



# Rayonnement Atmosphérique: Equation du Transfert Radiatif: modèles simplifiés



**ParisTech**  
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES  
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY

UNIVERSITÉ  
— PARIS-EST

# Pourquoi le rayonnement en météorologie ?

- **C'est la seule source d'énergie du système Terre-Atmosphère**

- L'atmosphère ne consomme pas d'énergie:

**Solaire reçu:**  $1.74 \cdot 10^{17} \text{ W}$

**Energie cinétique:**  $7.5 \cdot 10^{19} \text{ W}$

**Energie potentielle:**  $4.5 \cdot 10^{23} \text{ W}$

**Energie Latente:**  $2.5 \cdot 10^{22} \text{ W}$

**Energie Interne:**  $1.3 \cdot 10^{24}$

**Total:**  $1.8 \cdot 10^{24}$

- Cela correspond à un temps de mise en route du système d'environ 4 mois

- **Cause première des mouvements atmosphériques**

- Répartition spatio-temporelle du rayonnement reçu



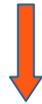
# La machine atmosphérique

## ➤ L'atmosphère précède la Terre dans son mouvement

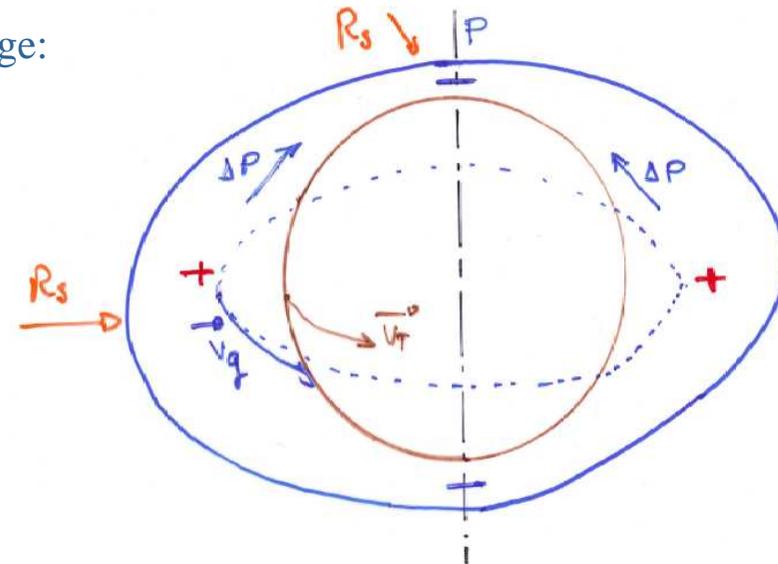
Si l'on regarde le bilan énergétique solaire Infrarouge:  
Gain à l'équateur- déficit aux Pôles



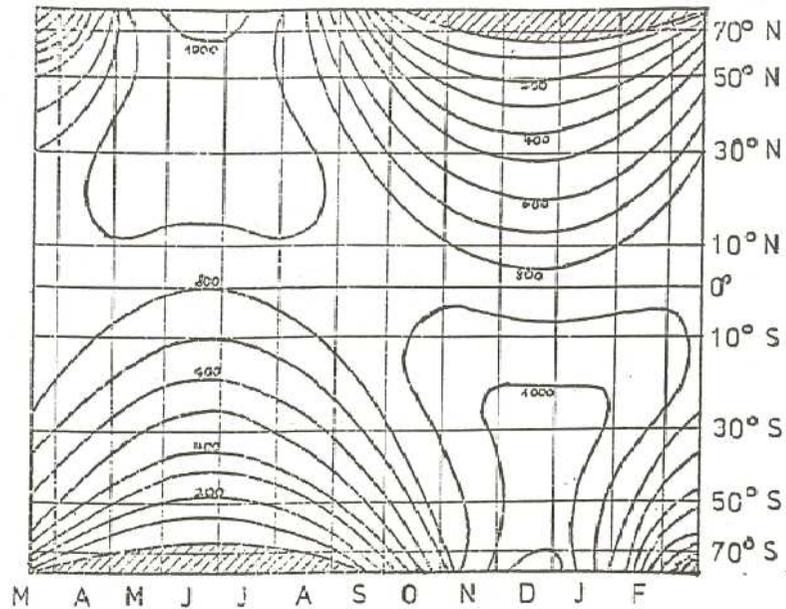
Transport de chaleur de l'équateur vers les Pôles



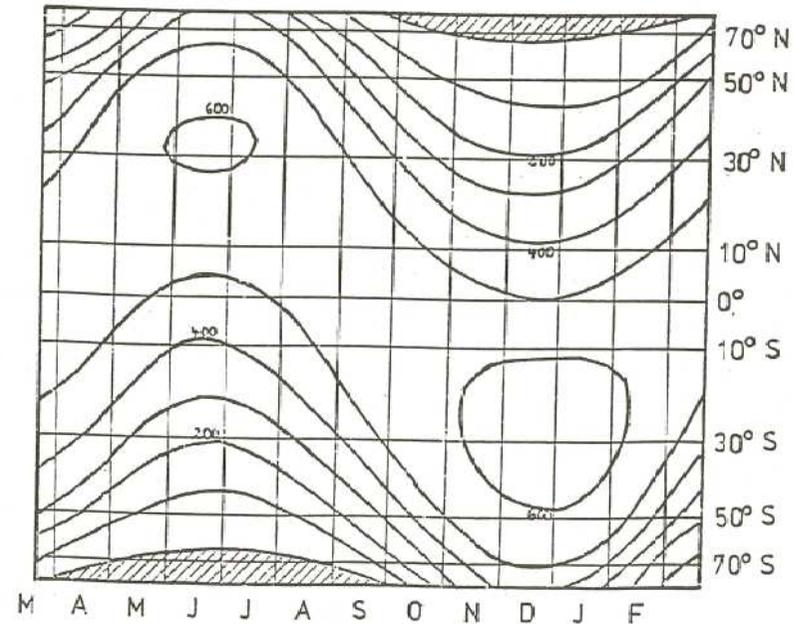
Systemes dépressionnaires



# Répartition spatiale du rayonnement solaire

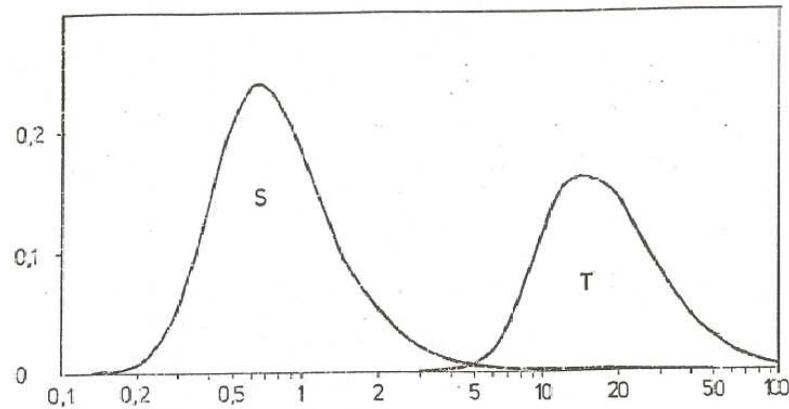


Energie solaire reçue à la limite de l'atmosphère en cal/cm<sup>2</sup> jour.

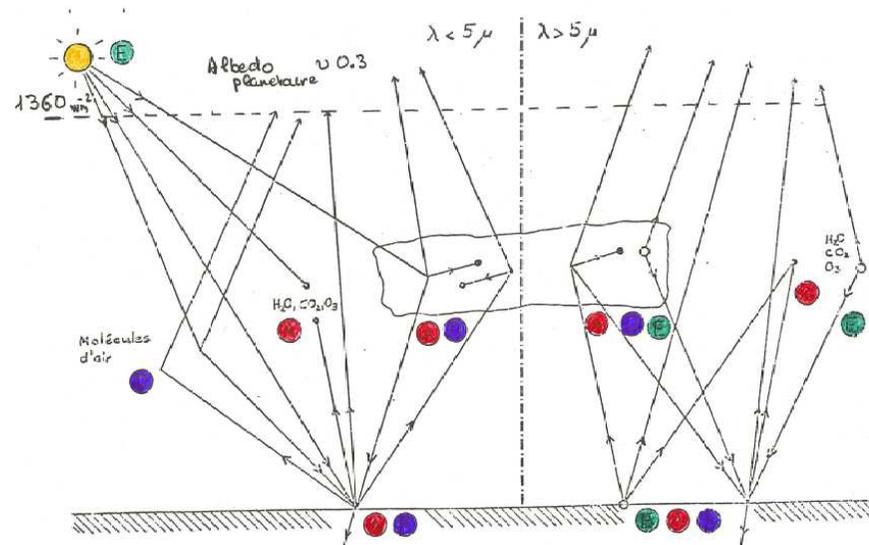


Schématisme de l'énergie solaire reçue au sol en cal/cm<sup>2</sup> jour

# Répartition spectrale du rayonnement et processus physiques à prendre en compte



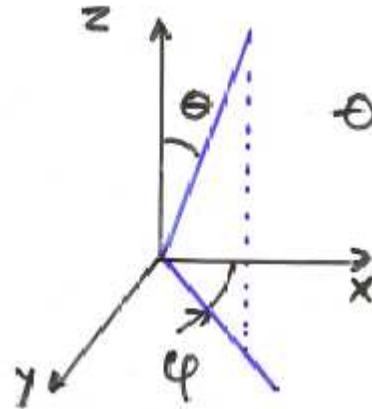
Energie solaire (S) et thermique (T) en fonction de la longueur d'onde (en  $\mu$ ) exprimée en  $\text{kW/m}^2 \cdot \log_{10} \lambda$ .



