Cerea

Centre d'Enseignement et de Recherche en Environnement Atmosphérique

École des Ponts ParisTech

EDF

Université Paris-Est

École Doctorale "Sciences, Ingénierie et Environnement"

Thèse de doctorat

---

# Modélisation d'écoulements atmosphériques stratifiés par Large-Eddy Simulation à l'aide de Code_Saturne

---

**Dall'Ozzo Cédric**

Présentée et soutenue publiquement le 14 juin 2013

Le jury :

*Président* - Pierre Sagaut (Institut Jean Le Rond d'Alembert - UPMC)
*Rapporteur* - Chantal Staquet (LEGI)
*Rapporteur* - Sylvain Dupont (INRA)
*Examinateur* - Dominique Laurence (The University of Manchester - EDF R&D)
*Examinateur* - Isabelle Calmet (École Centrale de Nantes)

*Directeur de thèse* - Bertrand Carissimo (CEREA)
*Co-directeur de thèse* - Maya Milliez (CEREA)

# Modélisation d'écoulements atmosphériques stratifiés par Large-Eddy Simulation à l'aide de Code_Saturne

Dall'Ozzo Cédric

18 juillet 2013

*"La théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne. La pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi. Ici, nous avons réuni théorie et pratique : Rien ne fonctionne... et personne ne sait pourquoi !"*

Albert Einstein

Résumé :

La modélisation par simulation des grandes échelles (Large-Eddy Simulation - LES) des processus physiques régissant la couche limite atmosphérique (CLA) demeure complexe de part la difficulté des modèles à capter l'évolution de la turbulence entre différentes conditions de stratification. De ce fait, l'étude LES du cycle diurne complet de la CLA comprenant des situations convectives la journée et des conditions stables la nuit est très peu documenté. La simulation de la couche limite stable où la turbulence est faible, intermittente et qui est caractérisée par des structures turbulentes de petite taille est tout particulièrement compliquée. En conséquence, la capacité de la LES à bien reproduire les conditions météorologiques de la CLA, notamment en situation stable, est étudiée à l'aide du code de mécanique des fluides développé par EDF R&D, Code_Saturne.

Dans une première étude, le modèle LES est validé sur un cas de couche limite convective quasi-stationnaire sur terrain homogène. L'influence des modèles sous-maille de Smagorinsky, Germano-Lilly, Wong-Lilly et WALE (Wall-Adapting Local Eddy-viscosity) ainsi que la sensibilité aux méthodes de paramétrisation sur les champs moyens, les flux et les variances est discutées.

Dans une seconde étude le cycle diurne complet de la CLA pendant la campagne de mesure Wangara est modélisé. L'écart aux mesures étant faible le jour, ce travail se concentre sur les difficultés rencontrées la nuit à bien modéliser la couche limite stable. L'impact de différents modèles sous-maille ainsi que la sensibilité au coefficient de Smagorinsky ont été analysés. Par l'intermédiaire d'un couplage radiatif réalisé en LES, les répercussions du rayonnement infrarouge et solaire sur le jet de basse couche nocturne et le gradient thermique près de la surface sont exposées. De plus l'adaptation de la résolution du domaine à l'intensité de la turbulence et la forte stabilité atmosphérique durant l'expérience Wangara sont commentées. Enfin un examen des oscillations numériques inhérentes à Code_Saturne est réalisé afin d'en limiter les effets.

*Mots-clés : Modélisation atmosphérique, Couche limite atmosphérique, Large-Eddy Simulation, Couche limite stable, Turbulence, Modèle sous-maille.*

**Large-eddy simulation of stratified atmospheric flows with the CFD code Code_Saturne**

Abstract :

Large-eddy simulation (LES) of the physical processes in the atmospheric boundary layer (ABL) remains a complex subject. LES models have difficulties to capture the evolution of the turbulence in different conditions of stratification. Consequently, LES of the whole diurnal cycle of the ABL including convetive situations in daytime and stable situations in the nighttime is seldom documented. The simulation of the stable atmospheric boundary layer which is characterized by small eddies and by weak and sporadic turbulence is espacialy difficult. Therefore The LES ability to well reproduce real meteorological conditions, particularly in stable situations, is studied with the CFD code developed by EDF R&D, Code_Saturne.

