

---

# Cours SGE

## « Modélisation de la pollution atmosphérique »

### Dynamique

Christian Seigneur

Cerea

# Plan

---

- Structure verticale de l'atmosphère
- Atmosphère libre et couche limite atmosphérique
- Transport et dispersion atmosphérique

# Structure verticale de l'atmosphère :

## Pression

---

Force par unité de surface exercée sur l'atmosphère :

$$dP / dz = - \rho_a g$$

où  $P$  est la pression,  $z$  l'altitude,  $\rho_a$  la masse volumique de l'air et  $g$  l'accélération de la gravité terrestre ; on fait l'hypothèse d'une atmosphère hydrostatique (pas d'accélération verticale).

Loi des gaz parfaits :  $P V = n R T$

où  $n$  est le nombre de moles,  $V$  le volume d'air,  $T$  la température (en Kelvin) et  $R$  la constante des gaz parfaits ; si  $M_a$  est la masse molaire moyenne de l'air (79%  $N_2$  et 21%  $O_2$ ) :  $\rho_a = n M_a / V$ , donc :

$$P = \rho_a R T / M_a$$

$R = 8,2 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ;

$M_a = 28,8 \text{ g/mol}$  ;  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

# Structure verticale de l'atmosphère : Pression

---

On combine ces deux équations en éliminant  $\rho_a$   
pour obtenir :

$$dP / dz = - P (g M_a) / (R T)$$

On définit la « hauteur d'échelle » :

$$H = (R T) / (g M_a)$$

et on intègre l'équation de la pression

atmosphérique  $P$  en fonction de l'altitude  $z$  :

$$P(z) = P_0 \exp(- z / H)$$

où  $P_0$  est la pression atmosphérique à la surface de  
la terre.

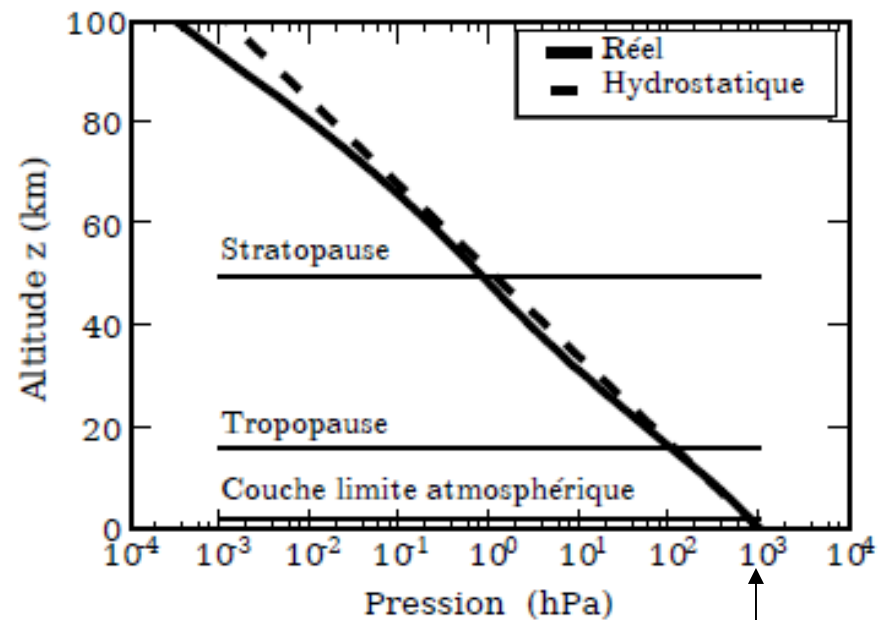
En réalité,  $H$  n'est pas constant puisque  $T$  varie  
avec l'altitude et l'atmosphère n'est pas  
parfaitement hydrostatique, donc le profil réel  
diffère légèrement de ce profil théorique.

# Structure verticale de l'atmosphère : Pression

Si on prend  $T = 250 \text{ K}$  (une valeur moyenne pour la troposphère) :  
 $H = 7,35 \text{ km}$ , donc :  
 $P = 0,37 \text{ atm}$  à cette altitude.

À  $15 \text{ km}$  ( $\sim$  tropopause) :  
 $P = 0,13 \text{ atm}$

$$P(z) = P_0 \exp(-z / H)$$



$1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa} = 10^3 \text{ hPa} = 1013 \text{ mbars} = 760 \text{ mm Hg} = 760 \text{ torrs}$

1 atm

# Structure verticale de l'atmosphère :

## Masse volumique de l'air

---

D'après la loi des gaz parfaits :

$$P = \rho_a R T / M_a$$

Donc, pour une pression donnée, la masse volumique de l'air est inversement proportionnelle à la température (en Kelvin).