# Plan du cours/ Objectif

- **Les phénomènes physiques: l'équation du transfert radiatif**
- **Un modèle simplifié pour le rayonnement thermique**
  - Les hypothèses et les équations
  - Quelques résultats
- **Un modèle simplifié pour le rayonnement Solaire**
  - Par ciel clair
  - Par ciel nuageux
  - Quelques résultats
- **Objectif: comprendre comment le rayonnement est pris en compte dans les modèles atmosphériques de prévision du temps**

# Les processus physiques: l'extinction



angle zénithal,  $\mu = \cos \theta$

**L'extinction** : Loi de Beer-Lambert

$$dI_v = -K_n^{\text{ext}} \rho I_v dl$$

$I_v$  est la luminance énergétique spectrale



Chemin optique:  $dt_v = \rho I_v dl$



équation du transfert radiatif pour l'extinction:

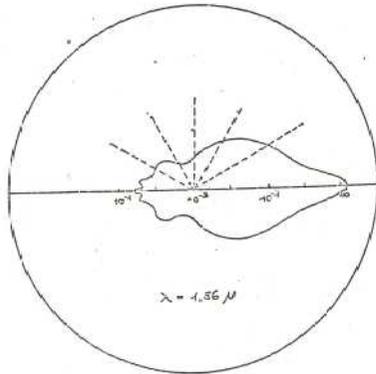
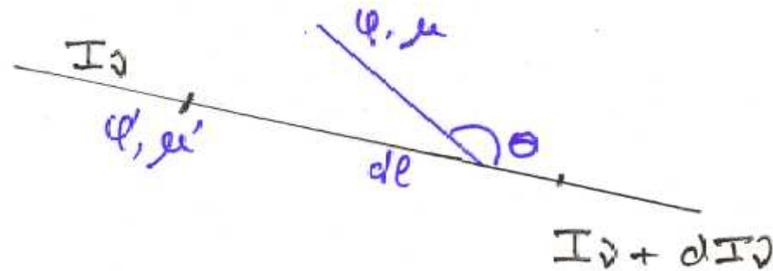
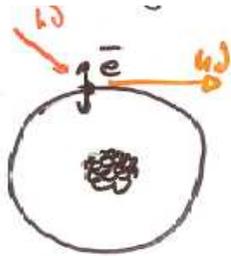
$$\mu \frac{\partial I_v(t_v, \varphi, \mu)}{\partial t_v} = -I_v(t_v, \varphi, \mu)$$

Ce qui donne pour un rayonnement parallèle:

$$S_v(t_v) = S_{v0} \exp(-t_v / \mu_0)$$

# Les processus physiques: la diffusion

Diffusion: changement de direction sans changement de longueur d'onde



$P(\cos(\theta))$ : fonction de diffusion autour de la direction  $\theta$

Albédo de simple diffusion:  $\omega_0 = K_v^{dif} / (K_v^{dif} + K_v^{abs}) = 1 - K_v$

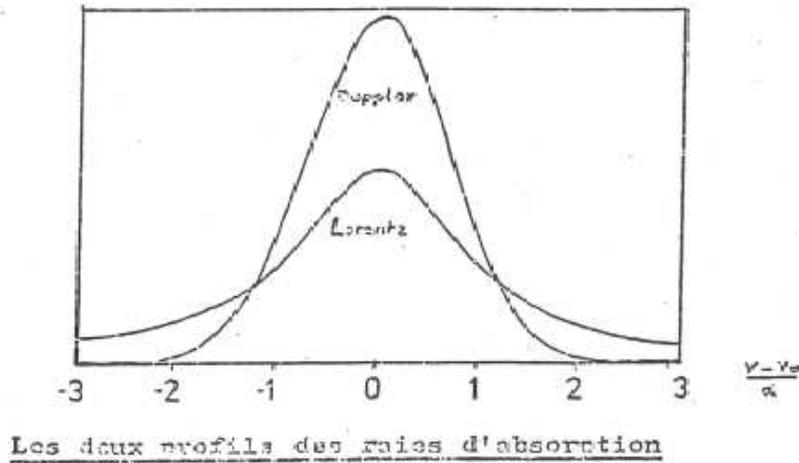
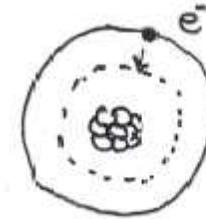


Équation du transfert radiatif pour la diffusion

$$\mu \frac{\partial I_v(t_v, \varphi, \mu)}{\partial t_v} = \frac{1 - K_v}{4\pi} (S_{v0} \exp(-t_v / \mu_0) P_{tv}(\mu, \varphi, -\mu_0, \varphi_0) + \int_0^{2\pi+1} \int_{-1}^1 P_{tv}(\mu, \varphi, \mu', \varphi') I_v(t_v, \mu', \varphi') d\mu' d\varphi')$$

# Les processus physiques: l'absorption

Absorption correspond à un saut sur les orbitales électroniques



élargissement des raies:

-incertitudes sur les niveaux quantiques

-Effet Doppler  $\alpha_D = \alpha_{D0} \sqrt{T/T_0}$

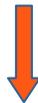
-Choc moléculaires:  $\alpha_D = \alpha_{D0} P/P_0 \sqrt{T/T_0}$

- effet Lorentz

+ raies d'absorption non isolées



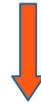
Répartition statistiques des profils de raies  
 Raies identiques      Distribution statistique  
 Elsasser                  Goody, Malkmus



$K^v_{abs}$  en fait sur une bande de fréquence  $\delta\nu$

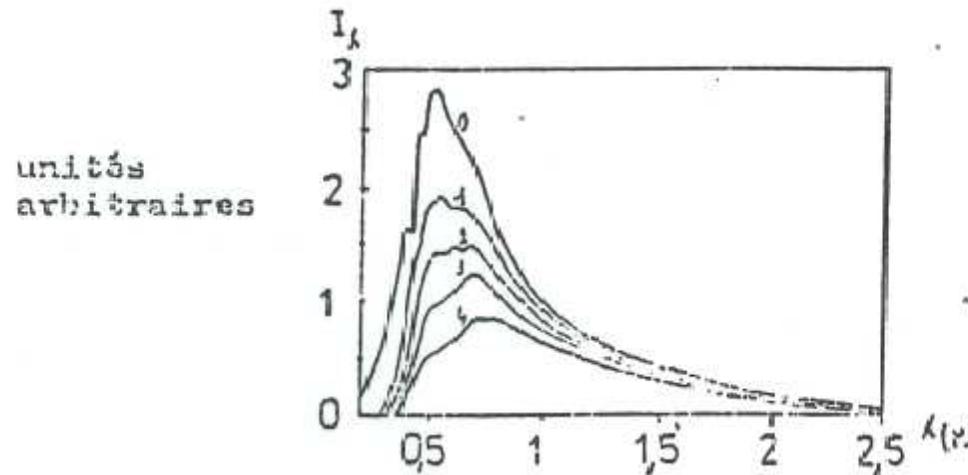
# Les processus physiques: la diffusion par les gaz

Cas limite de la théorie de Mie (interaction ondes électromagnétiques / particules sphériques):  
Indice de réfraction  $n_r > 0$  et  $r > 0$



$K_{\text{dif}}^v$  est proportionnel à  $\lambda^{-4.09}$   
Couleur bleue du ciel

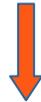
Si on calcule le rayonnement direct en ne tenant compte que de la diffusion Rayleigh, on peut calculer pour une atmosphère type la répartition spectrale du rayonnement direct restant en fonction du nombre d'atmosphère traversée présenté sur la figure ci-dessous.



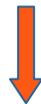
Effet de la diffusion Rayleigh sur le rayonnement solaire par nombre  $n$  d'atmosphères traversées

# Les processus physiques: la diffusion et l'absorption par les particules

Théorie de Mie qui fait intervenir:  
le rapport entre la longueur d'onde et la taille des particules  
le spectre des particules qui sont supposées sphériques  
les propriétés optiques de la particule à travers son indice de réfraction complexe



Perturbation de E et B : équations de Maxwell



$K^v_{\text{ext}}$   
 $K^v_{\text{abs}}$



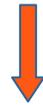
$K^v_{\text{dif}}$

# Les processus physiques: Le rayonnement propre ou l'émission

Gain de luminance dans une direction donnée

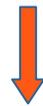
$$I_\nu \xrightarrow{de} I_\nu + dI_\nu$$

$$dI_\nu = -K_n^{\text{emis}} \rho B_\nu(T) dl$$



$B_\nu(T)$  est la fonction de Planck (émission du corps noir)

$$B_\nu = \frac{2h}{C^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$



Loi de Kirchhoff

$$K_n^{\text{emis}} = K_n^{\text{abs}}$$

L'équation du transfert radiatif pour l'émission

$$\mu \frac{\partial I_\nu(t_\nu, \mu, \varphi)}{\partial t_\nu} = -K_\nu B_\nu(T)$$

# Les processus physiques: L'équation complète du transfert radiatif

Pour un rayonnement diffus dans un milieu homogène horizontalement

$$\mu \frac{\partial I_\nu(t_\nu, \varphi, \mu)}{\partial t_\nu} = I_\nu + \frac{1 - K_\nu}{4\pi} (S_{\nu 0} \exp(-t_\nu / \mu_0) P_{i\nu}(\mu, \varphi, -\mu_0, \varphi_0) + \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 P_{i\nu}(\mu, \varphi, \mu', \varphi') I_\nu(t_\nu, \mu', \varphi') d\mu' d\varphi' - K_\nu B_\nu(T))$$

$$\text{avec } dt_\nu = -K_\nu^{\text{ext}} \rho l$$

Il faut y ajouter l'équation pour le rayonnement parallèle

$$S_\nu(t_\nu) = S_{\nu 0} \exp(-t_\nu / \mu_0)$$

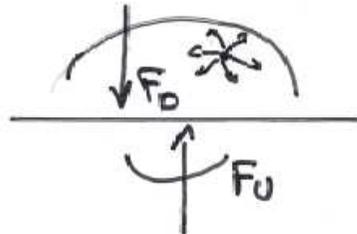
Pour calculer les flux et construire un modèle de rayonnement, il faut donc réaliser plusieurs intégrations sur: l'angle zénithal, la fréquence et le chemin optique