The first study consist in validate LES on a quasi-steady state convective case with homogeneous terrain. The influence of the subgrid-scale models (Smagorinsky model, Germano-Lilly model, Wong-Lilly model and Wall-Adapting Local Eddy-viscosity model) and the sensitivity to the parametrization method on the mean fields, flux and variances are discussed.

In a second study, the diurnal cycle of the ABL during Wangara experiment is simulated. The deviation from the measurement is weak during the day, so this work is focused on the difficulties met during the night to simulate the stable atmospheric boundary layer. The impact of the different subgrid-scale models and the sensitivity to the Smagorinsky constant are been analysed. By coupling radiative forcing with LES, the consequences of infra-red and solar radiation on the nocturnal low level jet and on thermal gradient, close to the surface, are exposed. More, enhancement of the domain resolution to the turbulence intensity and the strong atmospheric stability during the Wangara experiment are analysed. Finally, a study of the numerical oscillations inherent to Code_Saturne is realized in order to decrease their effects.

*Keywords : Atmospheric modeling, Atmospheric boundary layer, Large-Eddy Simulation, Stable atmospheric boundary layer, Turbulence, Subgrid-scale models.*

*Á Momo*

Remerciements :

Voici la dernière page écrite de ce manuscrit, sûrement celle qui sera la plus lue et qui j'espère sera la plus compréhensible (*si si vous n'avez pas encore lu la suite*) !

Je voudrais, en premier lieu, remercier Bertrand Carissimo et Maya Milliez pour m'avoir prodigué de nombreux conseils avisés et pour leur grande compétence scientifique dont ils ont su me faire profiter. Je voudrais également et tout particulièrement remercier Luc Musson-Genon, Eric Dupont, Richard Howard et Sofiane Benhamadouche pour le suivi minutieux de ce travail et leurs différentes recomandations, physiques et numériques, sans lesquelles cette thèse n'aurait pas pu aboutir.

Merci à Pierre Sagaut, Chantal Staquet, Sylvain Dupont, Dominique Laurence et Isabelle Calmet d'avoir accepté de faire parti du jury. C'est un grand honneur pour moi que d'avoir pu associer ces scientifiques reconnus à mon travail de thèse.

Merci à Christian Seigneur et Laurent Martin de m'avoir acceuilli au sein du Centre d'Enseignement et de Recherche en Environnement Atmosphérique (CEREA) et du groupe Météorologie Appliquée et Environnement Atmosphérique d'EDF R&D pour effectuer ce doctorat.

Puis je souhaite remercier les soutiens de l'ombre, discrets mais au combien indispensables, qui permettent chaque jour de rendre une thèse un peu plus agréable.

La première personne à qui je pense est Céline que je voudrais remercier pour m'avoir accompagné durant cette grande aventure de trois ans, pour la confiance qu'elle m'a accordé au quotidien ainsi que, par avance, pour le petit garçon qu'elle va bientôt m'offrir.

Je voudrais remercier ma famille et mes amis de longue date Antoine, Ségo, Santiago, Ilyona, Ludo, Caro et Aurel pour les nombreux apéros/diners qui ont rythmé cette thèse !

Enfin, je remercie les personnes m'ayant accompagné durant cette thèse à EDF et au CEREA : Julien (le cabris des Pyrénées), Christophe (chaussin aux pommes), Laurent (Samir mon co-bureau), Raphaël (le coureur infatiguable), Venki (my little indian), Lucie, Yannick, Sébastien, Fanny, Eve, Yongfeng, Virginie, Max, Marie G., Jon, Xiaojing, Denis, Laurent D, Noemie, Xiao, Eric, Dominique, Hanane, Ali, Stephanie, Marie B., Viviane, Sylvie, Anne, Chantal, Véronique, Nicolas...

Merci encore à tous.

