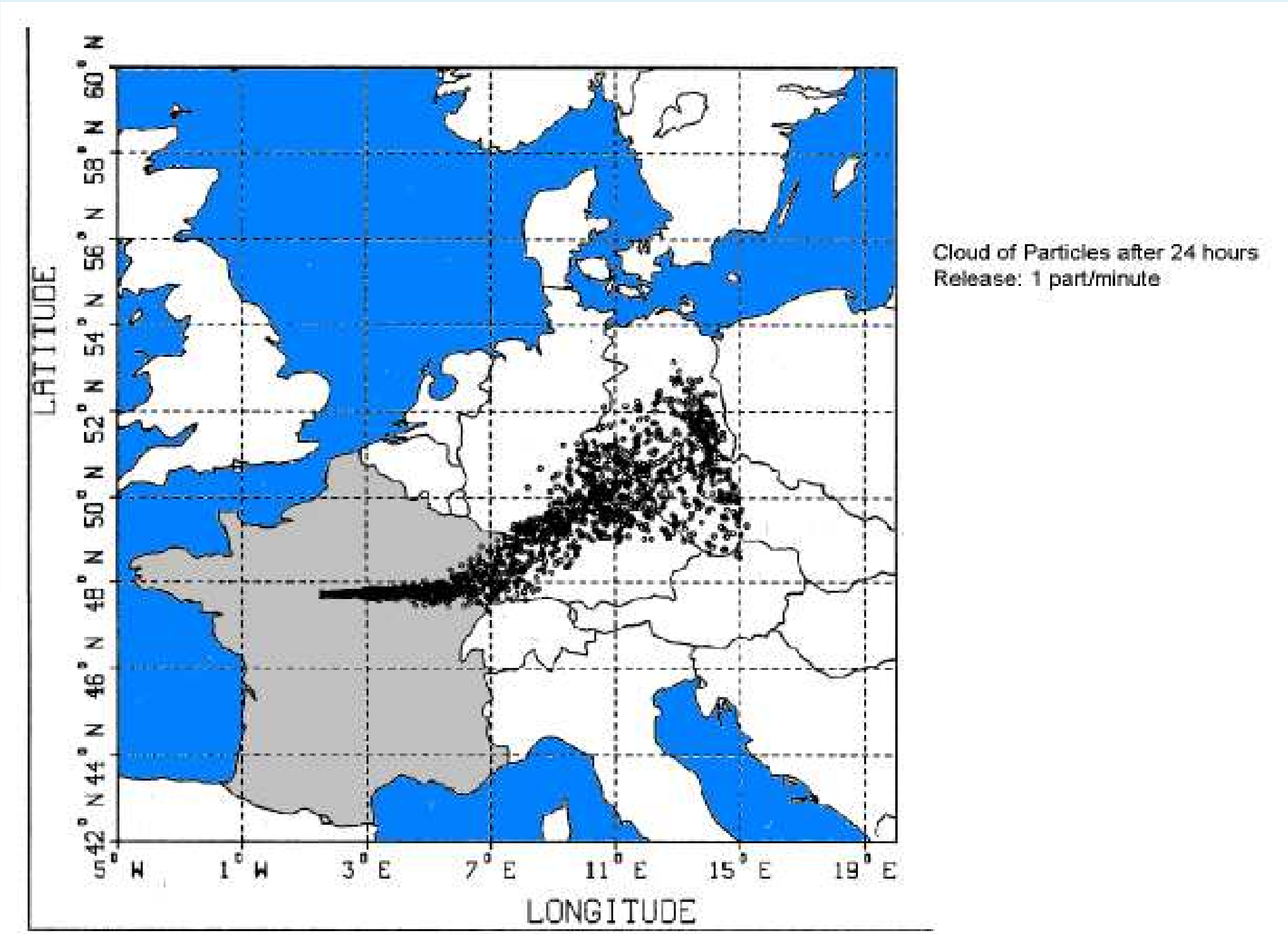
Fonction d'autocorrélation Lagrangienne dépend de l'échelle de temps intégrale Lagrangienne T_L qui est une mesure de temps de la persistance des structures tourbillonnaires

Nombre aléatoire issu d'un tirage Gaussien

- Enfin, un traitement statistique d'un grand nombre de trajectoires permet d'obtenir des informations sur la diffusion, la concentration moyenne, etc.

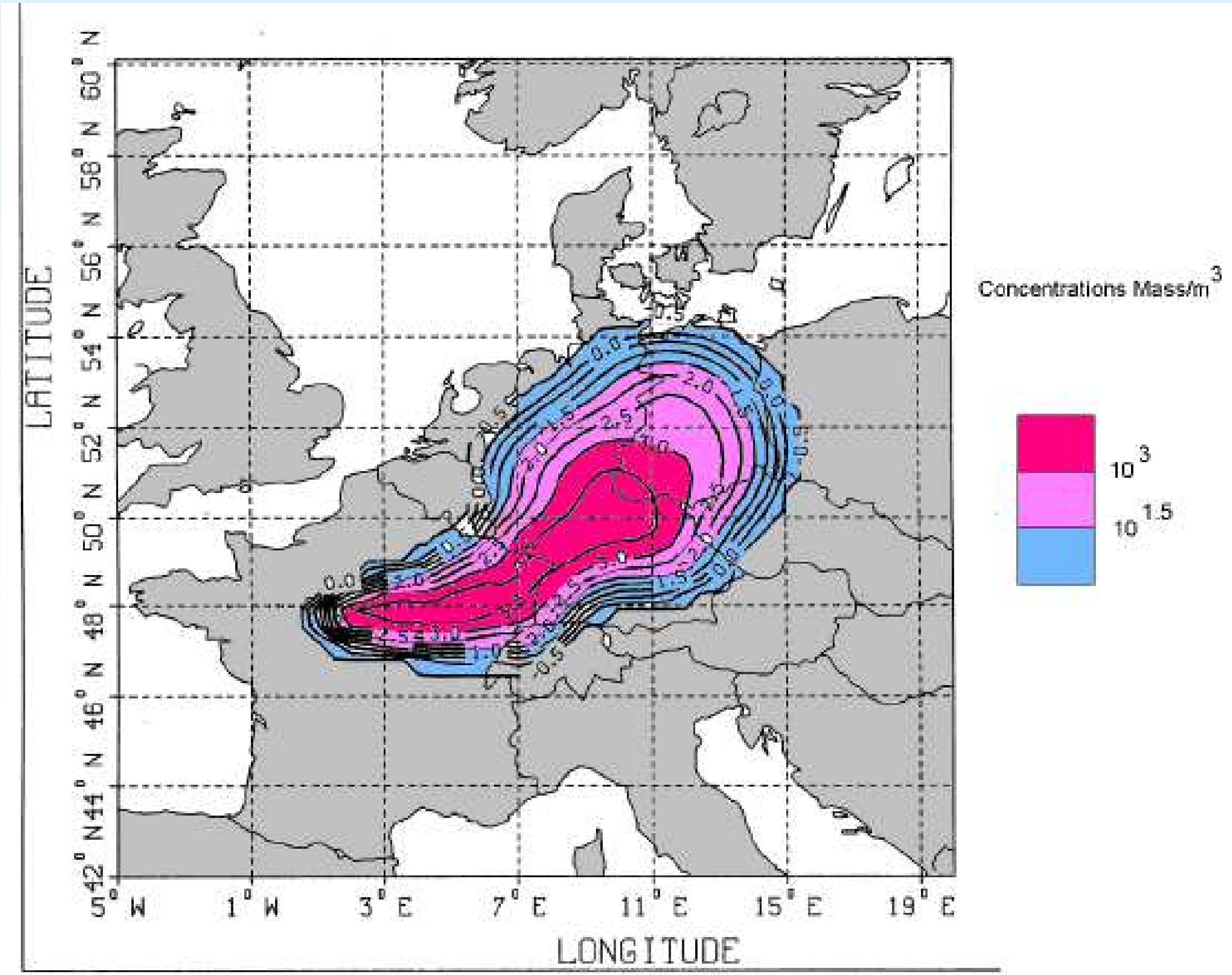
Modèle Lagrangien Stochastique exemple : échelle européenne