# Modèle de rayonnement: Le domaine Infrarouge ou thermique – ciel clair

Les hypothèses: émission propre de l'atmosphère, rayonnement isotrope, la diffusion est négligée



## 1- intégration suivant l'angle zénithal



Méthode « two stream »  
Approximation d'Eddington  
 $F_U$ : flux montant  
 $F_D$ : flux descendant

## 2 – intégration suivant l'épaisseur optique

$$\int_z^{z'} \rho K_\nu(P, T) dz$$

On sépare la dépendance en  $P$ ,  $T$  et la dépendance en  $\nu$ , approximation d'échelle



avec 
$$U = \int_z^{z'} \rho \left( \frac{P}{P_0} \right)^n \left( \frac{T_0}{T} \right)^{n/2} dz$$

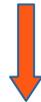
# Modèle de rayonnement: Le domaine Infrarouge ou thermique – Intégration suivant la fréquence

Approximation d'émissivité: on travaille sur des fonctions intégrées sur le spectre mais normées par rapport à l'émission intégrée du corps noir, on obtient pour les flux montants et descendants:

$$\varepsilon'(z, z') = \frac{1}{\sigma T^4} \int_0^\infty A_\nu(z, z') \pi B_\nu(T) d\nu$$

$$Fu = \sigma T_s^4 (1 - \varepsilon'(0, z)) - \int_0^z \sigma T^4 \frac{\partial \varepsilon(z, z')}{\partial z} dz' \quad Fd = \int_z^\infty \sigma T^4 \frac{\partial \varepsilon(z, z')}{\partial z} dz'$$

La détermination de  $\varepsilon'$  avec précision est difficile, on préfère réaliser une intégration par parties



$$\varepsilon(z, z') = \int_0^\infty A_\nu(z, z') \pi \frac{\partial B_\nu(T)}{\partial (\sigma T^4)} d\nu$$

$$Fu = \sigma T_s^4 + \int_0^z \varepsilon(z, z') \frac{\partial (\sigma T^4)}{\partial z} dz' \quad Fd = \int_z^\infty \varepsilon(z, z') \frac{\partial (\sigma T^4)}{\partial z} dz'$$

# Modèle de rayonnement: Le domaine Infrarouge ou thermique – taux de réchauffement

Le réchauffement dans les couches atmosphériques pour la température potentielle

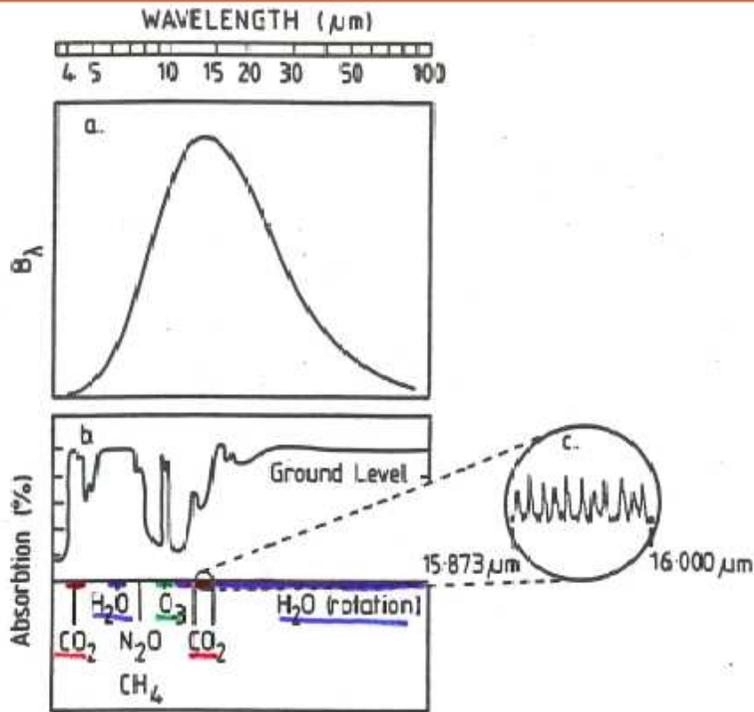
$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\theta}{T} \frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial (Fu - Fd)}{\partial z}$$

Le flux infrarouge descendant au sol peut alors s'écrire

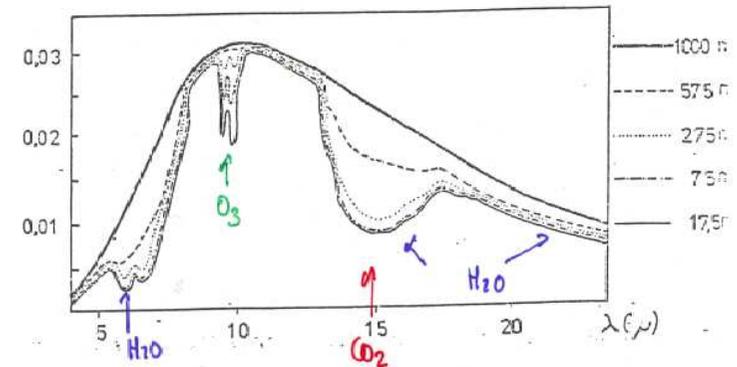


$$Fd(0) = \int_0^{\infty} \varepsilon(0, z') \frac{\partial (\sigma T^4)}{\partial z} dz'$$

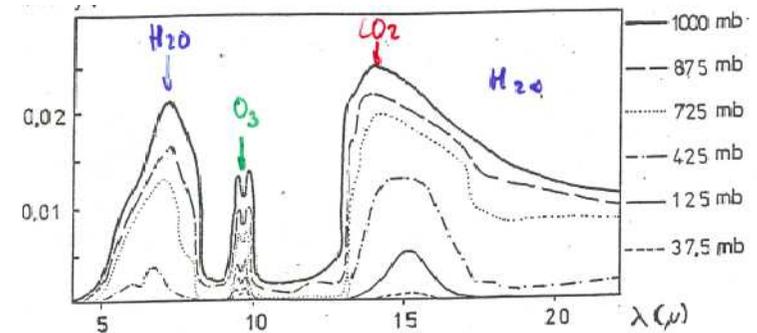
# Modèle de rayonnement: Le domaine Infrarouge ou thermique – les absorbants atmosphériques



$$\epsilon(z, z') = \epsilon_{\text{H}_2\text{O}}(U_{\text{H}_2\text{O}}) + \epsilon_{\text{CO}_2}(U_{\text{CO}_2}) T_{15\mu}(U_{\text{H}_2\text{O}}) + \epsilon_{\text{O}_3}(U_{\text{O}_3}) + \epsilon_{\text{dim}}(U_{\text{dim}}) T_w(U_{\text{H}_2\text{O}})$$

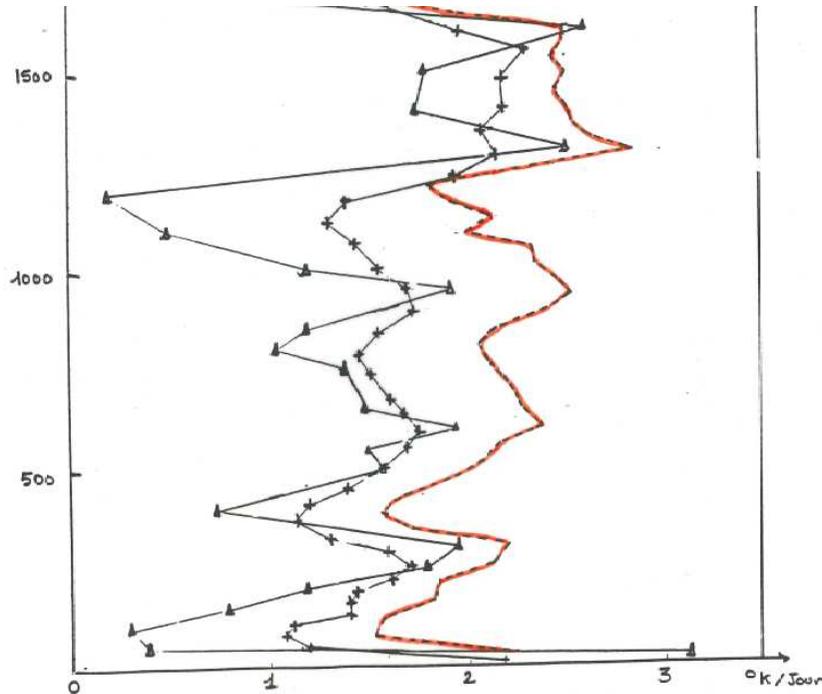


Le flux infrarouge montant



Le flux infrarouge descendant

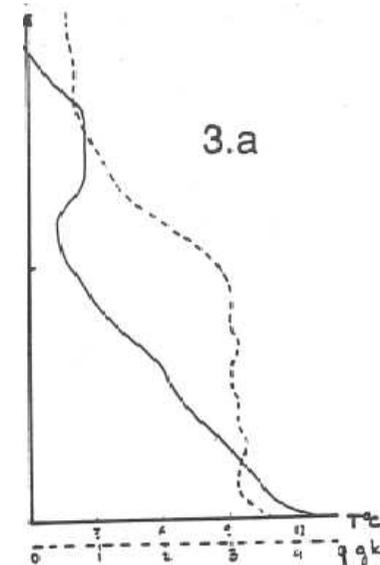
# Modèle de rayonnement: Le domaine Infrarouge ou thermique – le refroidissement dans les couches