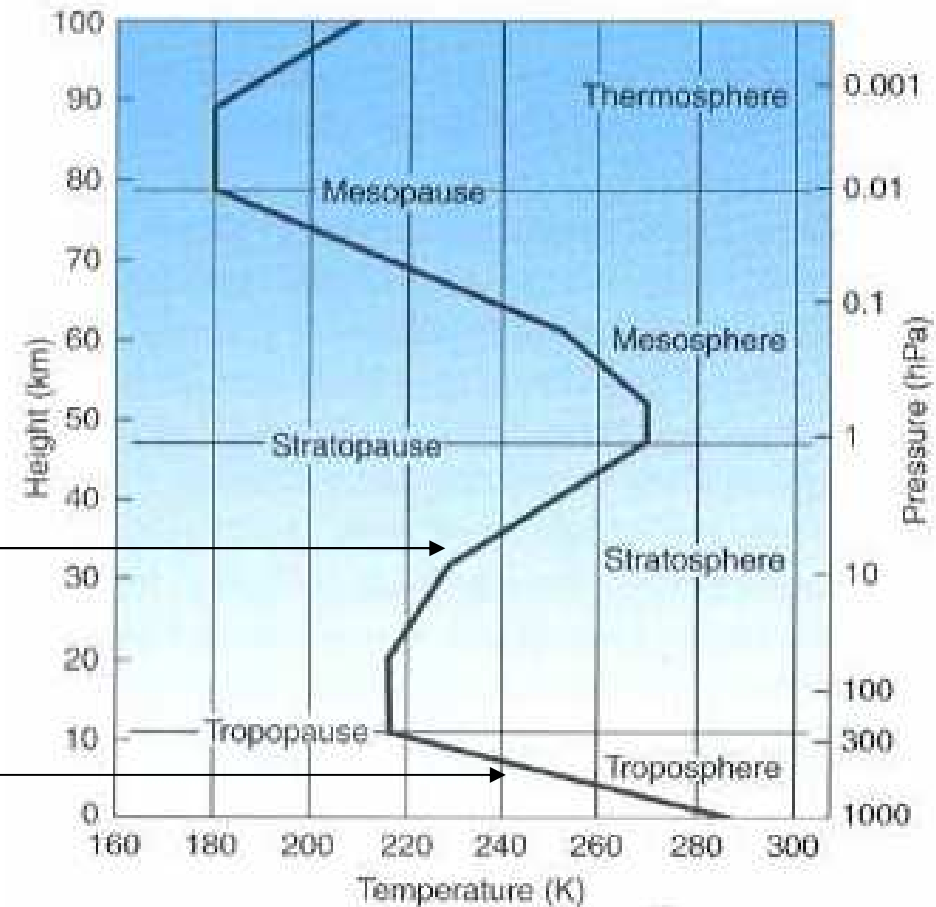
Donc, l'air chaud est plus léger (moins dense) que l'air froid.

# Structure verticale de l'atmosphère : Température

Profil moyen de la température  
atmosphérique :

La température augmente dans la  
stratosphère : absorption du  
rayonnement solaire par  
l'oxygène de l'air et par l'ozone  
=> photolyse et chaleur

La température décroît en moyenne  
dans la troposphère  
(-6,5 K / km)



$$273 \text{ K} = 0^\circ\text{C}$$

# Échanges verticaux dans l'atmosphère : Température potentielle

---

**Hypothèse d'une atmosphère adiabatique** : aucun échange de chaleur ne se produit entre une masse d'air et l'air environnant lors de son déplacement dans la direction verticale

**Température potentielle** : Elle est définie comme la température qu'aurait une masse d'air ramenée au sol sous condition adiabatique

Loi de Laplace pour un système adiabatique :  $P V^\gamma = \text{constante}$

où  $\gamma = C_p / C_v$  ;  $C_p$  : capacité calorifique à pression constante et  $C_v$  : capacité calorifique à volume constant ; pour l'air :  $\gamma = 1,4$

Soit, en combinant avec la loi des gaz parfaits :

$T P^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{constante}$  ; donc pour l'atmosphère :

$$T P^{-0,29} = \text{constante}$$



# Échanges verticaux dans l'atmosphère : Température potentielle

---

La température potentielle,  $\theta$ , est donc liée à la température,  $T$ , par l'équation suivante :

$$T P^{-0,29} = \theta P_0^{-0,29}$$

Soit,

$$\theta = T (P_0 / P)^{0,29}$$

# Échanges verticaux dans l'atmosphère :

## Gradient de température potentielle

---

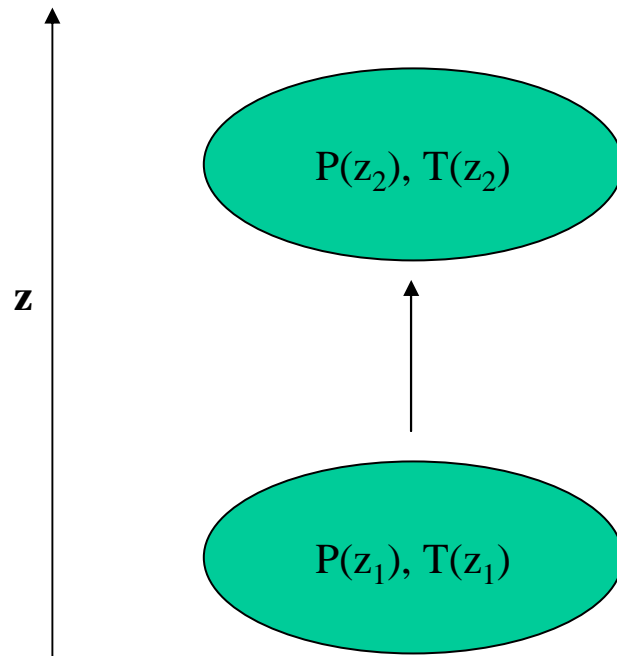
Si le gradient vertical de température reflète une atmosphère adiabatique, on dit que l'atmosphère est **neutre** (la température potentielle ne varie pas avec l'altitude) :  $d\Theta / dz = 0$

Si la température décroît plus rapidement avec l'altitude que le gradient adiabatique, on dit que l'atmosphère est **instable** :  $d\Theta / dz < 0$

Si la température décroît moins rapidement (ou même augmente) avec l'altitude que le gradient adiabatique, on dit que l'atmosphère est **stable** :  $d\Theta / dz > 0$

# Échanges verticaux dans l'atmosphère : Atmosphère neutre

---



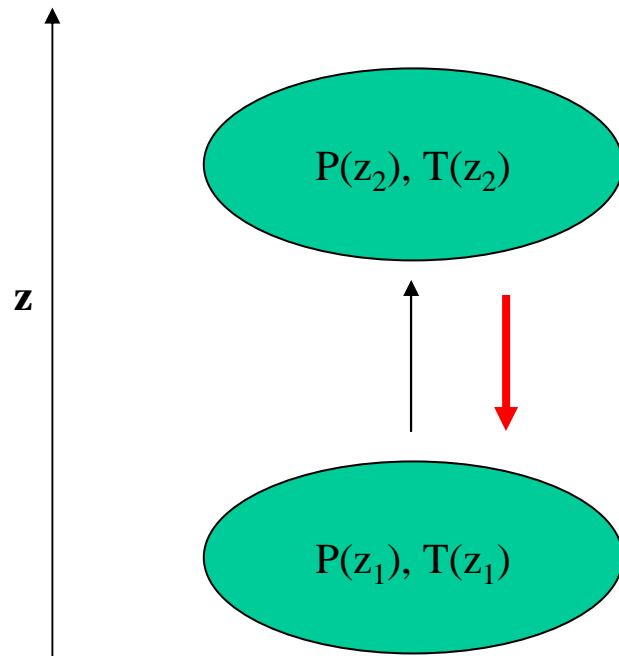
Quand la masse d'air s'élève, la pression et la température évoluent selon la loi adiabatique, donc, la température potentielle de la masse d'air ne varie pas.