- **Modèle basé sur une marche aléatoire**
- **Nuage de particules**



Modèle Lagrangien Stochastique exemple : échelle européenne

- **Modèle basé sur une marche aléatoire**
- **Concentration**



Modèle Eulérien diffusif (1)

- **Hypothèses**
  - Écoulement dilué $R = \left(\frac{N_p V_p}{V} \right) \leq 0.001$, fluide incompressible
  - Pas d'interaction fluide/particules, turbulence/particules
  - Pour les particules pesantes $0.1 \mu m < d_p \leq 100 \mu m$
  - c variable turbulente qui admet une décomposition de Reynolds

- **Équation turbulente de convection-diffusion-réaction**

$$\underbrace{\frac{\partial \bar{c}}{\partial t}}_{1} + \underbrace{\bar{u}_j \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j}}_{2} - \underbrace{v_s \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} \delta_{j3}}_{3} = \frac{\partial}{\partial x_j} \underbrace{\left[k_c \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} - \boxed{\overline{c' u'_j}} \right]}_{4} \underbrace{+ \bar{S} - \bar{D} + \bar{R}}_{5}$$

1- Variation temporelle

2- Transport par convection : c est transportée par le fluide en mvt à la même vitesse

3- Vitesse de sédimentation : glissement des particules pesantes / particules fluides

4- Transport par diffusion moléculaire et diffusion turbulente

5- Sources + pertes par dépôt sec et humide + formations / pertes chimiques

Modèle Eulérien diffusif (2)

- **Flux turbulent de masse**

Analogie entre les transferts de types diffusifs par agitation turbulentes et par agitations moléculaires

$$\overline{c'u'_j} = -k_{c_t} \frac{\partial \overline{c}}{\partial x_j} = -\frac{\upsilon_t}{\sigma_c} \frac{\partial \overline{c}}{\partial x_j}$$

$k_{c_t} = \overline{u'l'}$: diffusivité turbulente de la grandeur c [m^2.s^{-1}]

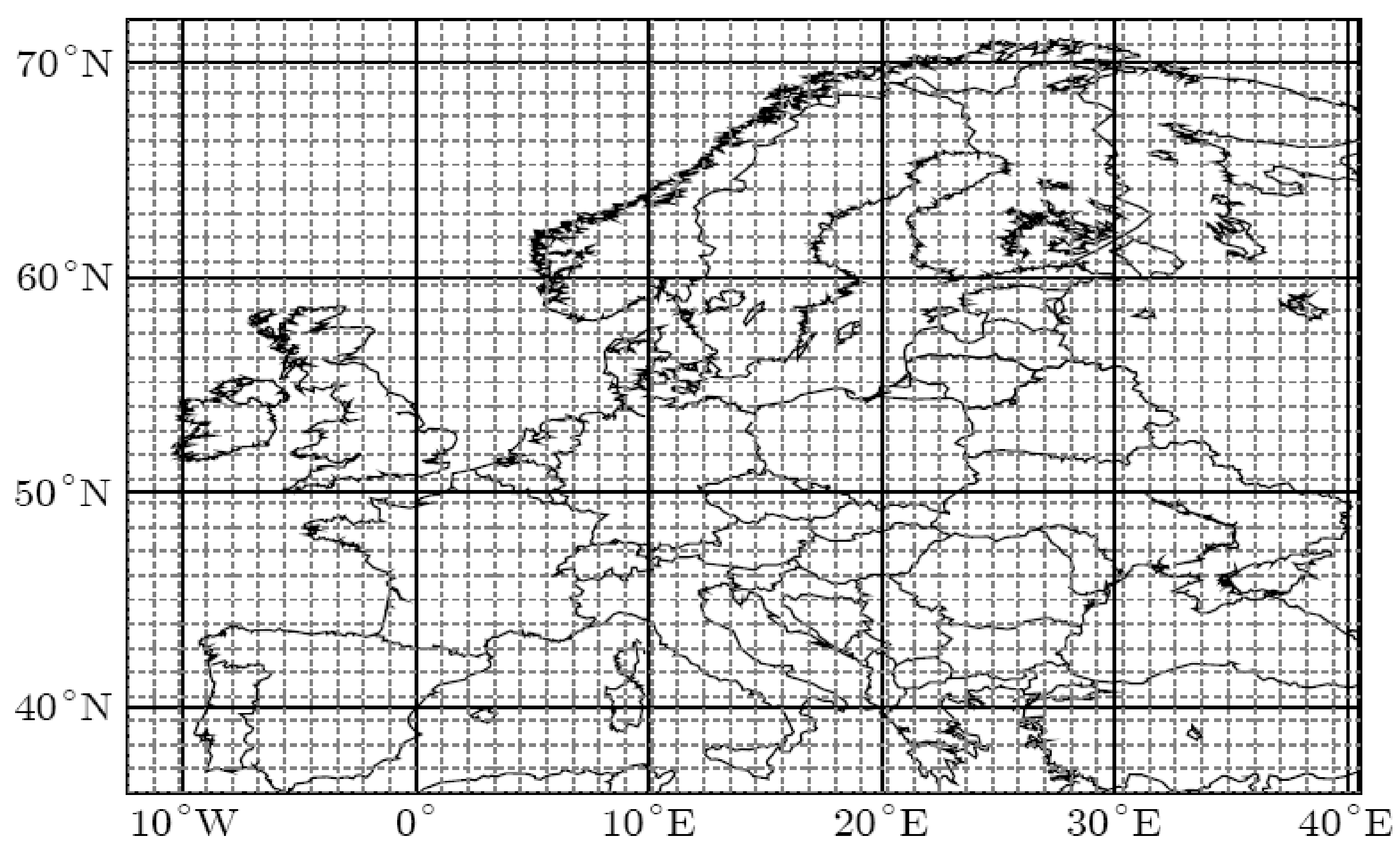
σ_c : nombre de Prandtl – Schmidt

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} \end{pmatrix}$$

- **Diffusivité turbulente (k_{ct}=K)**
  - K peut être un tenseur diagonal où seul K_{zz} est modélisé à partir de considérations physique et $K_{xx}=K_{yy}=K_{zz}$ au mieux
  - Modèles de turbulence isotrope (l_m, k-l, k-e), K est un scalaire et le nombre de Schmidt est pris à 1 (diffusion turbulente de la quantité de mvt == diffusion turbulente de la masse)

Modèles 3-D de chimie transport (CTM)