Taux de refroidissement dans les couches atmosphériques en °/Jour

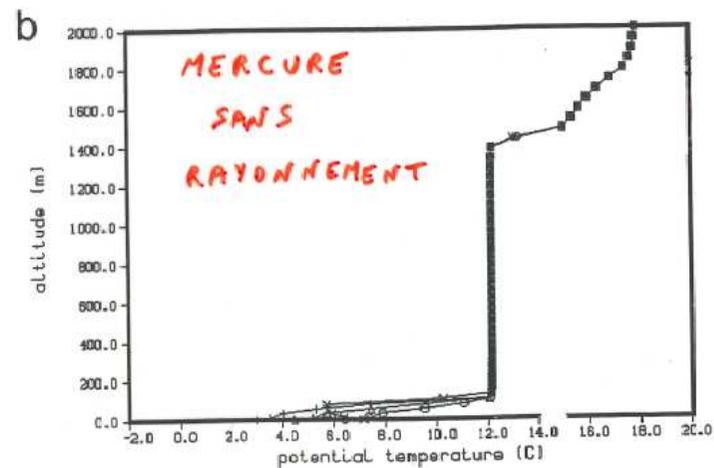
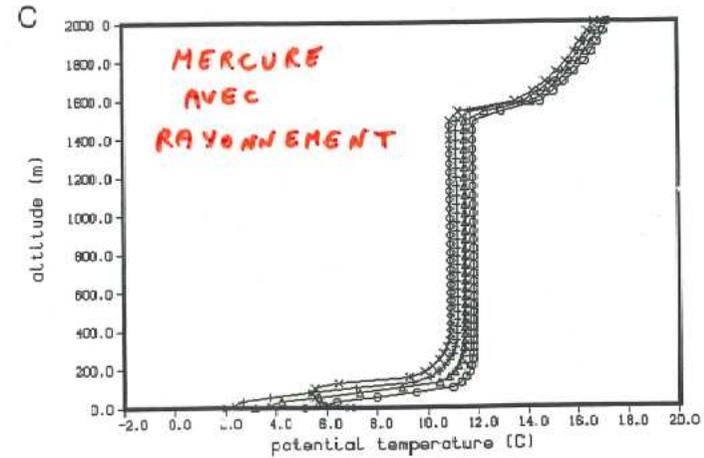
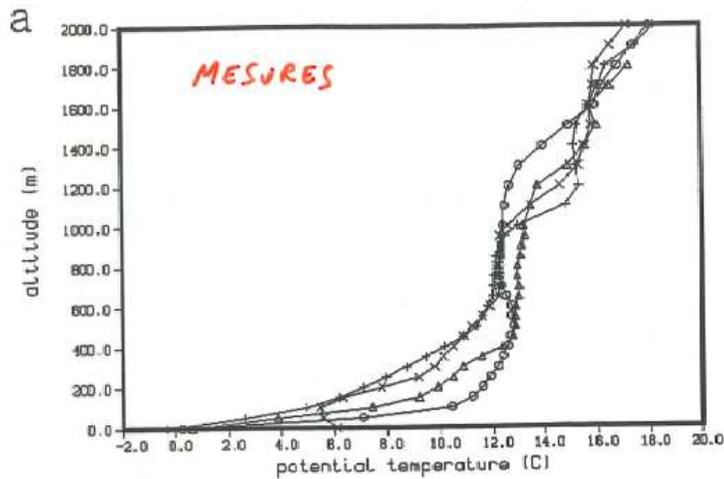
modèle en émissivité

modèles spectraux



Profil de température et d'humidité le jour 33 à Wangara

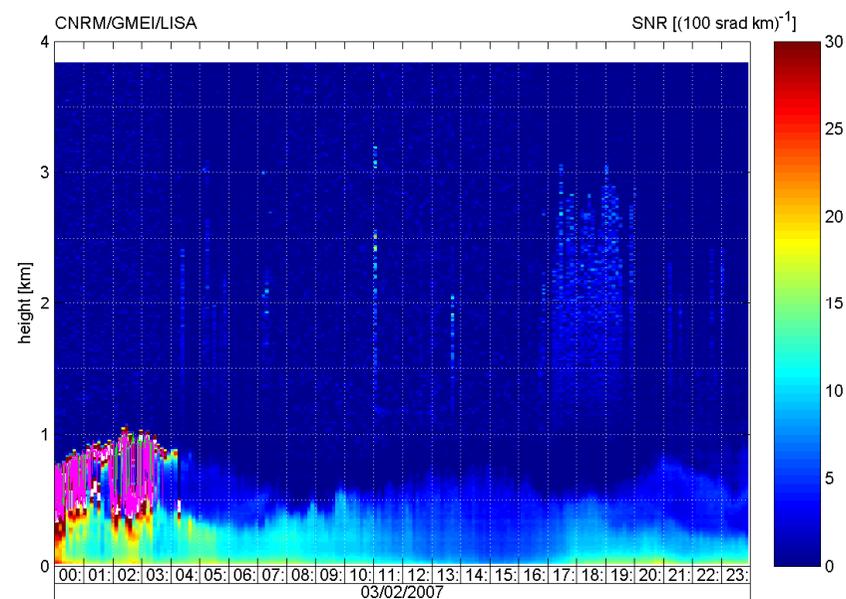
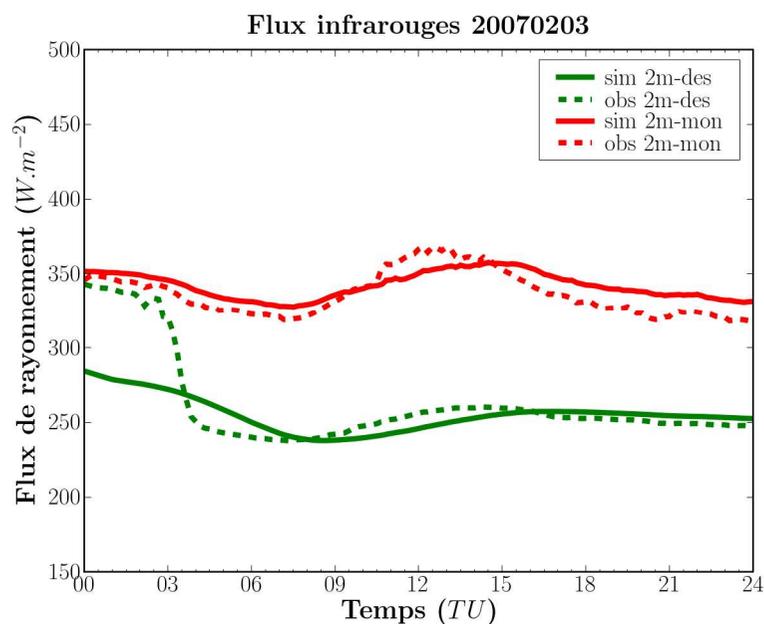
# Modèle de rayonnement: Le domaine Infrarouge ou thermique – le refroidissement dans les couches



évolution de la température potentielle avec et sans rayonnement IR (Wangara)

# Modèle de rayonnement: Le domaine Infrarouge

## Ciel clair – flux descendant au sol (ParisFOG)



Mesure du télémètre de nuage du CNRM

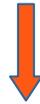


Comparaison mesure-calcul pour les flux IR descendant et montant à 2m durant la campagne ParisFog



# Modèle de rayonnement: Le domaine Infrarouge ou thermique – ciel nuageux

$q_l := m_l / (m_a + m_l)$ : teneur en eau liquide  
N: Nébulosité fractionnaire

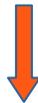


On utilise une fonction de transmission (1. - émissivité) intégrée sur tout le spectre

$$\epsilon_{\text{tot}} = 1. - (1. - \epsilon_{\text{gaz}}) T_{\text{H2O}}$$

Avec  $T_{\text{H2O}} = 1. - \epsilon_{\text{H2O}} = \exp(-K_1 U_{\text{H2O}})$   
 $K_1$  constant pour  $r_g$  compris entre  $0.1\mu$  et  $10\mu$ ,  $K_1 = 120 - 150 \text{ m}^2\text{kg}^{-1}$

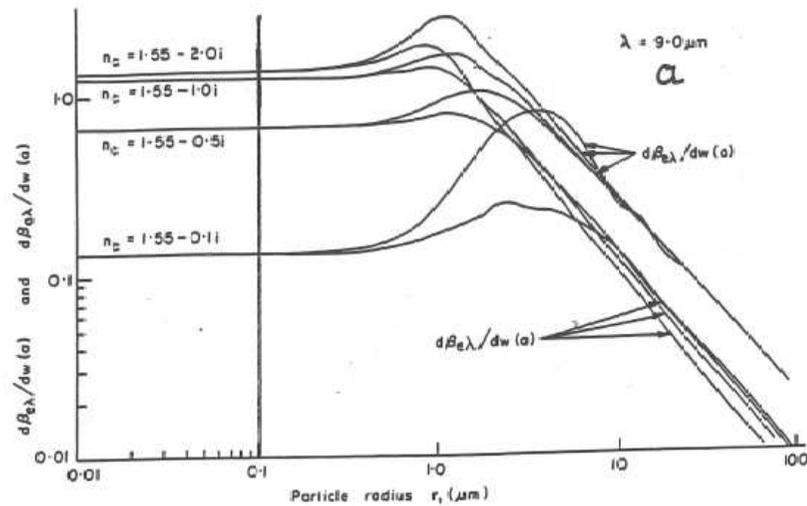
Couverture nuageuse partielle N



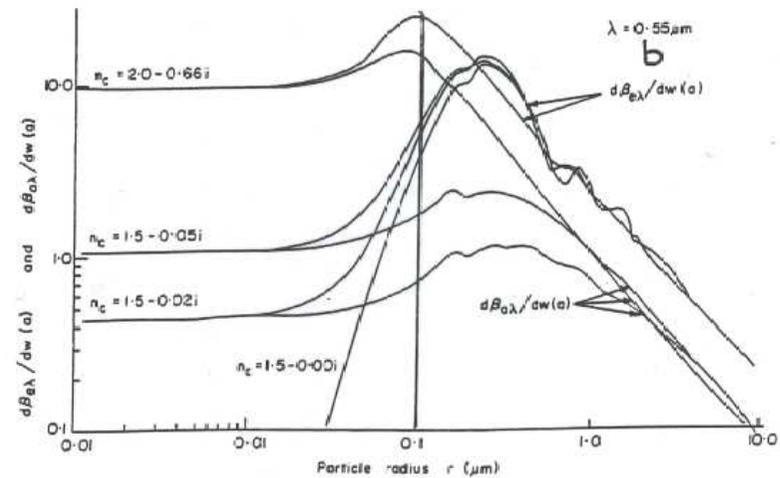
$$T_{\text{H2O}} = (1. - N_{\text{max}}(z, z')) + N_{\text{max}} \exp(K_1 U_{\text{H2O}} / N_{\text{max}})$$