Puisque l'atmosphère est neutre :

$$d\Theta / dz = 0$$

La masse d'air est donc à la même température que l'air environnant et il n'y a pas de mouvement vertical nécessaire puisque le système est à l'équilibre.

# Échanges verticaux dans l'atmosphère : Atmosphère stable



Quand la masse d'air s'élève, la pression et la température évoluent selon la loi adiabatique, donc, la température potentielle de la masse d'air ne varie pas.

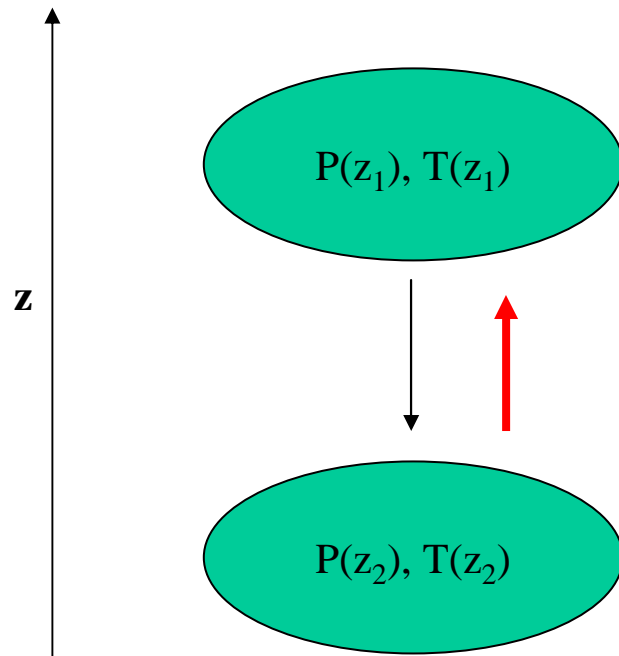
Puisque l'atmosphère est stable :

$$d\Theta / dz > 0$$

La masse d'air est donc à une température plus basse que celle de l'air environnant ; pour se remettre à l'équilibre, la masse d'air va donc redescendre (elle est plus lourde que l'air environnant)

Une atmosphère stable supprime donc les échanges verticaux

# Échanges verticaux dans l'atmosphère : Atmosphère stable



Quand la masse d'air descend, la pression et la température évoluent selon la loi adiabatique, donc, la température potentielle de la masse d'air ne varie pas.

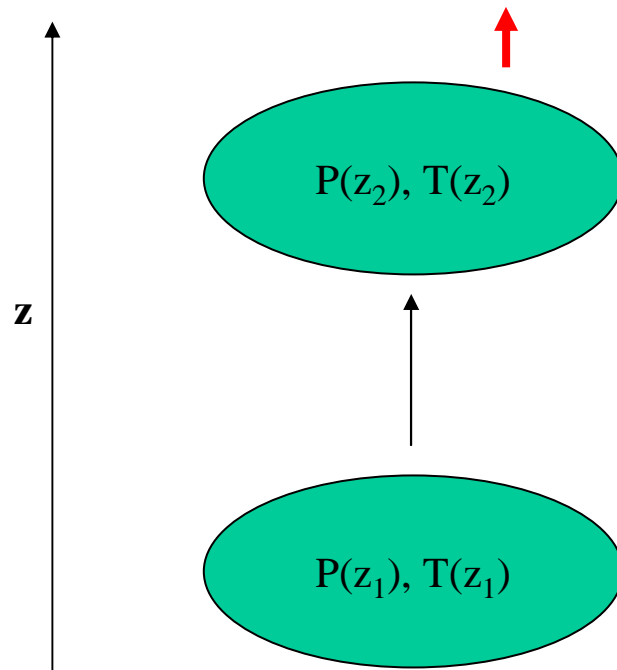
Puisque l'atmosphère est stable :

$$d\Theta / dz > 0$$

La masse d'air est donc à une température plus élevée que celle de l'air environnant ; pour se remettre à l'équilibre, la masse d'air va donc remonter (elle est plus légère que l'air environnant)

Une atmosphère stable supprime donc les échanges verticaux

# Échanges verticaux dans l'atmosphère : Atmosphère instable



Quand la masse d'air s'élève, la pression et la température évoluent selon la loi adiabatique, donc, la température potentielle de la masse d'air ne varie pas.

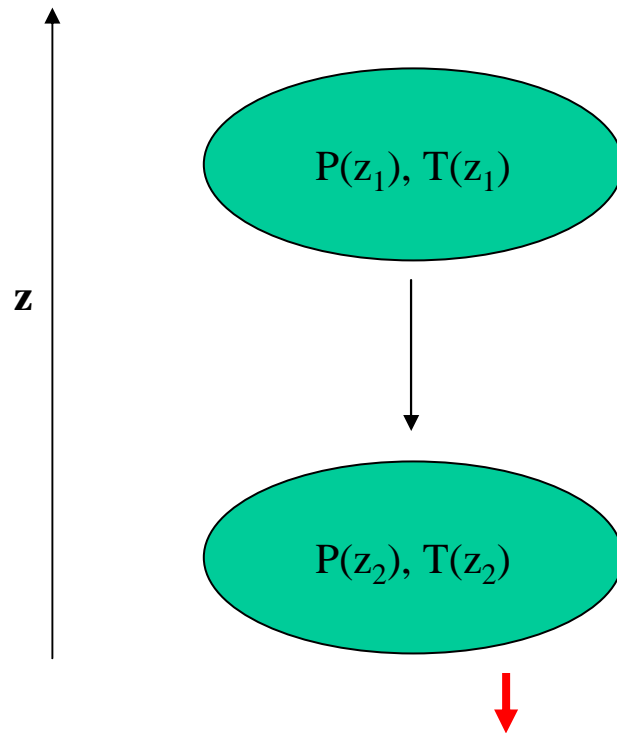
Puisque l'atmosphère est instable :

$$d\Theta / dz < 0$$

La masse d'air est donc à une température plus élevée que celle de l'air environnant ; pour se remettre à l'équilibre, la masse d'air va donc monter encore (elle est plus légère que l'air environnant)

Une atmosphère instable favorise donc les échanges verticaux

# Échanges verticaux dans l'atmosphère : Atmosphère instable



Quand la masse d'air descend, la pression et la température évoluent selon la loi adiabatique, donc, la température potentielle de la masse d'air ne varie pas.