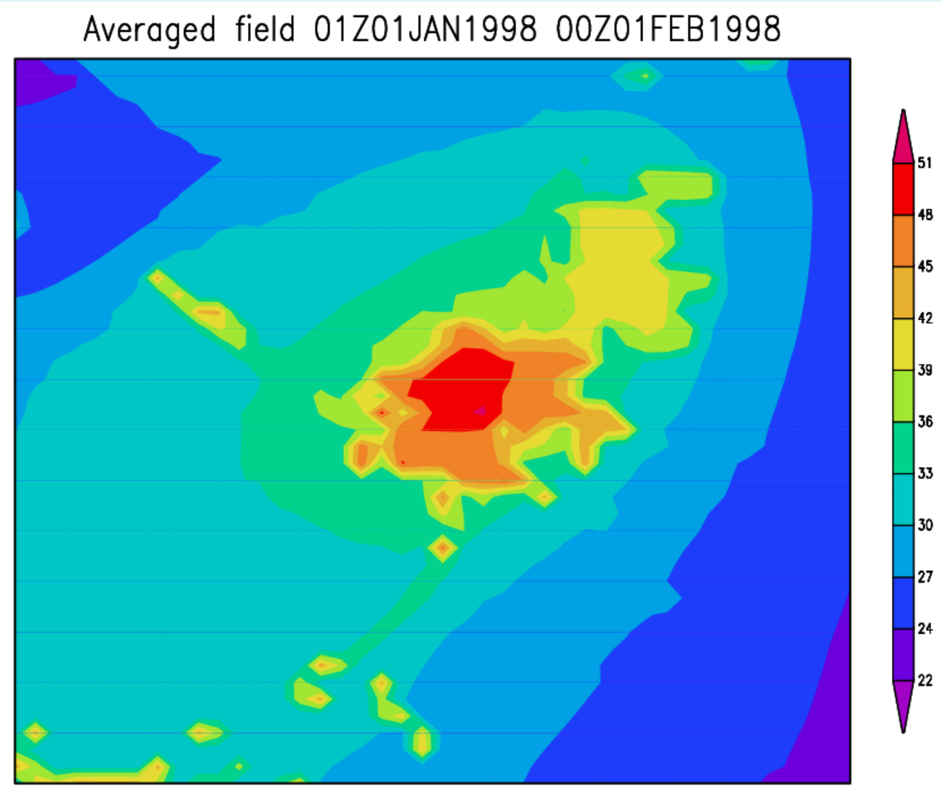
- Ces modèles simulent le transport et la chimie pour un grand nombre de sources à des échelles allant de la ville au globe
- La pollution de proximité est mal simulée

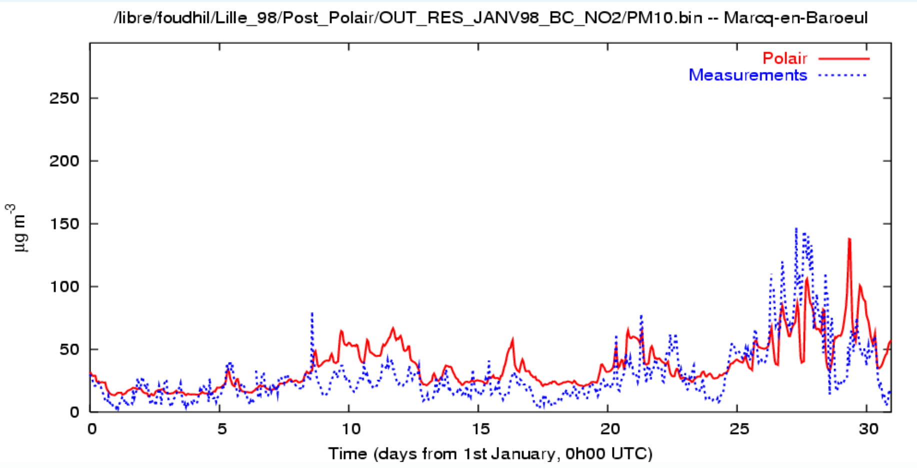


Modèles 3-D de chimie transport (CTM)
exemple de calcul *off-line*

[Foudhil, 2004]

- Concentrations en PM10 (µg.m^{-3}) sur Lille dans le cadre d'un plan de déplacement urbain





Plan

- Les modèles empiriques
- Modèles physiques
  - Avantages et inconvénients
  - Exemples de simulations avec des codes CFD

Avantages et inconvénients
Modèle Gaussien de panache

Avantages	Inconvénients
Expressions analytiques	Source continue Pas d'obstacles, pas de relief
Simplicité de programmation	Champs de vent uniforme (en vitesse et direction)
Temps de calcul faible	
Littérature abondante pour les paramétrisations	La qualité des résultats dépend des paramétrisations

Avantages et inconvénients
Modèle à bouffées

Avantages	**Inconvénients**
Emissions qui varient dans le temps	Nombre de sources limité
Relative facilité d’implémentation dans des outils opérationnels	Champs météorologiques uniformes dans une même bouffée
Les champs météorologiques varient d’une bouffées à l’autre et dans le temps	Pas d’obstacles, pas de relief
Possibilité de rajouter des processus spécifiques (dépôt, décroissance)	Mais de manière approximative

Avantages et inconvénients
Modèle Eulérien- Lagrangien Stochastique (CFD)

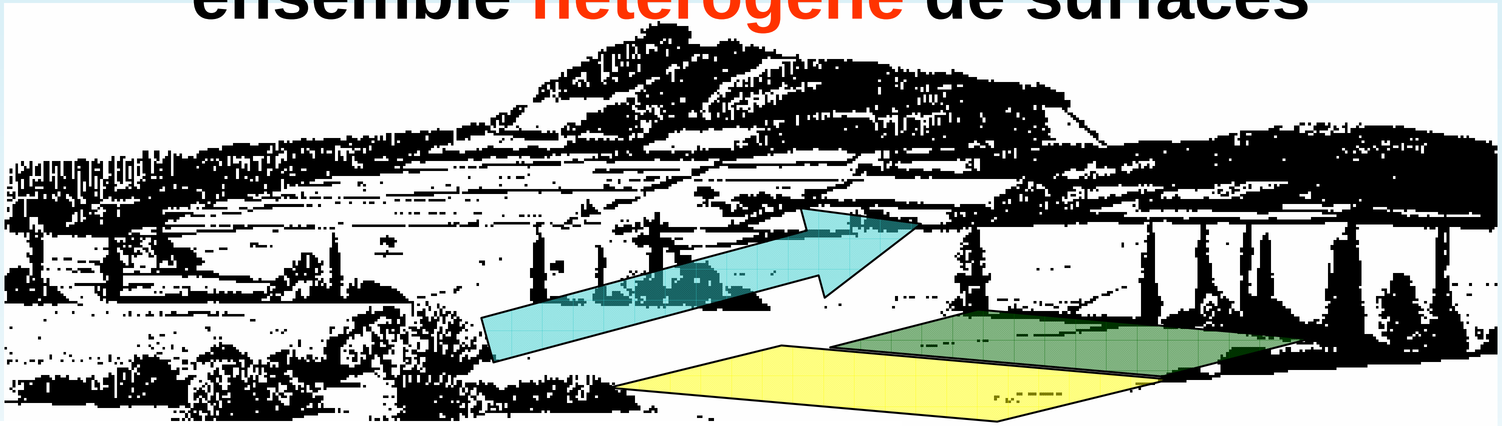
Avantages	Inconvénients
Résolution des équations de la mécanique des fluides : prise en compte de champs de vents 3D, de terrains complexes	Complexité des modèles mathématiques
Sources continues et instantanées	Temps de calcul élevé
Faible diffusion numérique	
Simule la dispersion en champs proche	Difficultés de coupler des modèles de chimie pour les particules réactives