Les aérosols sont assimilés aux gouttes de nuage avec les mêmes caractéristiques

# Modèle de rayonnement: Le domaine Infrarouge ou thermique – Coefficients d’extinction et d’absorption



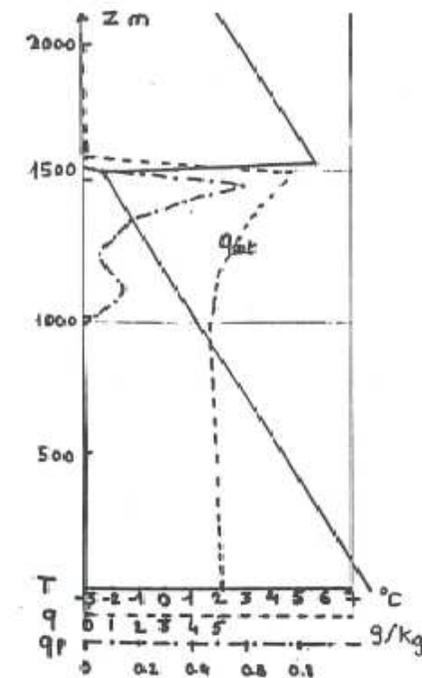
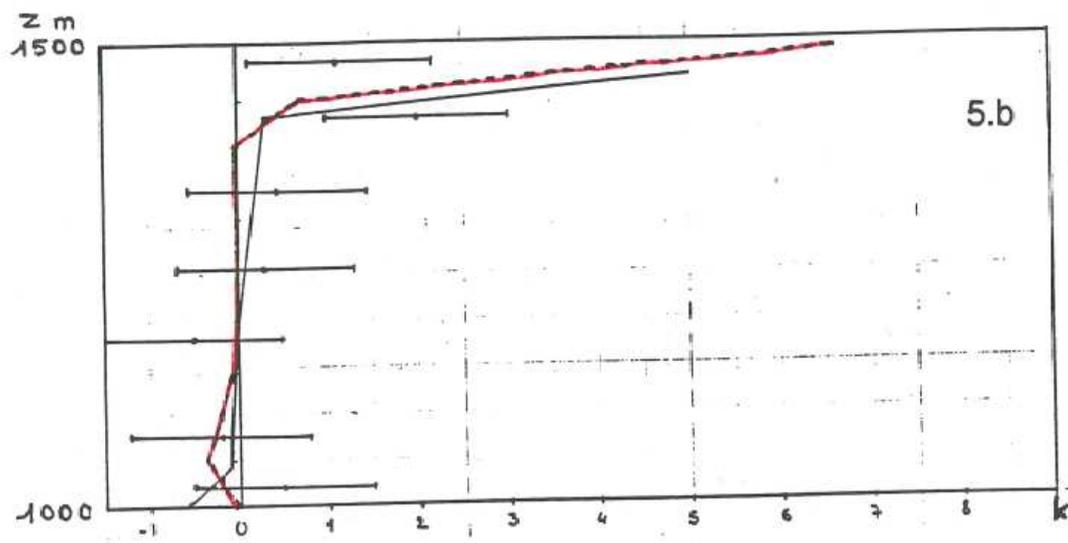
Longueur d’onde 9 μ



Longueur d’onde 0.55 μ

Coefficients d’extinction et d’absorption par unité de masse pour des particules sphériques en fonction du rayon pour 4 indices de réfraction différents

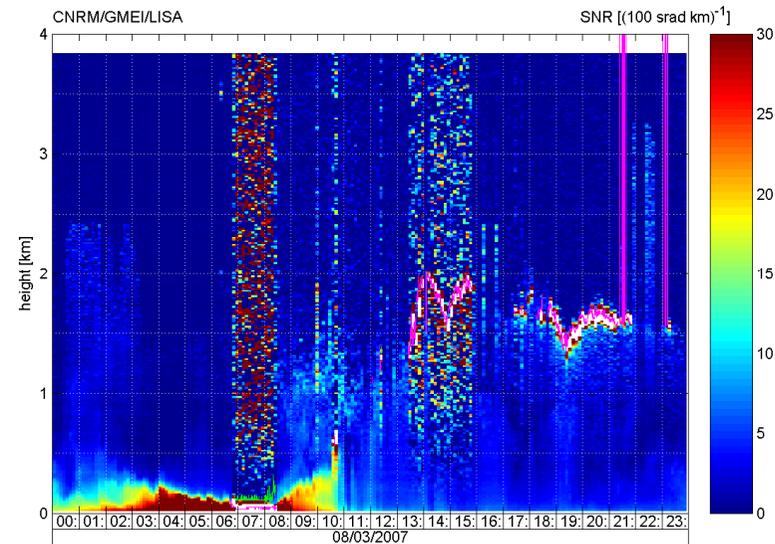
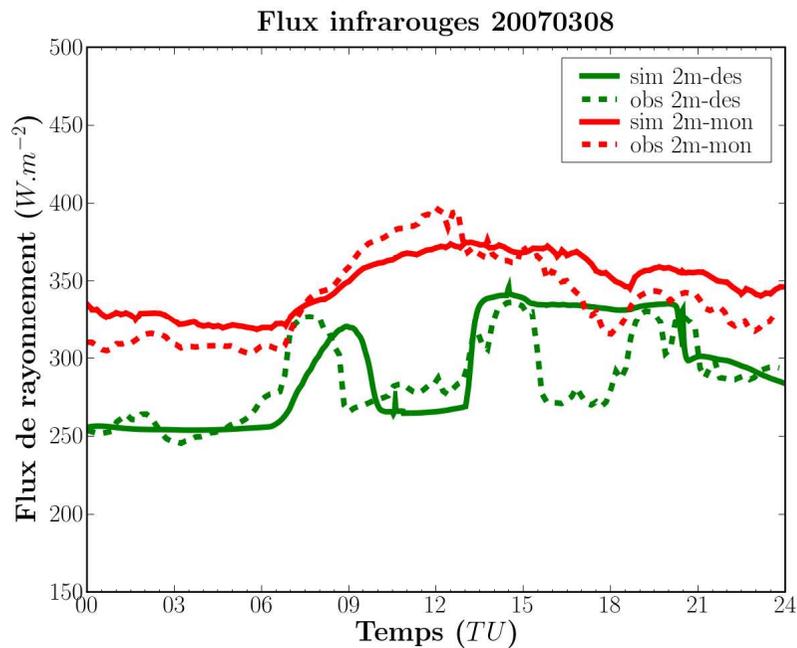
# Modèle de rayonnement: Le domaine Infrarouge ou thermique – Refroidissement dans les nuages



Refoiissement dans un nuage (13 mai Coff's Harbour): profil météorologiques et taux de refoiissement en  $^{\circ}$ /jour et comparaison modèles-mesures

# Modèle de rayonnement: Le domaine Infrarouge

## Ciel couvert – flux descendant au sol (ParisFOG)



Mesure du télémètre de nuage du CNRM

Comparaison mesure-calcul pour les flux IR descendant et montant à 2m durant la campagne ParisFog



# Modèle de rayonnement: Le domaine solaire ou visible – ciel clair

Les hypothèses: pas d'émission propre dans l'atmosphère, rayonnement direct parallèle  
diffusion moléculaire paramétrée



1 – intégration suivant l'épaisseur optique: approximation d'échelle

$$U = \int_z^{z'} \rho q \left( \frac{P}{P_0} \right)^n \left( \frac{T_0}{T} \right)^{n/2} dz$$

2 - Intégration suivant la fréquence

$$\tau(z, \infty, \mu_0) = \frac{1}{S_\infty} \int_0^\infty S_\nu(\infty) \tau_\nu(z, \infty, \mu_0) d\nu$$

$$\begin{aligned} Sd &= \mu_0 S_\infty \tau(U(z, \infty)) & R_g: \text{Albédo du sol} \\ Su &= \mu_0 S_\infty R_g \tau(U(0, \infty), U(0, \infty) - U(z, \infty)) \end{aligned}$$

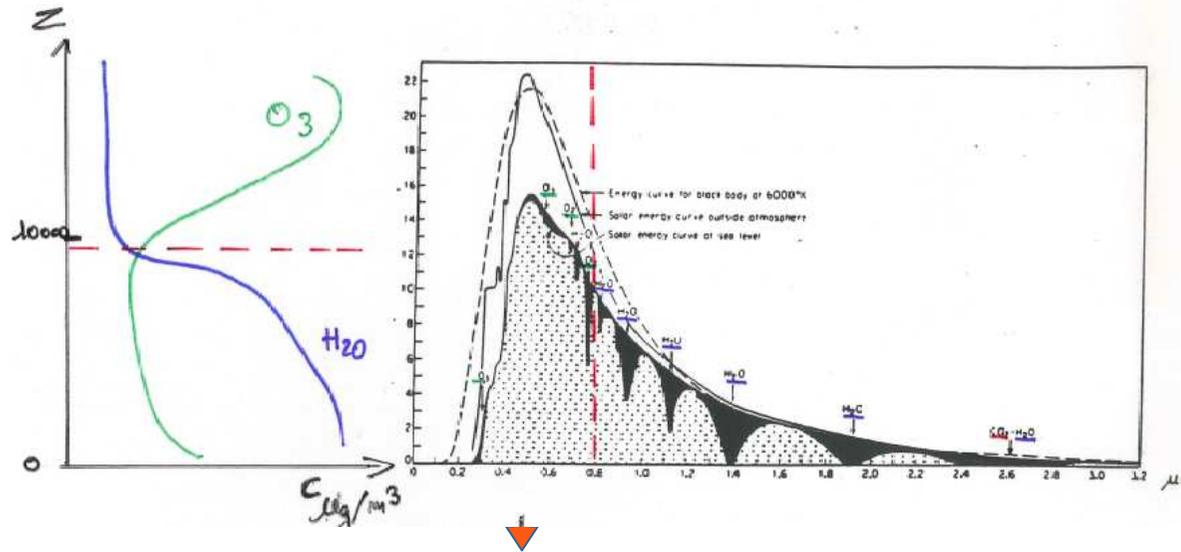
Réchauffement dans les couches et flux au sol