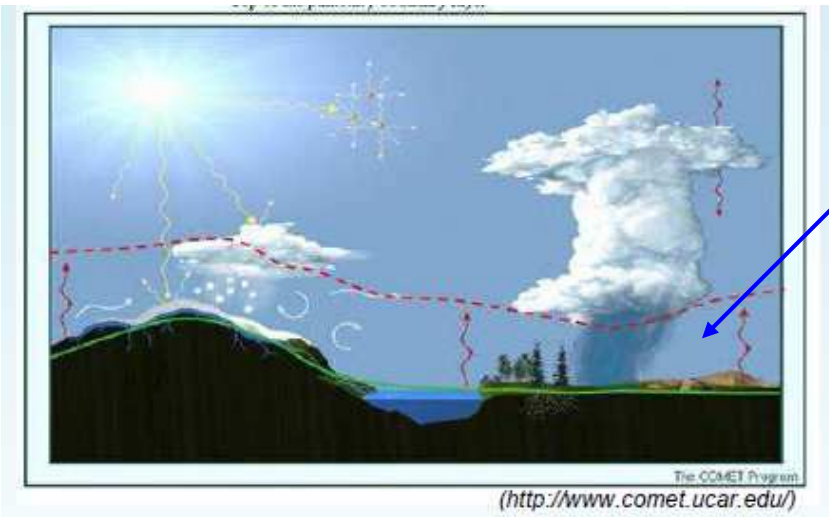
Puisque l'atmosphère est instable :

$$d\Theta / dz < 0$$

La masse d'air est donc à une température plus basse que celle de l'air environnant ; pour se remettre à l'équilibre, la masse d'air va donc descendre encore (elle est plus lourde que l'air environnant)

Une atmosphère instable favorise donc les échanges verticaux

# Couche limite atmosphérique



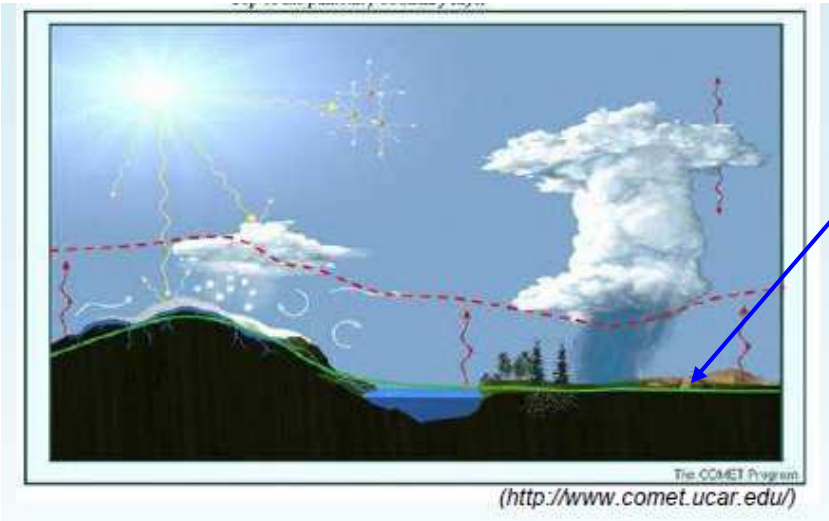
La CLA est de l'ordre du km  
(500 m à 2 km environ)

La couche limite atmosphérique (CLA) est définie comme la couche atmosphérique qui est influencée par la surface.

- D'un point de vue dynamique, c'est la couche où l'écoulement est influencé par la surface, soit en raison d'effets purement mécaniques (rugosité du terrain, relief, présence de bâti...), soit indirectement en raison d'effets thermiques (évaporation, îlot de chaleur urbain...).
- D'un point de vue thermique, c'est la couche où la variation du rayonnement solaire au cours de la journée se fait ressentir (variation de température par exemple).



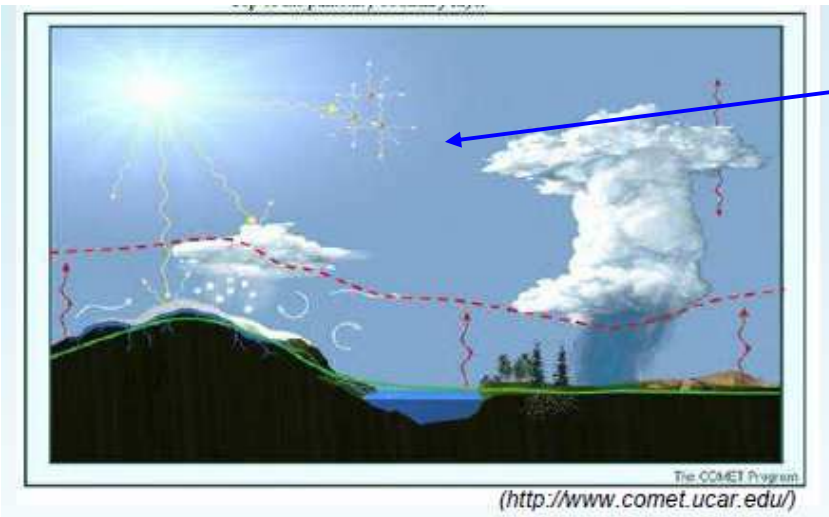
# Couche de surface



La couche de surface est définie comme la couche atmosphérique près de la surface dans laquelle les flux de quantité de mouvement, de chaleur sensible et de chaleur latente sont constants et égaux aux valeurs à la surface.