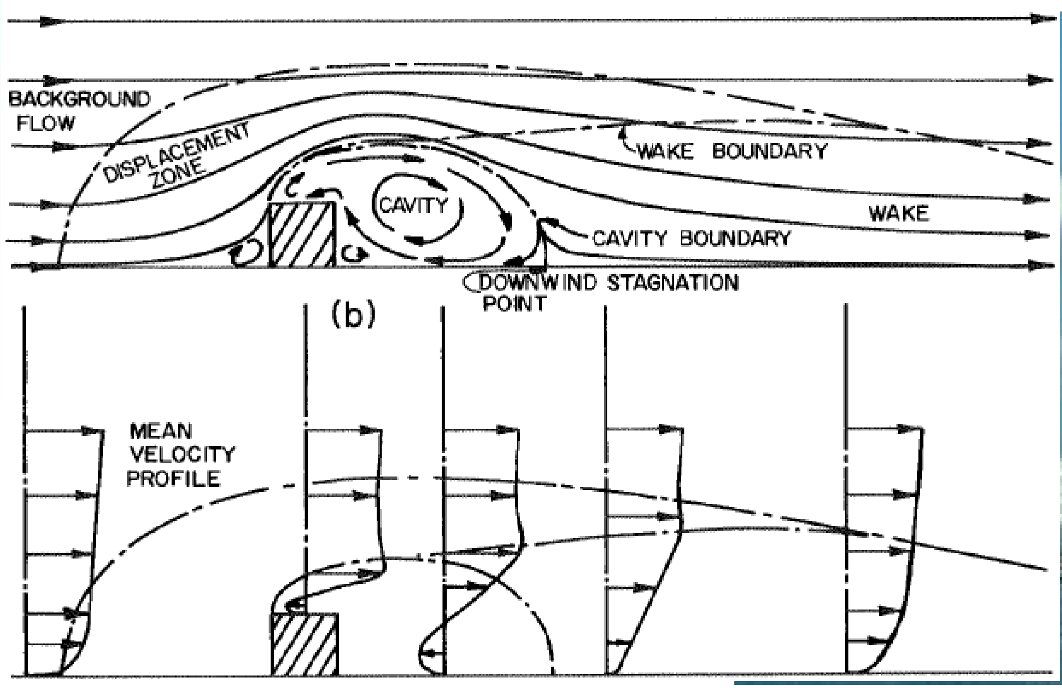
Avantages et inconvénients
Modèle Eulerien-Eulérien (CFD)

Avantages	**Inconvénients**
Résolution des équations de la mécanique des fluides	Complexité des modèles numériques
Prise en compte de l'ensemble des processus influençant la dispersion : écoulement, turbulence, obstacles, relief	Temps de calcul élevé Influence du maillage Précision dépendant de la méthode de résolution, du choix des modèles
Possibilités de coupler des modèles : chimie, aérosols	
Ceci est vrai pour tous les modèles !!!!	La modélisation de la turbulence est fondamentale mais reste difficile

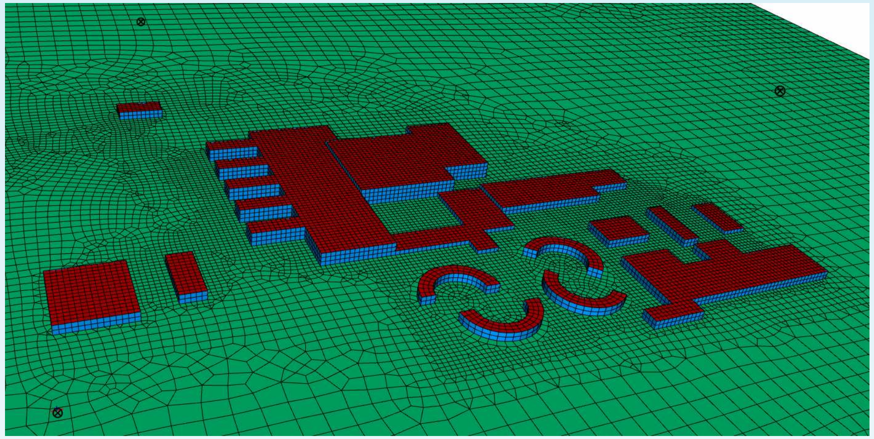
CFD - Applications

Ces processus s’exercent à l’échelle sub-méso : ensemble hétérogène de surfaces

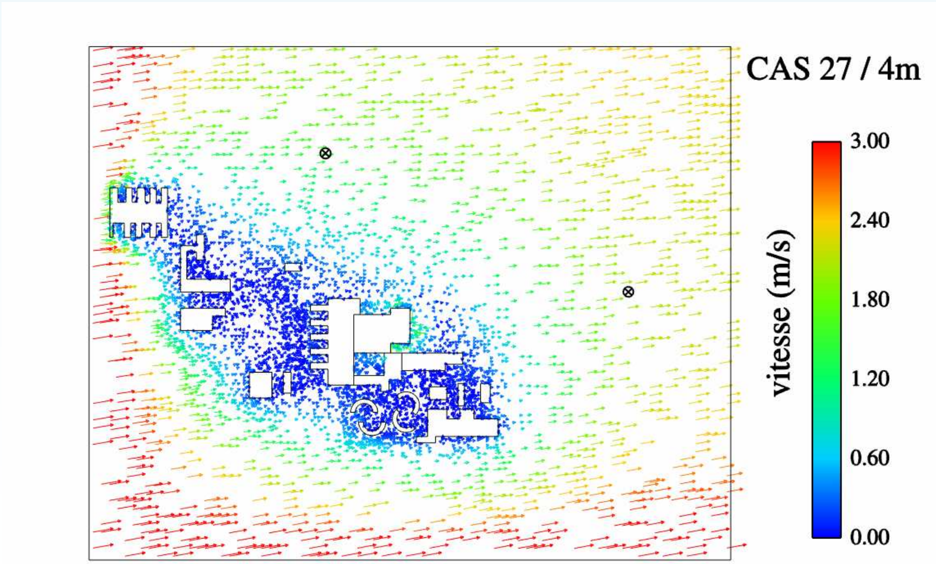


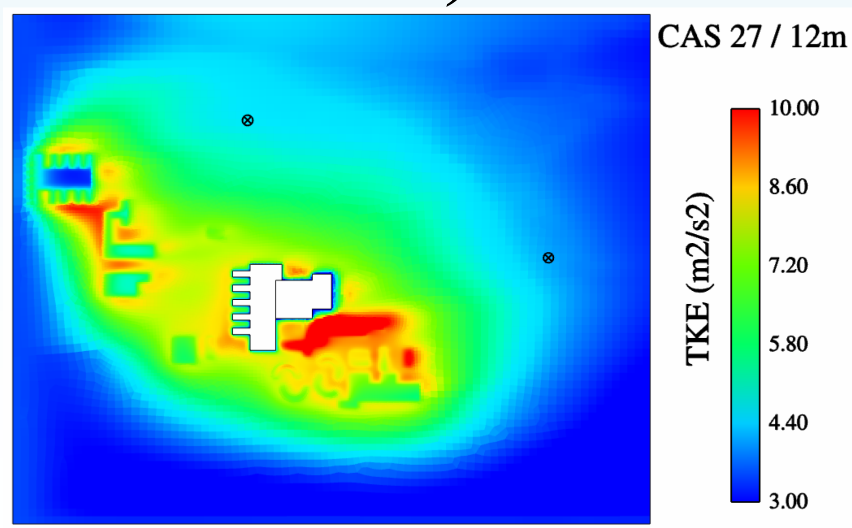


Exemple de simulation d'écoulement en terrain complexe avec un code CFD



Code Mercure-Saturne (CEREA - EdF r&d)