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\theta}{T} \frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial (Su - Sd)}{\partial z}$$

$$Sd(0) = \mu_0 S_\infty \tau(U(0, \infty))$$



# Modèle de rayonnement: Le domaine solaire ou visible – les absorbants



2 étapes

- 1 – absorption par l’ozone en altitude dans la bande 0.2 – 0.8  $\mu$
- diffusion Rayleigh paramétrée en bas par un albédo de surface:

$$R = R_a(\mu_0) + \frac{(1 - R_a(\mu_0))(1 - R_a^m)R_g}{1 - R_a^m R_g}$$

$\tau(U_{O_3}(z, z'))$

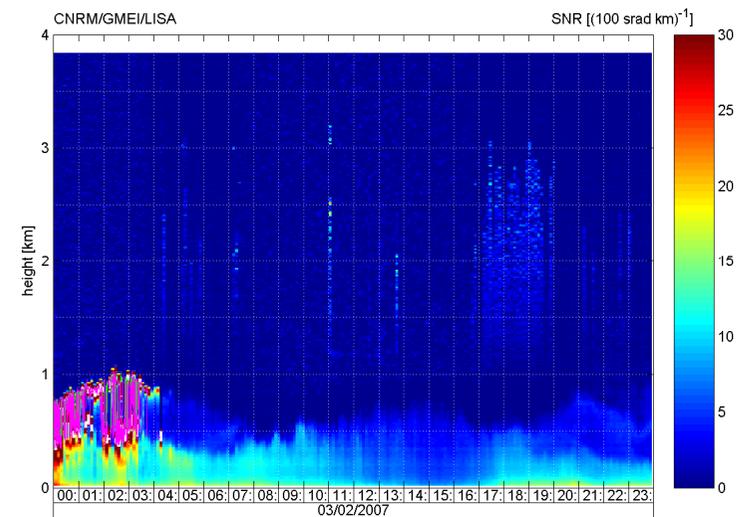
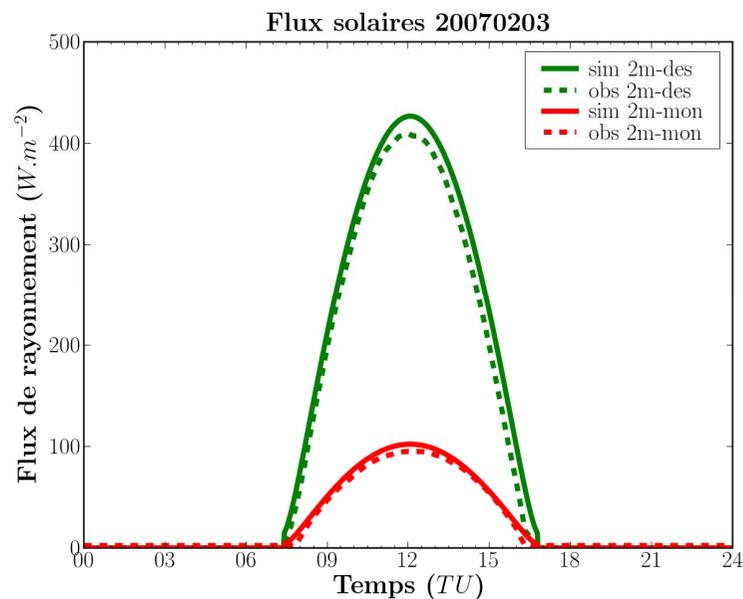
Lacis, Hansen, 1974

- 2 - absorption par la vapeur d’eau en bas dans le bande 0.8 – 3  $\mu$
- diffusion Rayleigh négligée,  $R=R_g$

$\tau(U_{H_2O}(z, z'))$

Lacis-Hansen, 1974

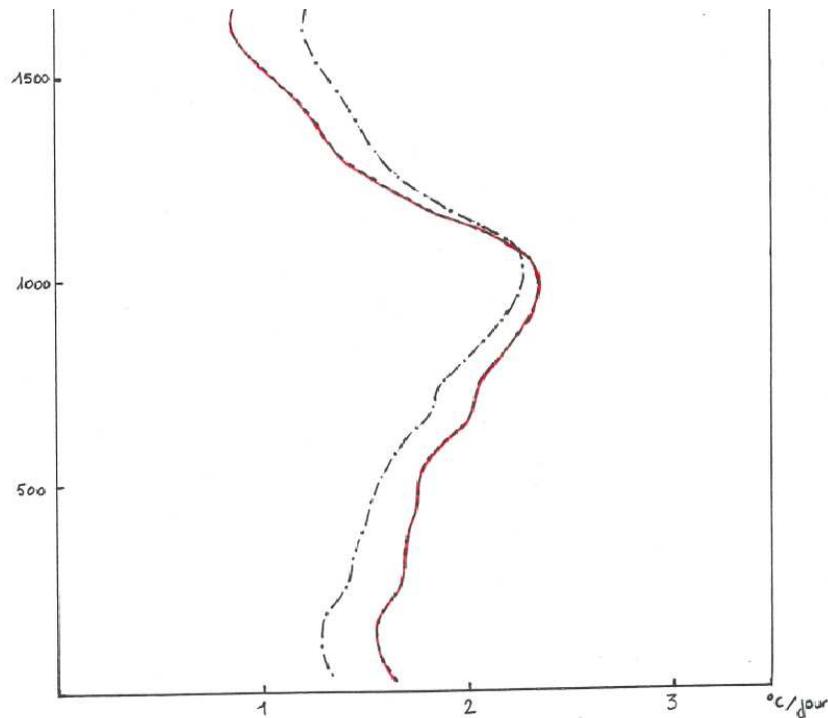
# Modèle de rayonnement: Le domaine solaire ou visible – flux descendant au sol (ParisFOG)



Mesure du télémètre de nuage du CNRM

Comparaison mesure-calcul pour les flux solaires descendant et montant à 2m durant la campagne ParisFog

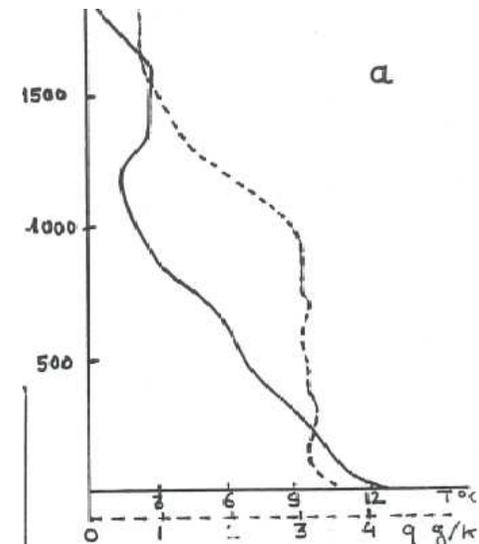
# Modèle de rayonnement: Le domaine solaire ou visible – réchauffement dans les couches



Taux de réchauffement dans les couches en °/jour

Modèle Lacis-Hansen, 1974

Modèle Fouquart et Bonnel, 1980



Profil de température et d'humidité  
le jour 33 à Wangara

# Modèle de rayonnement: Le domaine solaire ou visible – ciel nuageux

On ne peut plus négliger la diffusion par les gouttes de nuages (aérosols)

Rayonnement parallèle + Rayonnement diffus  
Nuages caractérisés par:

$q_l, re=10\mu$

N: Nébulosité



Propriétés optiques

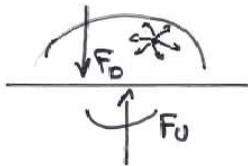
$$\omega_0 = 1 - K_v = \frac{K_v^{dif}}{K_v^{ext}} = f(U_{H2O})$$

Albédo de simple diffusion

$g=0.85$  : facteur d'assymétrie de la fonction de diffusion

$$\delta = \frac{3}{2} \frac{U_{H2O}}{re}$$

Épaisseur optique du nuage



intégration suivant l'angle zénithal: méthode two stream



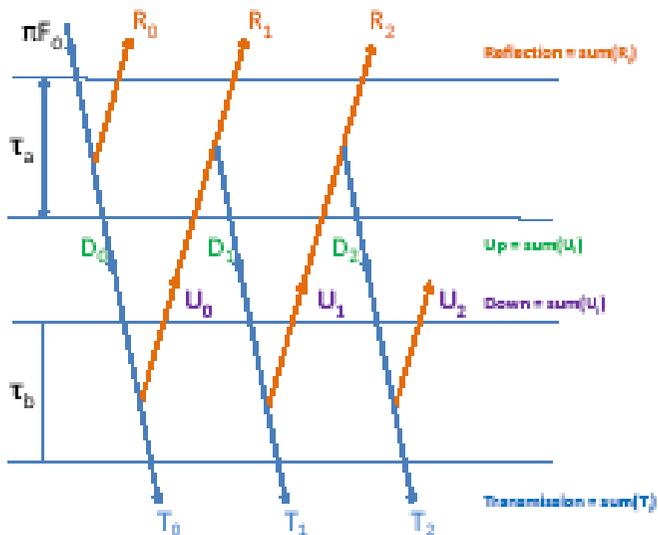
Fonctions T et R pour chaque couche nuageuse pour les flux montants et descendants