La couche de surface est au plus 10% environ de la hauteur de la CLA

# Atmosphère libre



L'atmosphère libre est importante pour le transport à longue distance des polluants

- L'atmosphère libre s'étend au-dessus de la couche limite.
- Elle n'est donc pas influencée par les interactions avec la surface terrestre
- Elle n'est pas prise en compte pour la modélisation de la pollution atmosphérique à des échelles locales ou même urbaines.
- Elle doit être prise en compte pour la modélisation de la pollution atmosphérique à des échelles régionales, continentales et globales car des polluants peuvent être transportés au-dessus de la CLA sur de longues distances

# Vents dans l'atmosphère libre

---

L'accélération d'une masse d'air est proportionnelle au gradient (différence dans l'espace) de pression

Par conséquent, les vents résultent de différences de pression : un fort gradient de pression mène à un vent fort dû à l'accélération qui résulte du gradient de pression

La direction d'un écoulement est, dans sa forme la plus simple, de la zone de forte pression vers la zone de faible pression.

Il y a cependant d'autres forces (réelles ou fictives) qui influencent la direction du vent.

# Vent géostrophique

---

La rotation de la terre apporte une complication liée au changement de repère :  
passage d'un repère universel à un repère terrestre

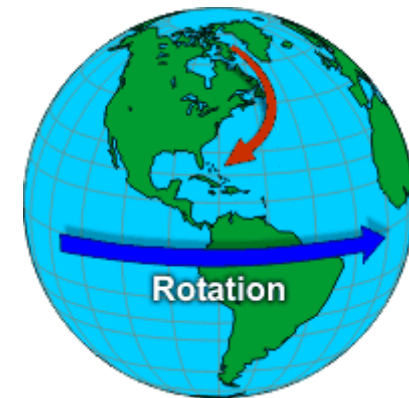
Ce changement de repère mène à l'apparition d'un terme supplémentaire dans les équations qui décrivent l'écoulement : une force fictive appelée « force de Coriolis ».

La force due au gradient de pression doit donc s'équilibrer avec cette force de Coriolis, ce qui mène à une modification de la direction du vent : c'est le **vent géostrophique**

# Vent géostrophique

Force de Coriolis → 
$$\begin{array}{l} -fv_g \\ +fu_g \end{array} = \begin{array}{l} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \end{array} \leftarrow \text{Force de pression}$$

où  $f$  est le paramètre de Coriolis,  $u_g$  et  $v_g$  sont les composantes (dans les directions  $x$  et  $y$ ) de la vitesse du vent géostrophique,  $\rho$  est la masse volumique de l'air et  $p$  est la pression atmosphérique.



Effet de la force de Coriolis

# Vent dans la couche limite atmosphérique

Dans la couche limite atmosphérique, les forces de frottement s'ajoutent à la force de pression et à la force de Coriolis :

$$\begin{array}{l} \text{Force de Coriolis} \longrightarrow -fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u \\ +fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v \end{array} \longleftarrow \begin{array}{l} \text{Force de frottement} \\ \text{où } \nu \text{ est la viscosité} \\ \text{cinématique (m}^2/\text{s)} \end{array}$$

↑  
Force de pression

La force de frottement modifie la direction du vent par rapport à celle de l'atmosphère libre

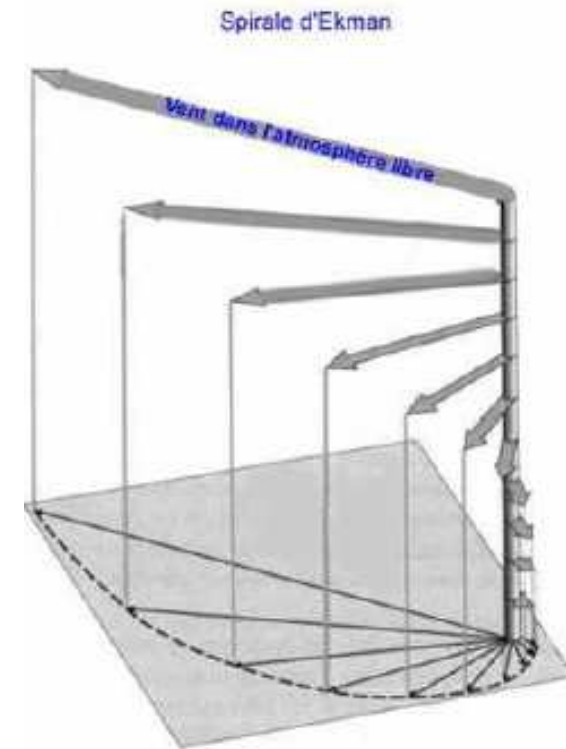
# Vent dans la couche limite atmosphérique

## Spirale d'Ekman

Le changement de la direction du vent entre la surface et l'atmosphère libre s'appelle la spirale d'Ekman (cisaillement de vent).

La direction près de la surface est le résultat de l'équilibre entre les forces de pression, de Coriolis et de frottement.

La direction en haut de la CLA est celle du vent géostrophique, c'est-à-dire celle définie par l'équilibre entre les forces de pression et de Coriolis.