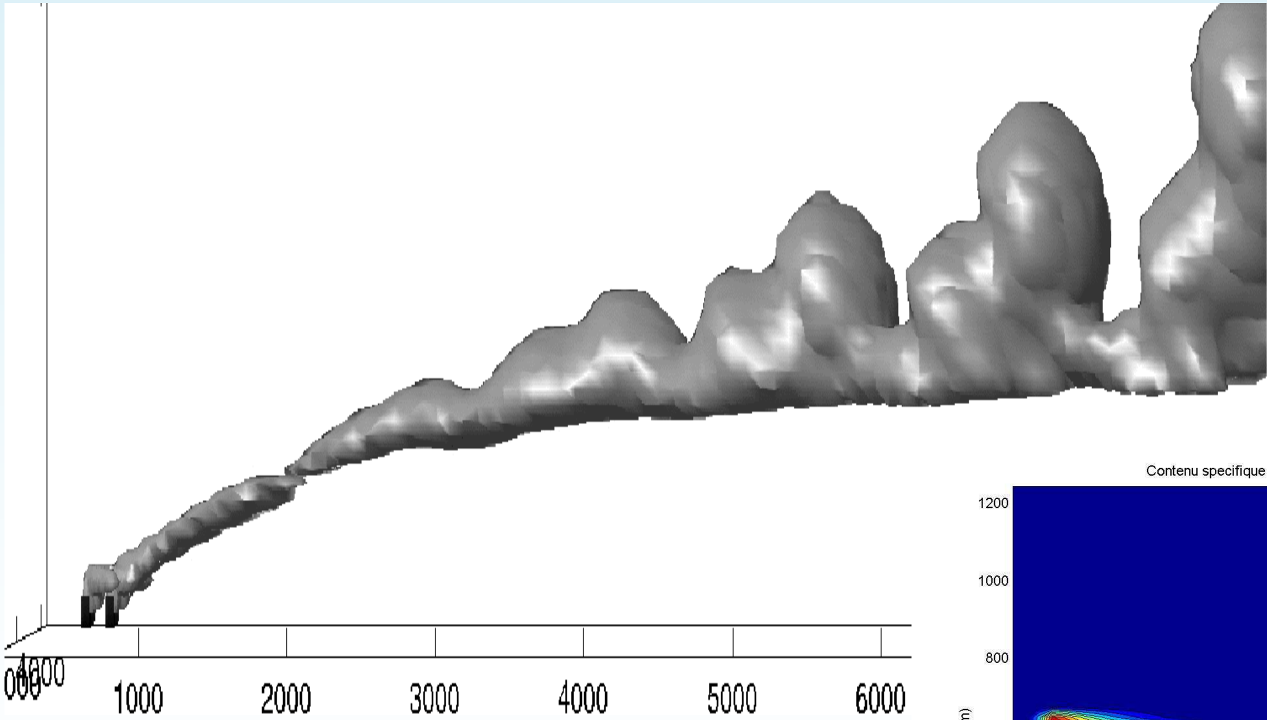


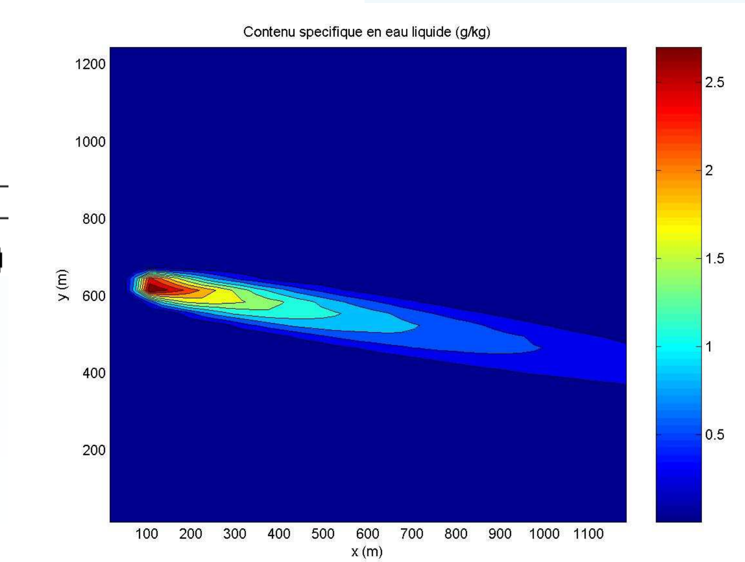


Modélisation 3D de panaches humides

[Bouzereau, 2004]

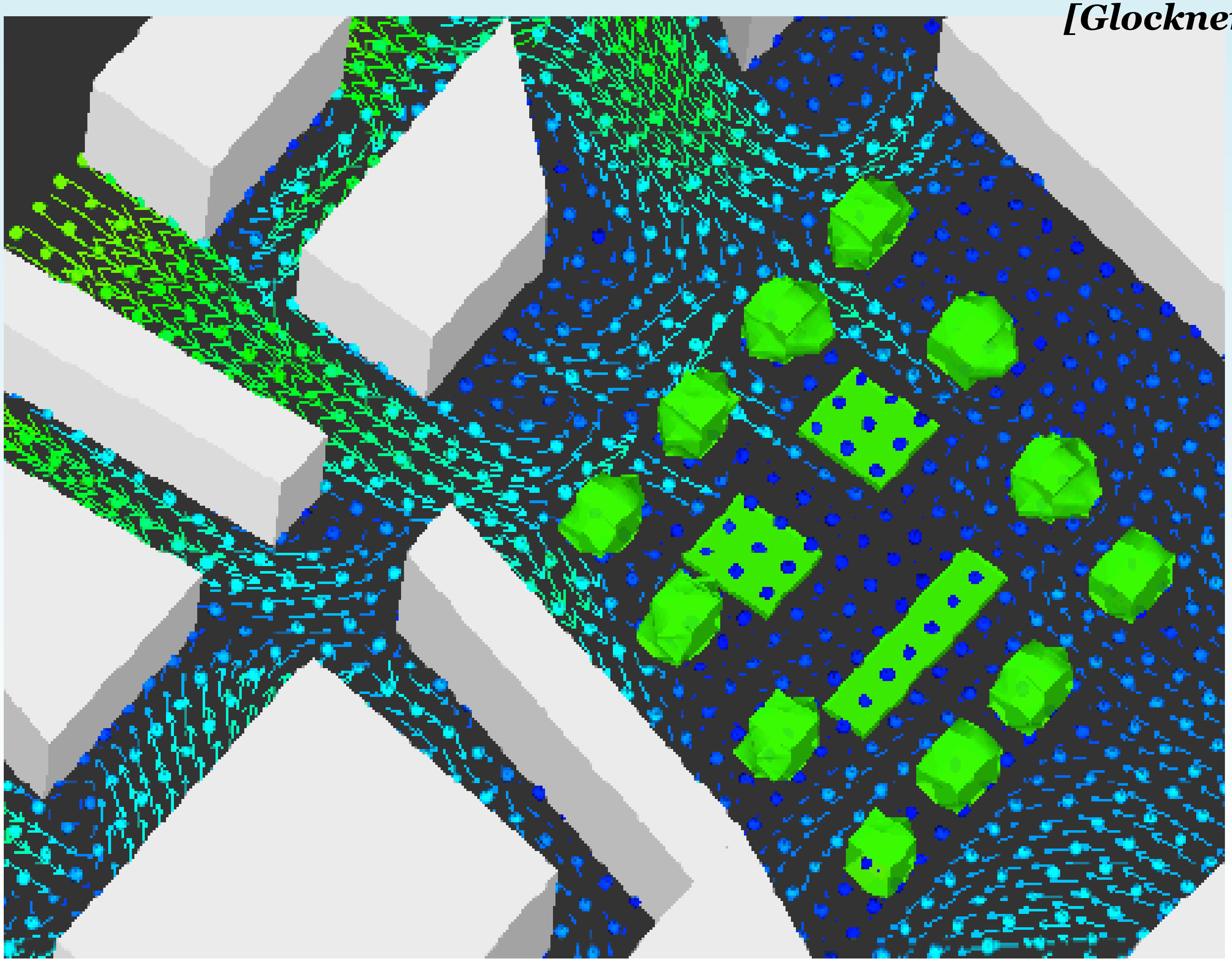
- Champs dynamiques et turbulents issus du code de calcul
- Physique sophistiquée de la micro-physique nuageuse