On peut traiter les aérosols comme des gouttes de nuage mais avec des propriétés optiques différentes



# Modèle de rayonnement: Le domaine solaire ou visible - « adding method »

Les nuages peuvent être présents dans différentes couches atmosphériques: méthode d'addition des couches adjacentes ou « adding method »



$$R_{ab} = R_a + T_a R_b T_a^* / (1 - R_a^* R_b)$$

$$T_{ab} = T_a T_b / (1 - R_a^* R_b)$$

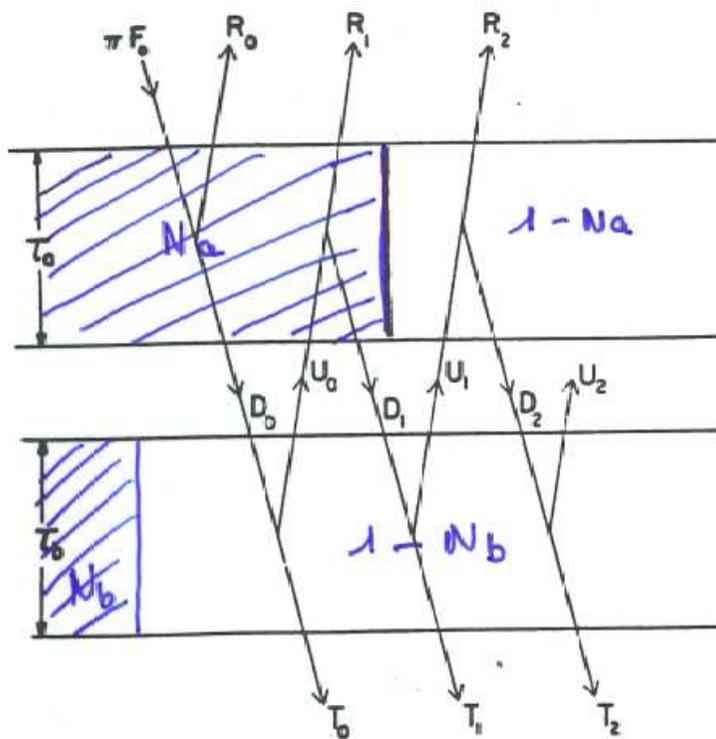
On obtient  $S_U$  et  $S_D$  pour la couche composite ab

Addition des couches sur toute l'atmosphère en descendant et en montant

$S_U$  et  $S_D$  à chaque niveau

# Modèle de rayonnement: Le domaine solaire ou visible - « adding method » nébulosité partielle

Les nuages peuvent être présents dans différentes couches atmosphériques mais avec une couverture nuageuse partielle : N



Nuage défini par  $q_1$  et N

$$R_a^{NC} = N_a R_a^N + (1 - N_a) R_a^C$$

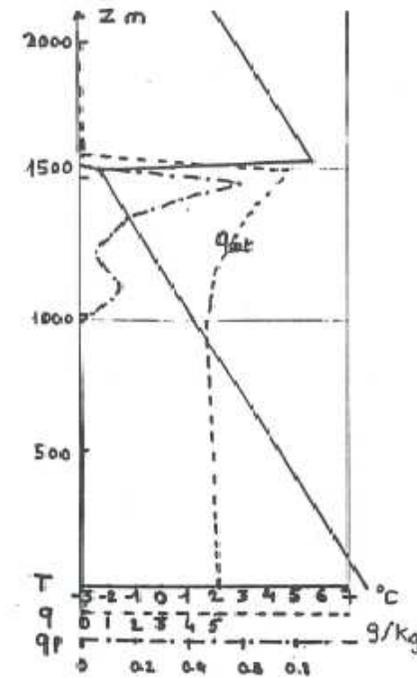
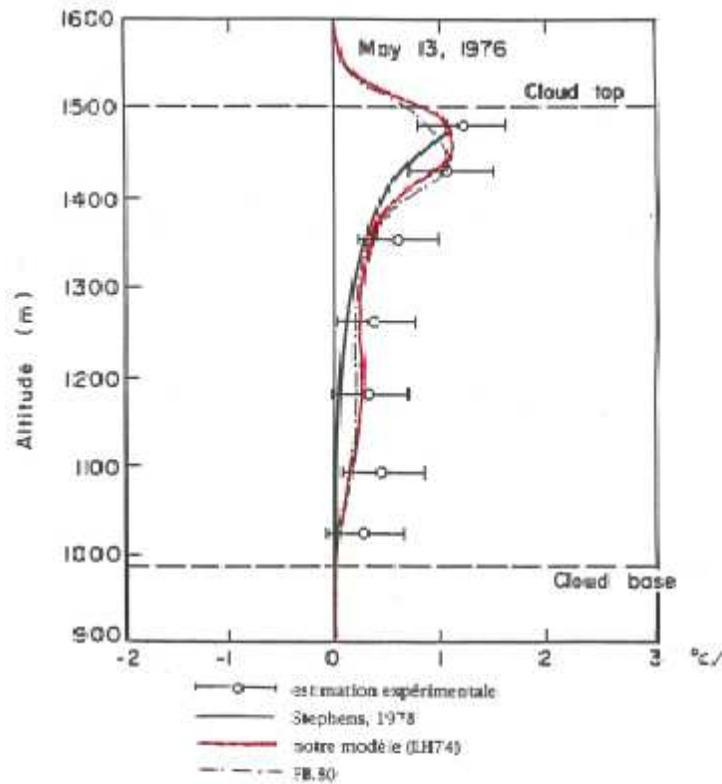
$$T_a^{NC} = N_a T_a^N + (1 - N_a) T_a^C$$

Avec  $R_a^C = 0$ ,  $T_a^C = 1$  pour le ciel clair

$$R_{ab}^{NC} = N_a R_a^N + \frac{T_a^{NC} N_b R_b^N T_a^{*NC}}{1 - N_a R_a^{*N} N_b R_b^N}$$

$$T_{ab}^{NC} = \frac{T_a^{NC} T_a^{NC}}{1 - N_a R_a^{*N} N_b R_b^N}$$

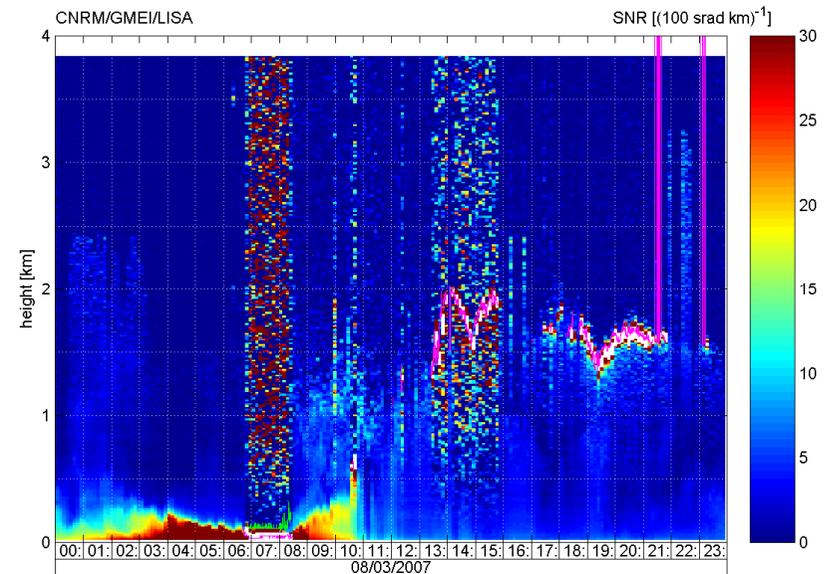
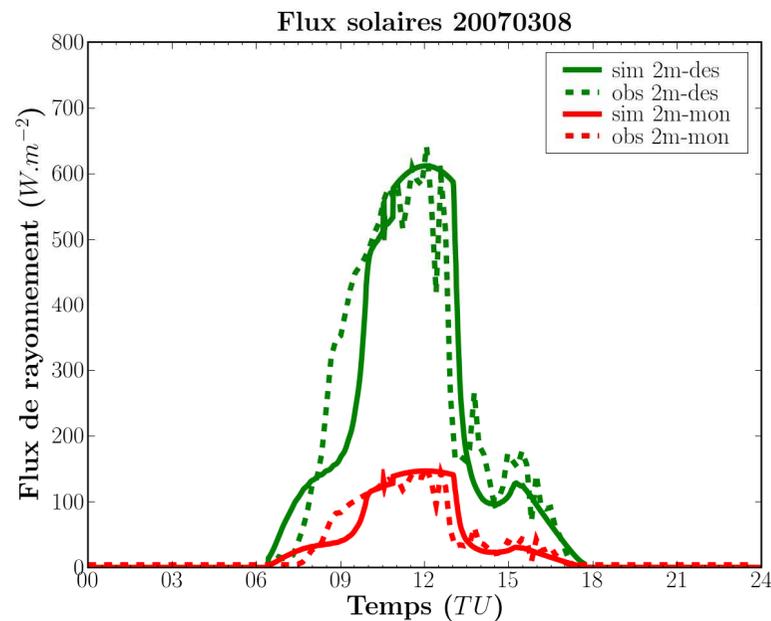
# Modèle de rayonnement: Le domaine solaire ou visible – Réchauffement dans les nuages



Réchauffement dans un nuage (13 mai Coff's Harbour): profil météorologiques et taux de réchauffement en °/jour et comparaison modèles-mesures