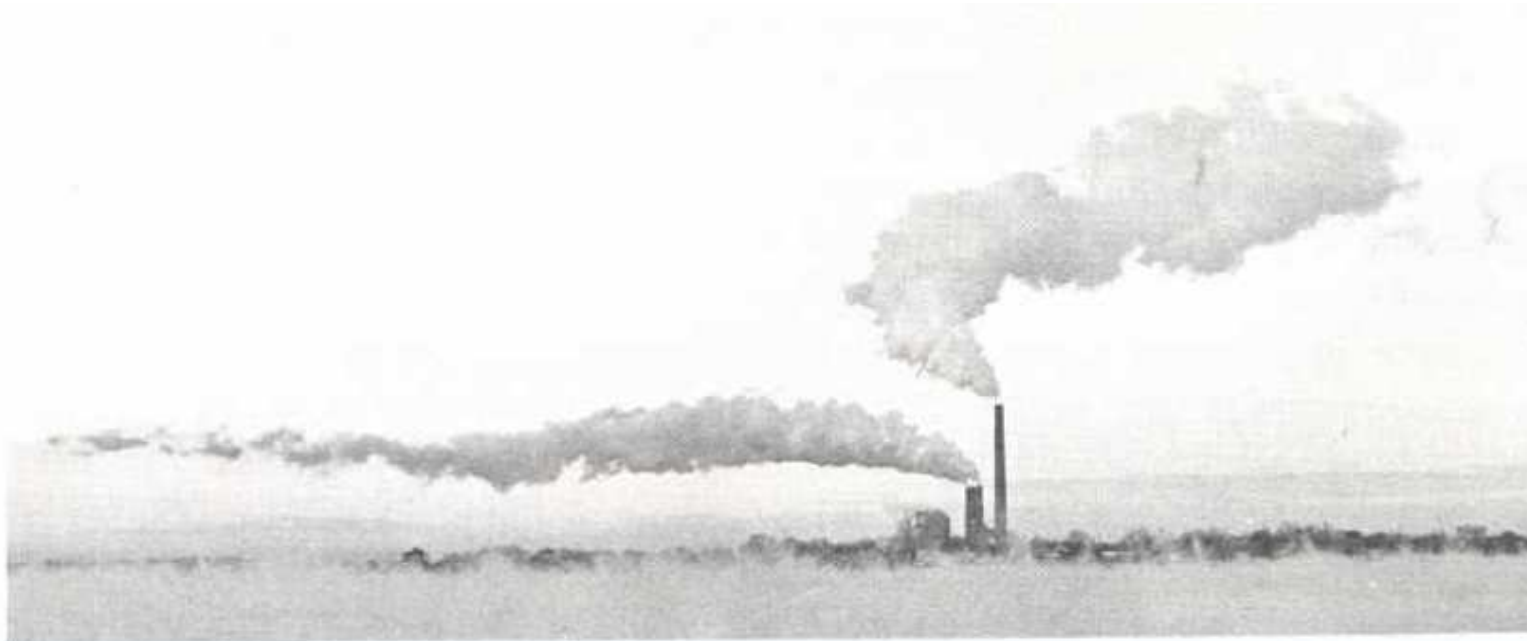
La force de frottement modifie la direction du vent par rapport à celle de l'atmosphère libre

# Vent dans la couche limite atmosphérique

## Spirale d'Ekman

---

Le changement de la direction du vent entre la surface et l'atmosphère libre s'appelle la spirale d'Ekman.



**Dispersion de panaches de cheminées avec différentes hauteurs de cheminées affectés par un cisaillement de vent (écoulement stratifié cisailé)**

*Dispersion de panaches de cheminées au-dessus du port de Beverly-Salem, Massachusetts  
(Ralph Turcotte, Beverly Times)*



# Vent dans la couche limite atmosphérique

## Profil vertical du vent

---

Le profil vertical du vent dans la couche limite atmosphérique,  $u(z)$ , peut être approximé par une fonction logarithmique qui est obtenue en faisant l'hypothèse d'une atmosphère adiabatique :

$$u(z) = ( u_* / \kappa ) \ln( z / z_0 )$$

où  $u_*$  est la vitesse de friction

$\kappa$  est la constante de von Karman (0,4)

$z_0$  est la longueur de rugosité

La vitesse de friction représente l'ampleur du flux vertical de la quantité de mouvement horizontale dans la couche de surface :

$$u_* = (u' w')_S^{1/2}$$

# Vent dans la couche limite atmosphérique

## Longueur de rugosité

---

La longueur de rugosité,  $z_0$ , est la hauteur à laquelle la vitesse du vent est nulle.

$$u(z) = (u_* / \kappa) \ln(z / z_0) ; z = z_0 \Rightarrow u(z) = 0$$

Pour une surface parfaitement lisse :  $z_0 \Rightarrow 0$ .

Pour une surface rugueuse,  $z_0$  est 1/10 à 1/30 de la hauteur des obstacles (arbustes, bâtiments...).

<u>Surface</u>	<u><math>z_0</math> (m)</u>
Mer calme	0,001
Herbe	0,01
Forêt	1
Ville	2 à 10

# Vent dans la couche limite atmosphérique

## Équations de Navier-Stokes

---

L'écoulement atmosphérique est déterminé par les équations de Navier-Stokes qui représentent la conservation de la quantité de mouvement dans un fluide qui est ici considéré comme newtonien (dit simplement, avec faible viscosité).

L'air est un fluide compressible (contrairement à l'eau). Cependant, on introduit généralement des hypothèses locales sur l'incompressibilité de l'air, c'est-à-dire l'hypothèse d'une masse volumique constante.

- Hypothèse anélastique : la masse volumique de l'air est constante à une altitude donnée (c'est-à-dire dans une couche du modèle)

- Hypothèse de Boussinesq : la masse volumique de l'air est constante dans un volume de l'atmosphère ; cette approximation s'applique à la couche limite de l'atmosphère.

# Vent dans la couche limite atmosphérique

## Équations de Navier-Stokes

### Conservation de la quantité de mouvement

$$\begin{array}{l}
 \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u \\
 \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v \\
 \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w - g
 \end{array}$$