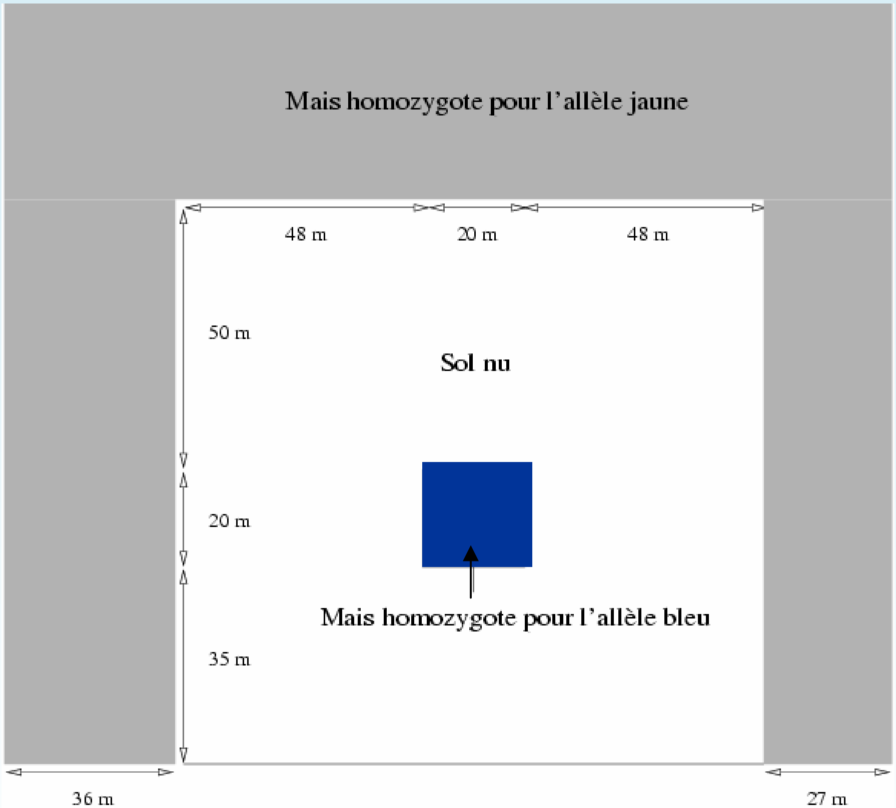
Simulations 3D de la place Gambetta (Bx)

[Glockner, 2003]



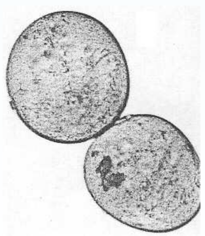
Simulation de la dispersion de pollen

[AGPM, 1998]



Parcelle émettrice
de maïs bleu :

20 m x 20 m

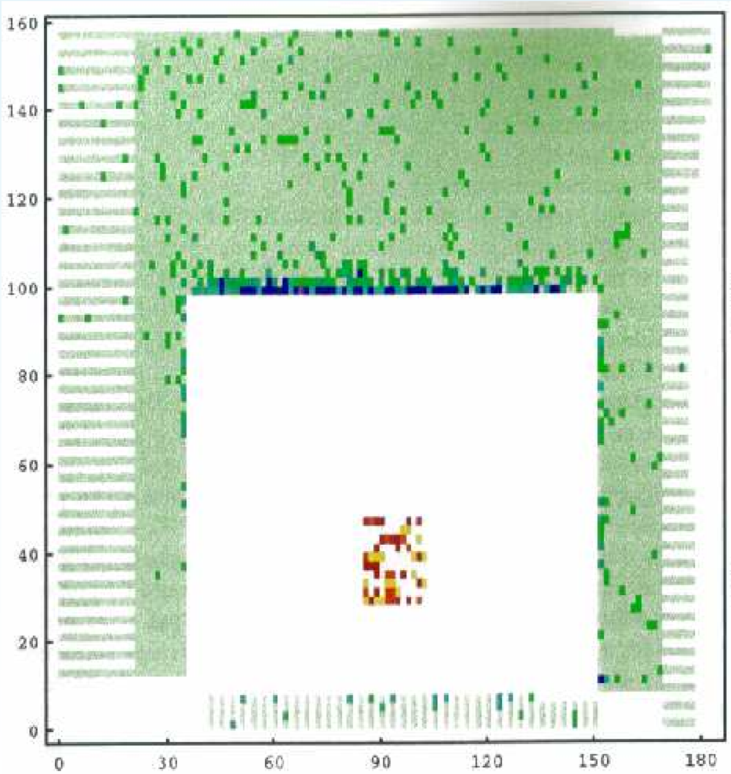


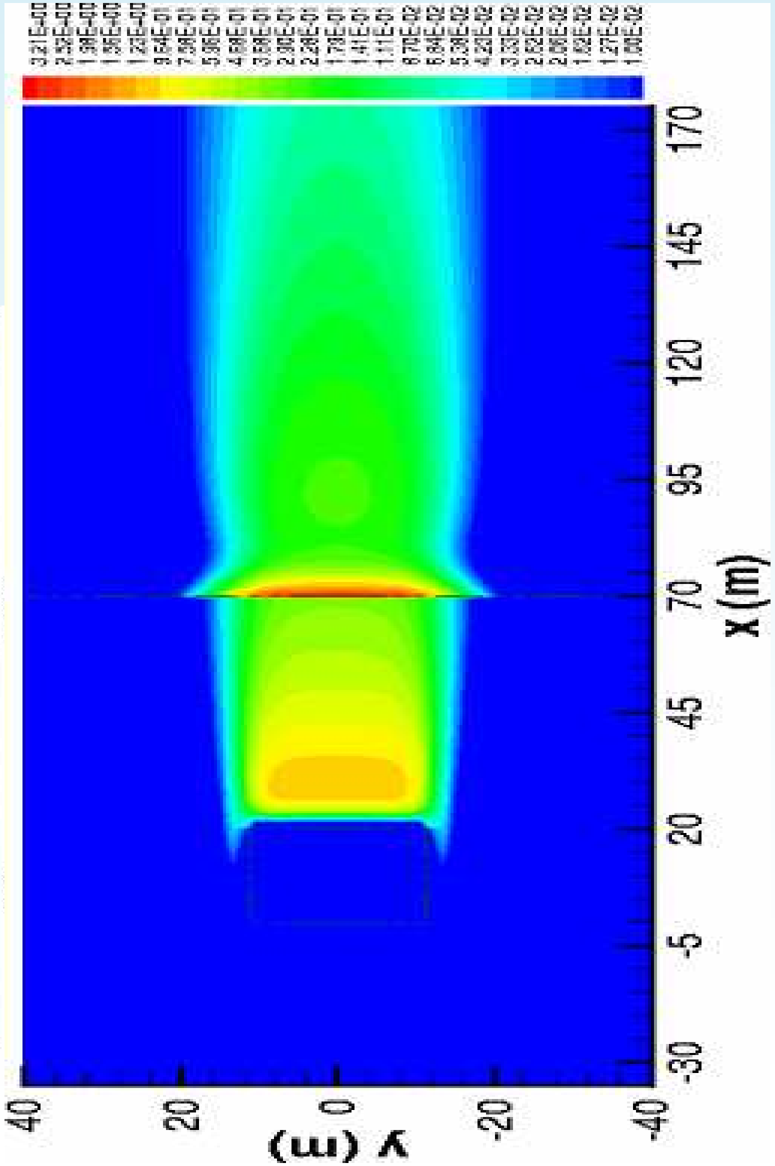
- Pollen maïs : v_s=20 cms^{-1}

Dépôts à la Lisière - Comparaison qualitative

[Foudhil, 2002]

(Klein, 2000)