# Modèle de rayonnement: Le domaine solaire

## Ciel couvert – flux descendant au sol (ParisFOG)



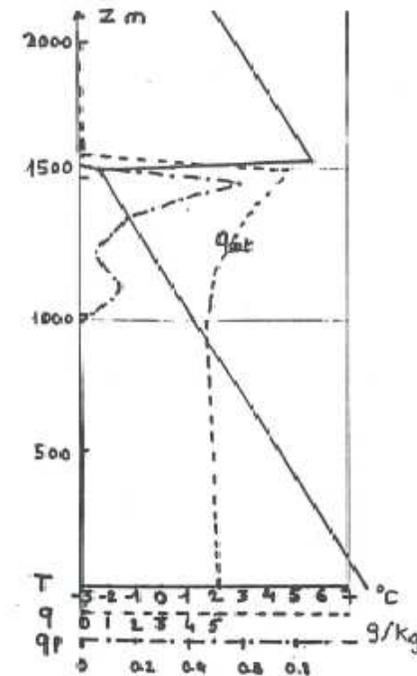
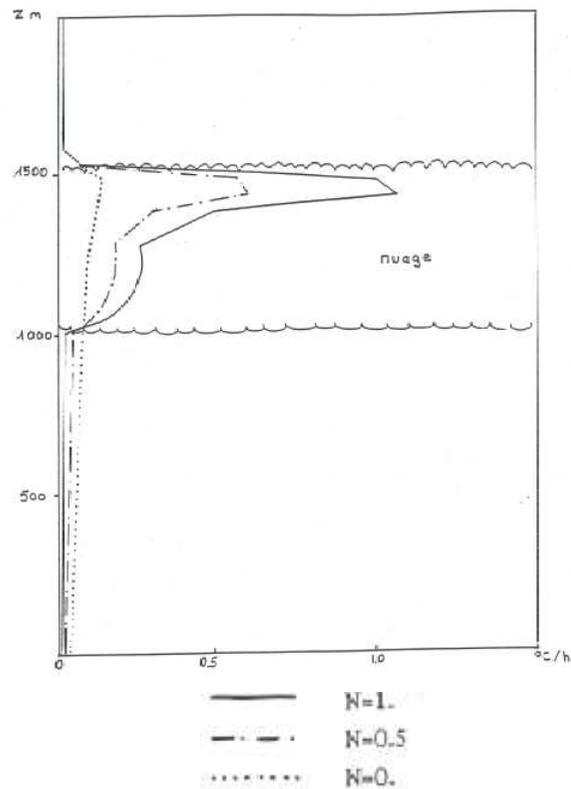
Mesure du télémètre de nuage du CNRM



Comparaison mesure-calcul pour les flux solaires descendant et montant à 2m durant la campagne ParisFog



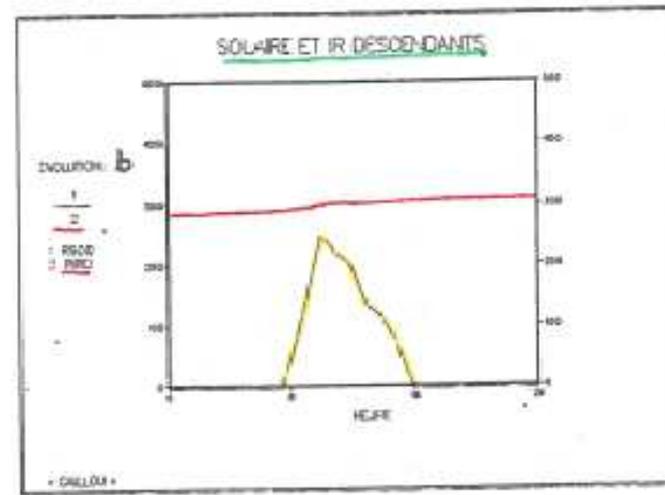
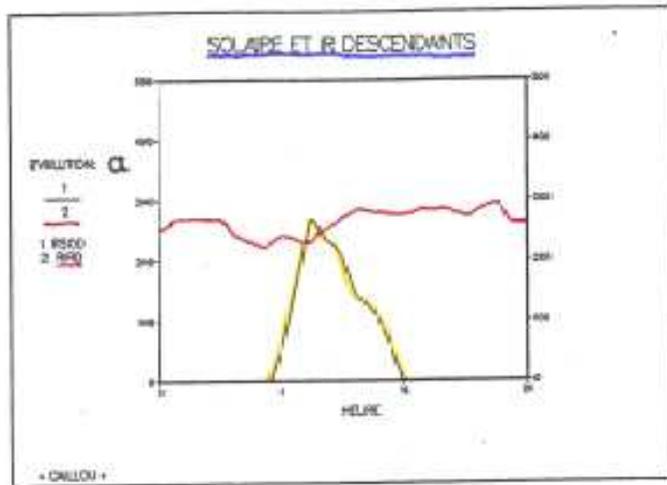
# Modèle de rayonnement: Le domaine solaire ou visible – réchauffement , influence de la nébulosité



Réchauffement dans un nuage (13 mai Coff's Harbour): profil météorologiques et taux de réchauffement en °/jour et comparaison modèles-mesures



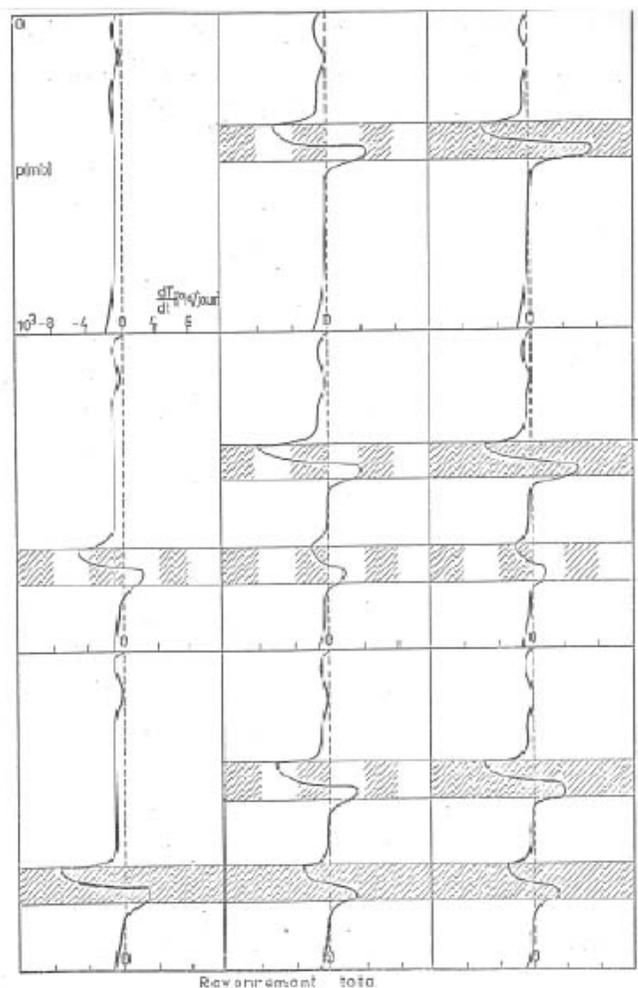
# Modèle de rayonnement: Le domaine solaire et IR influence des aérosols - flux descendants au sol



Flux au sol descendants dans le visible et l'infrarouge en  $W/m^2$  pour une couche d'aérosols de  $400 \mu g/m^3$  dans les 200 premiers mètres de l'atmosphère

# Modèle de rayonnement: Le domaine solaire et IR

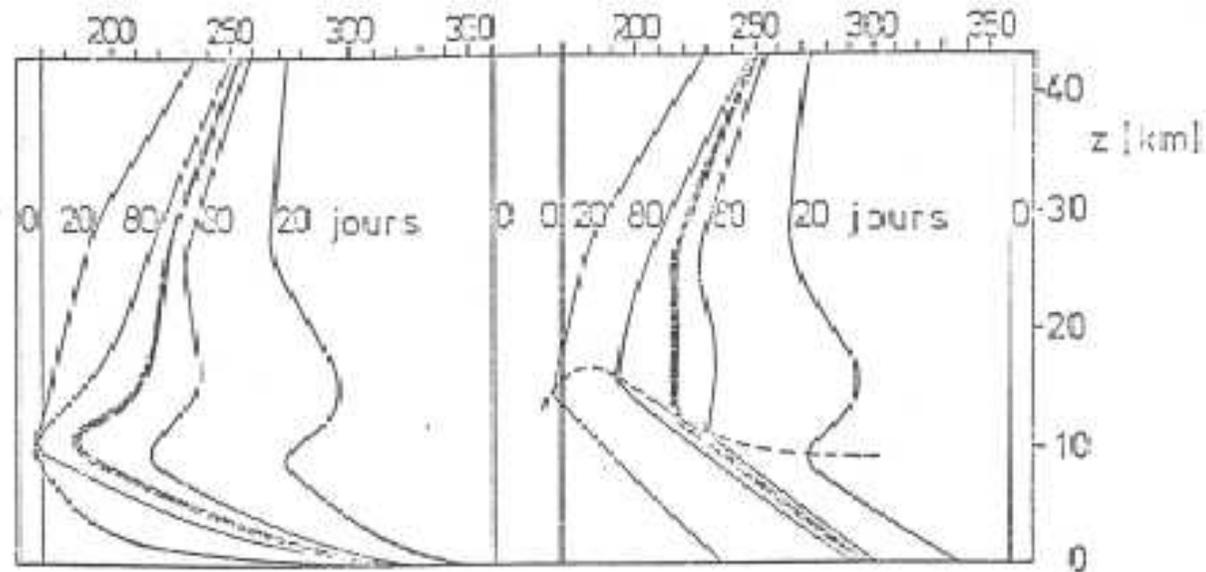
## Réchauffement dans des nuages multi couches



Effets du rayonnement atmosphérique total (solaire et infrarouge cumulé) dans différents couches de nuages selon leur disposition sur la verticale et leur nébulosité

# Modèle de rayonnement: Le domaine solaire et IR

## Réchauffement dans des nuages multi couches



équilibres radiatif

équilibres radiatifs-convectifs

Temps de mise en place de la structure thermique verticale de l'atmosphère à partir d'une atmosphère isotherme