Variation temporelle
Advection
Coriolis
Pression
Frottement
Gravité

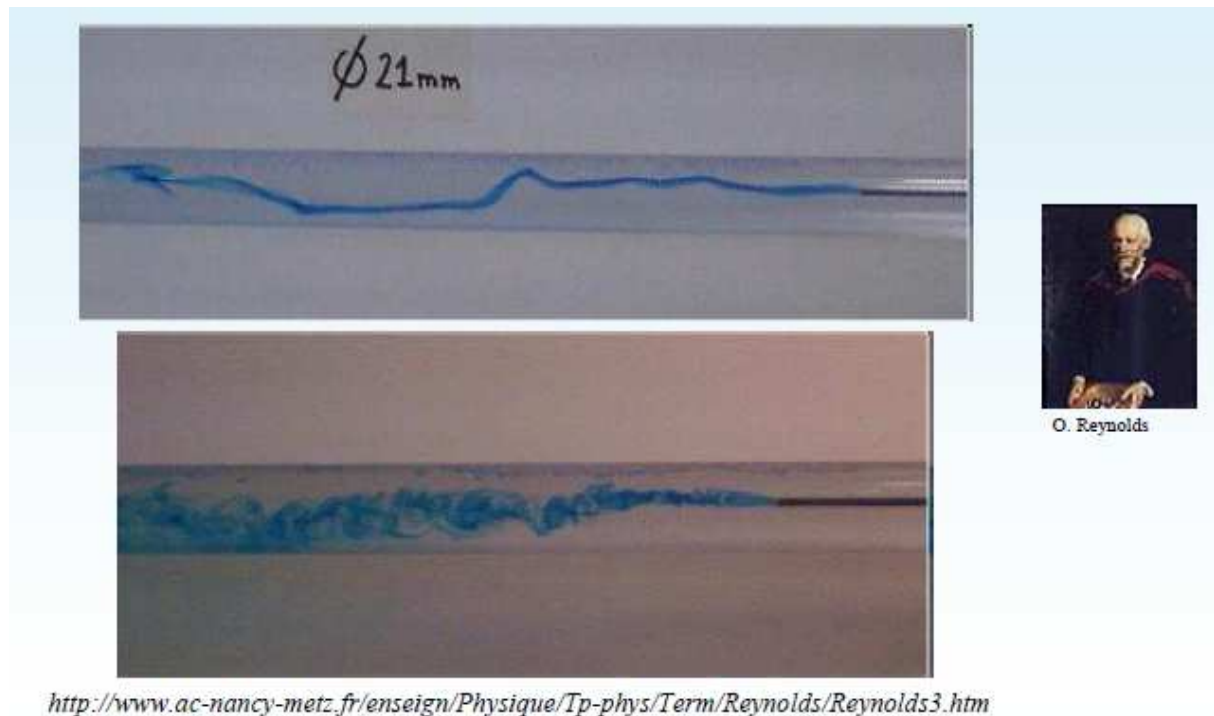
$f = 2\Omega \sin \phi$  défini le paramètre de Coriolis

$\Omega = |\vec{\Omega}| \approx 7,2910^{-5} s^{-1}$  vitesse de rotation de la terre

$|\vec{g}| = 9,8 m s^{-2}$

# Écoulements laminaires et turbulents

L'expérience de Reynolds montre la différence entre un écoulement laminaire et un écoulement turbulent (la transition se fait par un régime chaotique).



**L'atmosphère est un milieu avec écoulement turbulent**

# Écoulements laminaires et turbulents

---

Le nombre de Reynolds (Re) est généralement utilisé pour quantifier si un écoulement est laminaire ou turbulent

$$\text{Re} = \frac{\text{Forces d'inertie}}{\text{Forces de viscosité}} = \frac{UL}{\nu}$$

où U est une vitesse caractéristique de l'écoulement, L une longueur caractéristique de l'écoulement et  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide.

Une valeur critique de Re entre régimes laminaire et turbulent est  $\sim 3000$ .

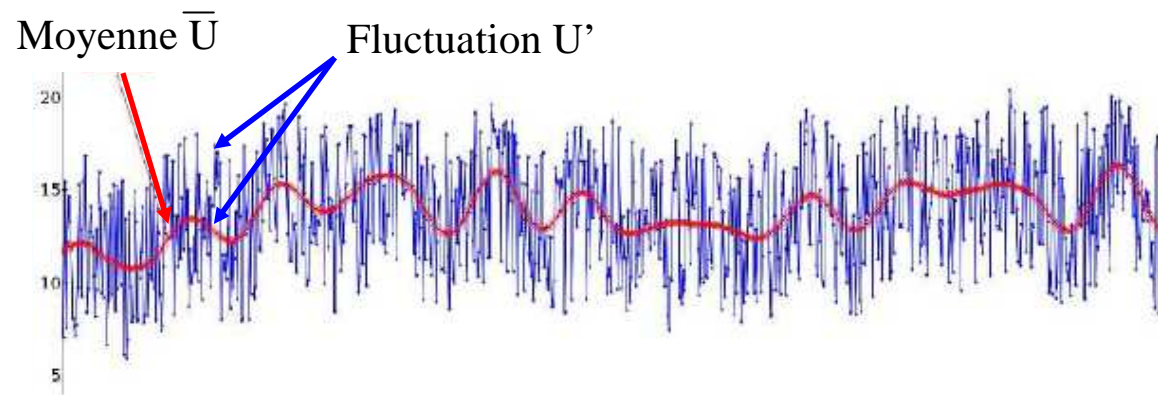
Dans la CLA, pour  $U = 15 \text{ m/s}$ ,  $L = 1000 \text{ m}$  et  $\nu = 1,45 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  :  $\text{Re} = 10^9 \gg 3000$

L'atmosphère est un milieu avec écoulement turbulent

# Écoulement turbulent

Pour un écoulement turbulent, il est utile de décomposer la variable (par exemple, la vitesse du vent  $U$ ) en deux composantes :

- Une composante moyenne  $\bar{U}$
- Une composante qui représente la fluctuation autour de cette moyenne  $U'$  (la moyenne sur une longue période de cette composante est donc zéro).



En **bleu** la valeur de la variable et en **rouge** la valeur moyenne

$$U = \bar{U} + U'$$

# Énergie cinétique de l'écoulement turbulent

L'écoulement possède une énergie cinétique  $E_c$  qui peut elle-aussi être décomposée en deux composantes qui correspondent à celles du mouvement :

- Le mouvement moyen
  - Les fluctuations (donc la turbulence)
- $$u_i = \overline{u_i} + u'_i$$

- L'énergie cinétique est :

$$E_c = \frac{1}{2} u_i u_i = \frac{1}{2} (\overline{u_i u_i} + 2\overline{u_i u'_i} + u'_i u'_i)$$

- L'énergie cinétique moyenne est :

$$\overline{E_c} = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} = \frac{1}{2} (\overline{u_i u_i} + \cancel{2\overline{u_i u'_i}} + \overline{u'_i u'_i})$$

$= 0$

On définit

- l'énergie cinétique du mouvement moyen :
- l'énergie cinétique de la turbulence :

$$\overline{K} = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}$$

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$$

(ou TKE pour « turbulent kinetic energy »)

$$\overline{E_c} = \overline{K} + k$$



# Énergie cinétique de l'écoulement turbulent

---

Le transfert de l'énergie cinétique d'un écoulement turbulent se fait de l'écoulement moyen vers les mouvements turbulents (tourbillons ou « eddies ») en allant des plus gros tourbillons vers les plus petits, et ainsi jusqu'à la perte de cette énergie cinétique en énergie thermique via la viscosité.