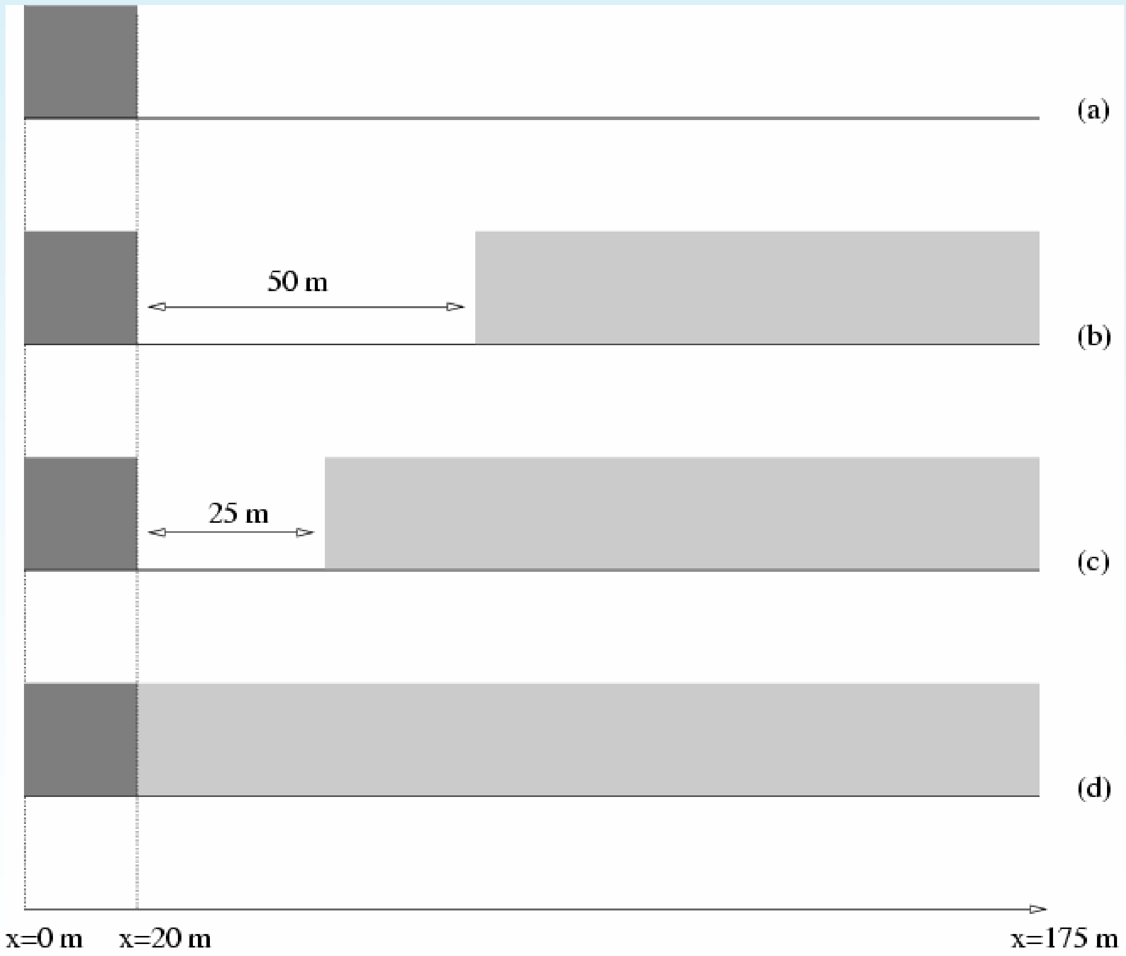




Études numériques de dispositifs discontinus

[Foudhil, 2002]

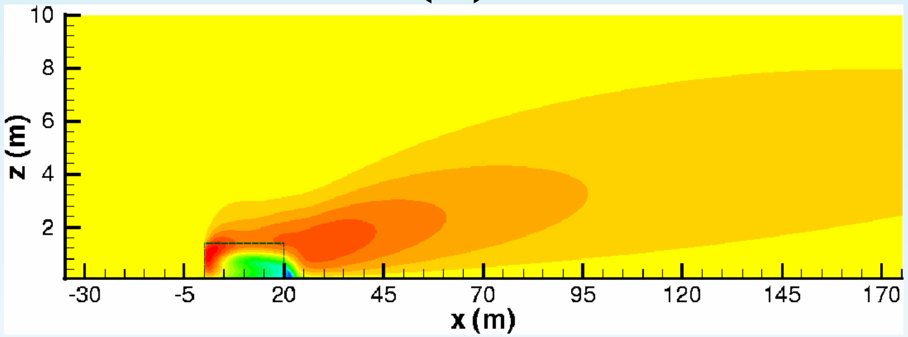
(AGPM, 1998 ⟵)



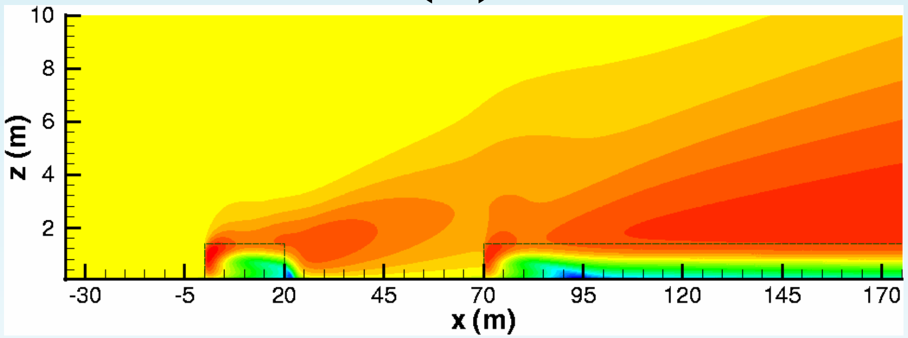
Énergie cinétique moyenne du mvt turbulent k

[Foudhil, 2002]

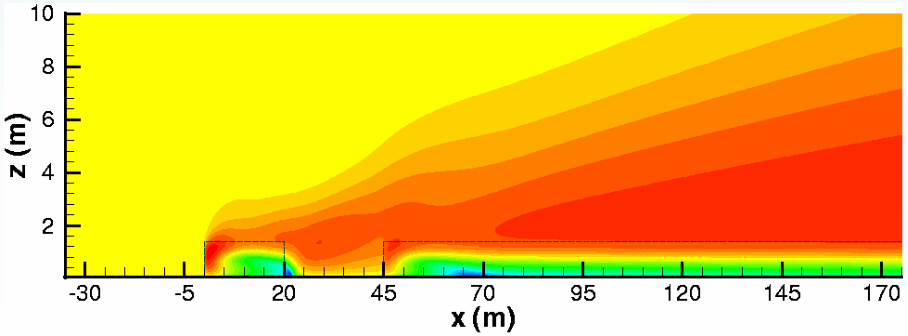
(a)



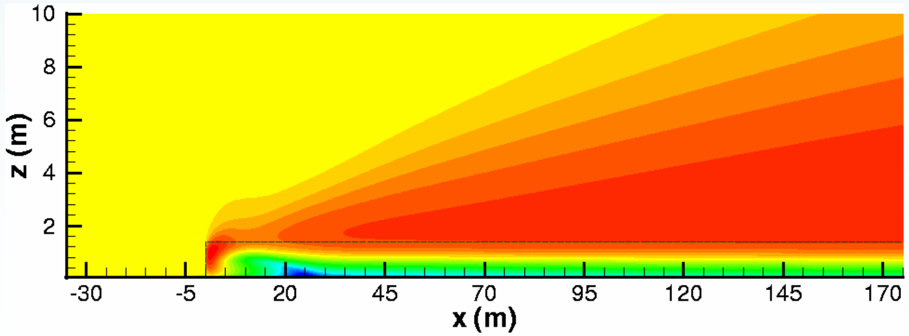
(b)



(c)

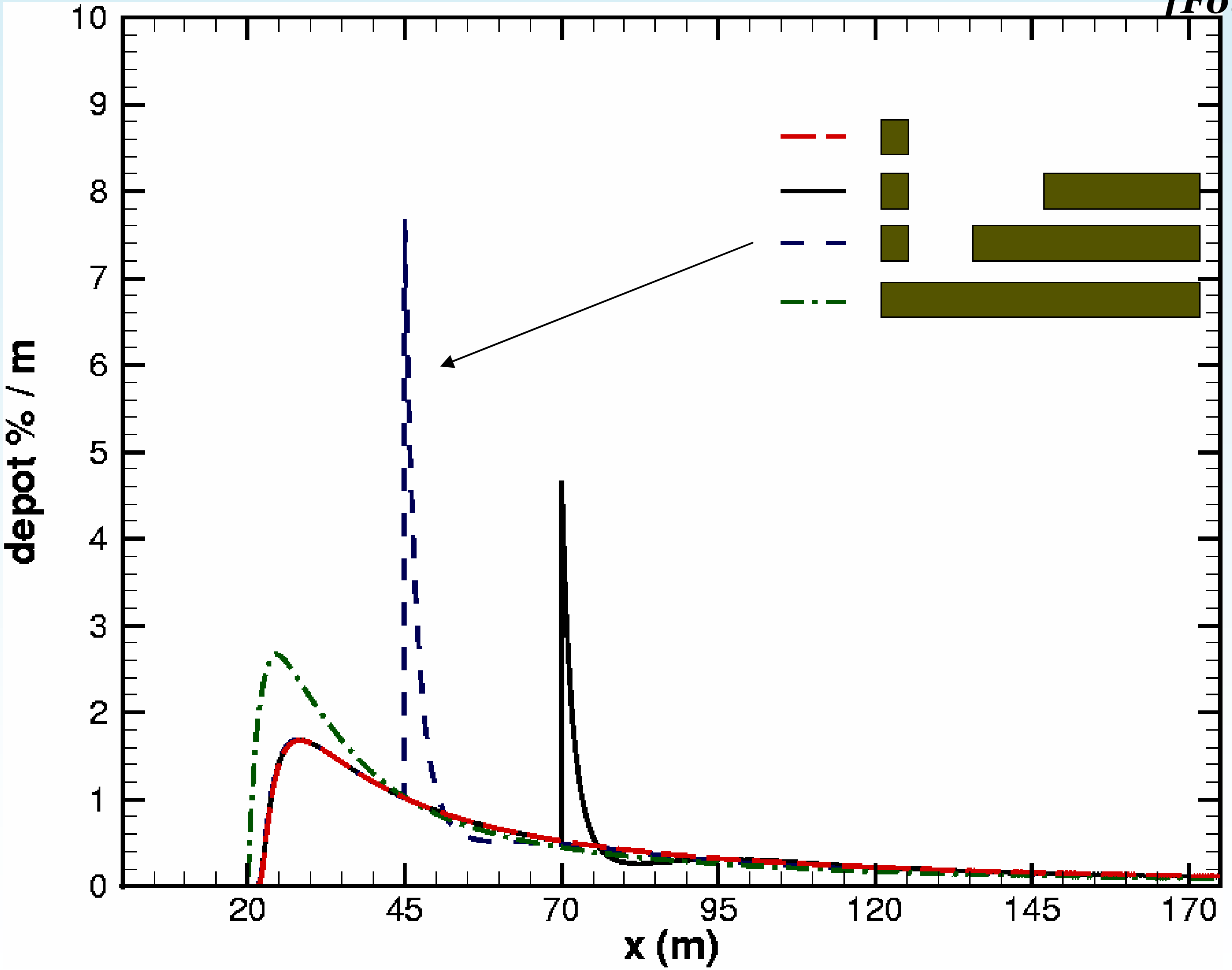


(d)



Influence de la structure de la canopée végétale sur les dépôts

[Foudhil, 2002]



Évolution du flux de particules déposées (%m^{-1})

Une panoplie de modèles pour faire quoi au juste?

Type de modèle	Domaine de calcul	Application
CFD réactive (on-line)		
DNS	échelle très locale $\sim$ 1 km	Recherche (turbulence)
LES	échelle très locale $\sim$ 1 km	Recherche (turbulence)
RANS	échelle locale $\sim$ 10 km	Environnement complexe (bâti...)
Modèles off-line		
Modèles gaussiens	échelle locale $\sim$ 10 km	Risque industriel (impact local)
Modèles lagrangiens	échelle locale $\sim$ 10 km échelle régionale $\sim$ 100 km et échelle continentale $\sim$ 1000 km	Risque industriel (radionucléides), biologique
Modèles de chimie-transport	échelle régionale $\sim$ 100 km et échelle continentale $\sim$ 1000 km	Prévision et impact (photochimie)
Modèles globaux	échelle globale $\sim$ 10 000 km	Transport intercontinental
Modèles on-line		
CTM couplé	échelle continentale	Recherche (photochimie)
GCM	échelle globale	Impact climatique

Modèles numériques utilisés en qualité de l'air, échelles d'étude et application courante

Principales notations (1)

u_j : composante de la vitesse instantanée suivant j $\left[m.s^{-1}\right]$

P : pression instantanée $\left[kg.m^{-1}.s^{-2}\right]$

f : paramètre de Coriolis $= 2\left|\Omega\right|\sin\phi$ $\left[s^{-1}\right]$

g : accélération de la pesanteur $\left[m.s^{-2}\right]$

x_j : coordonnée cartésienne suivant la direction j $\left[m.s^{-1}\right]$

$t : temps\left[s\right]$

ρ : masse volumique $\left[kg.m^{-3}\right]$

μ : viscosité dynamique $\left[kg.s^{-1}.m^{-1}\right]$

Principales notations (2)

T : température instantanée $\left[K\right]$

C_p : capacité calorifique massique à P cste $\left[m^2.s^{-2}.K^{-1}\right]$

λ : conductivité thermique $\left[kg.m.s^{-3}.K^{-1}\right]$

M_{air} : masse molaire $= 28\,kg.mol^{-1}$

r : constante universelle des GP $= 8.314\ J.mol^{-1}K^{-1}$

ε_{ijk} : symbole d'Einstein vaut 1 ou -1 si $i, j, k = 1,2,3$ sinon 0

δ_{ij} : symbole de Kronecker vaut 1 si $i = j$ et 0 sinon

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_j \frac{\partial}{\partial x_j}$$: dérivée particulaire

Bibliographie indicative (1)

- **Livres**

  - B. Sportisse. Pollution Atmosphérique, des processus à la modélisation. Springer-Verlag France, 2008
  - G. DeMoor. Les théories de la turbulence dans la couche limite atmosphérique. Direction de la Météorologie, Boulogne (F.), 1983
  - S. Malardel. Fondamentaux de Météorologie. Cépaduès, 2009
  - G. Guyot. Climatologie de l'environnement. De la plante aux écosysthèmes. Masson, Paris (F.), 1997
  - P. Chassaing. Turbulence en mécanique des fuides : analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur, Cépaduès-Édition, INP Toulouse (F.), 2000
  - G. Coantic. La turbulence dans la couche limite atmosphérique : La turbulence en mécanique des fluides, Chap. IV. Bordas, Paris (F.), 1976.
  - Arya S.P.S., Introduction to Micrometeorology. Academic Press, N Y
  - Kaimal, J.C. and Finnigan, J.J, 1994: Atmospheric Boundary Layer Flows: their structure and measurement, Oxford University Press
  - Oke, T.R., 1987: Boundary Layer Climates, Routledge, New York

Bibliographie indicative (2)

- **Thèses**
  - Représentation des nuages chauds dans le modèle météorologique « Mercure » : application aux panaches d'aéroréfrigérants et aux précipitations orographiques, E. Bouzereau 2004
  - Développement d'un modèle numérique de dispersion atmosphérique de particules à l'échelle d'un paysage hétérogène, H. Foudhil 2002
- **Simulations numériques et animations**
  - Merci à C. Lebot du laboratoire TreFle pour les 4 simulations de l'expérience de Rayleigh-Bénard
  - Merci à S. Glockner du laboratoire TreFle pour la simulation 3D de l'écoulement sur la place Gambetta
- **Supports de cours et illustrations**
  - Qualité de l'air et santé - Volet 3 - Notions de météorologie et dispersion de polluants, S. Lacours
  - Merci à D. Vendum, M. Milliez, Y. Roustan, L. Musson-Genon, C. Seigneur et I. Bourdin-Korsakissok du laboratoire CEREA