« Big whirls have little whirls that feed on their velocity and  
little whirls have lesser whirls and so on to viscosity »

L.F. Richardson (1881-1953)

# Équations de Navier-Stokes moyennées (RANS)

---

L'introduction de la turbulence dans les équations de Navier-Stokes complique leur formulation car l'ajout des variables correspondant aux fluctuations ( $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$ ) demandent l'ajout en parallèle de nouvelles équations afin de résoudre le système d'équations.

On résout les équations pour des valeurs moyennées des variables : c'est ce qu'on appelle les équations « Reynolds-averaged Navier-Stokes » ou RANS.

Il faut cependant calculer les valeurs moyennes des termes « turbulents » des équations de Navier-Stokes. C'est ce qu'on appelle un problème de « fermeture » des équations de la turbulence.

Il y a plusieurs manières de « fermer » le système d'équations. La plus simple est la théorie K.

$$\langle \vec{V}' w' \rangle = -K_m \partial_z \langle \vec{V} \rangle$$

# Équations de Navier-Stokes : autres fermetures

---

Des modèles de fermeture plus avancés ont été développés :

- Modèle  $k$ - $\varepsilon$  : il prend en compte la dissipation de l'énergie turbulente avec deux équations supplémentaires liant l'énergie cinétique turbulente ( $k$ ) et le taux de dissipation ( $\varepsilon$ )
- Modèle  $k$ - $\omega$  : il prend aussi en compte la dissipation de l'énergie cinétique turbulente ( $k$ ) mais utilise le taux de dissipation spécifique ( $\omega$ ) qui est le taux de dissipation par unité d'énergie cinétique turbulente ( $\omega = k / \varepsilon$ )

Des modèles encore plus avancés utilisent des représentations plus détaillées de la turbulence :

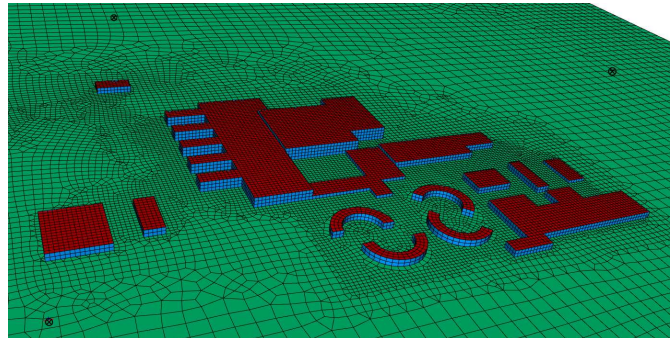
- « Large eddy simulation » ou LES (simulation des grandes échelles) : utilisation de paramétrisations pour représenter le spectre d'échelles des tourbillons (« eddies »)
- « Direct numerical simulation » ou DNS (modèles de simulation numérique directe) : la simulation est encore plus détaillée (pas de paramétrisation de la turbulence)

Ajouter une meilleure représentation de la turbulence dans un modèle peut améliorer les résultats mais augmente le temps de calcul considérablement

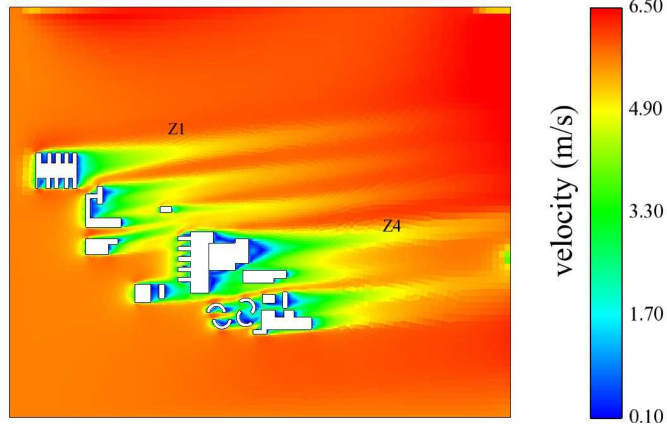
# Modèle de mécanique des fluides (CFD)

## Code\_Saturne

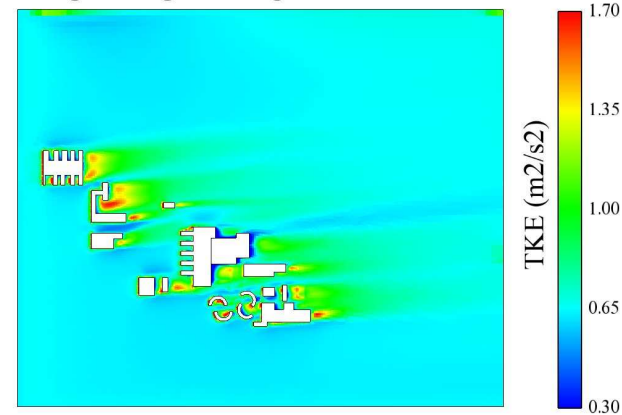
Simulation du champs de vent sur le site de l'École Polytechnique avec le logiciel Code\_Saturne du Cerea (ici en version RANS)



velocity field at z=10 m



champ d'energie cinétique turbulente a 10 m



# Modèles de météorologie méso-échelle

## Exemples

---

“Weather Research & Forecasting model” (WRF)

Modèle américain

<http://www.wrf-model.org/index.php>

ARÔME

Modèle de Météo France

<http://www.cnrm.meteo.fr/arome/>