# Table des matières

**1 Introduction** **20**

**2 Micro-météorologie et modélisation atmosphérique** **28**
2.1 Les écoulements moyens . . . . . 28
2.1.1 Le bilan de masse . . . . . 28
2.1.2 L'hypothèse anélastique . . . . . 29
2.1.3 Le bilan de quantité de mouvement . . . . . 29
2.1.4 Le bilan de chaleur . . . . . 30
2.2 Les écoulements turbulents . . . . . 30
2.2.1 La décomposition de Reynolds . . . . . 31
2.2.2 Les moyennes de Reynolds . . . . . 31
2.2.3 Les équations de Navier-Stokes pour les écoulements turbulents . 31
2.2.4 La conservation de la chaleur . . . . . 32
2.2.5 Les fermetures turbulentes . . . . . 32
2.2.6 L'approximation de Boussinesq . . . . . 33
2.3 Les spécificités liées à la modélisation de la couche limite atmosphérique . 35
2.3.1 Évolution de la couche limite au cours d'un cycle diurne . . . . . 36
2.4 Paramétrisation de la couche limite atmosphérique . . . . . 38
2.4.1 La couche limite de surface . . . . . 38
2.4.2 La théorie de similitude . . . . . 38
2.4.2.1 Cas neutre . . . . . 39
2.4.2.2 Cas stratifié : la théorie de similitude de Monin-Obukhov 39
2.4.2.3 Cas stratifié : la paramétrisation de Louis . . . . . 42

**3 Large-Eddy Simulation (LES)** **44**
3.1 Les relations fondamentales de la LES . . . . . 46

3.2 Les modèles sous-maille en LES . . . . . 51
3.2.1 Les modèles non-dynamiques . . . . . 51
3.2.1.1 Le modèle de Smagorinsky (1963) . . . . . 51
3.2.1.2 Le modèle de Deardorff (1980) . . . . . 53
3.2.1.3 Le modèle de Sullivan et al. (1994) . . . . . 55
3.2.1.4 Le modèle de Brown et al. (1994) . . . . . 57
3.2.1.5 Le modèle WALE de Nicoud-Ducros (1999) . . . . . 58
3.2.2 Les modèles dynamiques . . . . . 59
3.2.2.1 Le modèle de Germano et al. (1991) . . . . . 59
3.2.2.2 Le modèle de Germano-Lilly (1992) . . . . . 63
3.2.2.3 Le modèle de Wong-Lilly (1994) . . . . . 65
3.2.2.4 Le modèle LASDD de Porté-Agel et al. (2000) . . . . . 67
3.2.3 Bilan et choix des modèles sous-maille . . . . . 70

**4 Code_Saturne** **71**
4.1 Le module atmosphérique . . . . . 72
4.2 Schémas numériques de Code_Saturne . . . . . 72
4.2.1 Algorithme SIMPLEC . . . . . 72
4.2.2 Discrétisation spatiale . . . . . 74
4.3 Les conditions limites . . . . . 74
4.4 La méthode d'initialisation "Synthetic Eddy Method" . . . . . 75

**5 Validation par la simulation d'une couche limite convective** **77**
5.1 Contexte et description de la simulation étudiée . . . . . 77
5.1.1 Maillage et discrétisation temporelle de la simulation . . . . . 78
5.1.2 Les conditions limites . . . . . 78
5.1.3 Les conditions initiales . . . . . 79
5.2 Validation du code . . . . . 81
5.3 Comparaisons de différentes paramétrisations de couche de surface . . . . 87
5.4 Comparaisons de différents modèles sous-maille . . . . . 91
5.5 Les champs instantanés . . . . . 97
5.6 Modification de la flottabilité dans Code_Saturne . . . . . 102
5.7 Bilan de l'étude de validation . . . . . 102

**6 Modélisation LES du cycle diurne de l'expérience Wangara 104**
6.1 Objectifs de l'étude . . . 104
6.2 L'expérience Wangara . . . 105
6.2.1 Description de l'expérience . . . 105
6.2.2 Les spécificités liées à la modélisation de la couche atmosphérique stable . . . 106
6.2.2.1 Le jet de basse couche . . . 106
6.2.2.2 LES transitoire entre une atmosphère convective et stable 108
6.3 Simulation numérique LES avec Code_Saturne . . . 109
6.4 Résultats LES sur le cas Wangara avec le modèle de Smagorinsky . . . 112
6.4.1 Le jour . . . 112
6.4.2 La nuit . . . 113
6.5 Comparaison de l'influence des différents modèles sous-maille . . . 115
6.5.1 Les résultats le jour en situation convective . . . 115
6.5.2 Les résultats la nuit en situation stable . . . 120
6.5.3 Conclusions . . . 128
6.6 Effets du rayonnement radiatif . . . 129
6.6.1 Forçage Radiatif . . . 129
6.6.2 Couplage Radiatif . . . 135
6.7 Études de sensibilité . . . 148
6.7.1 Les méthodes de paramétrisation et la rugosité . . . 148
6.7.2 Le coefficient de Smagorinsky . . . 150
6.7.3 Sensibilité au maillage . . . 153
6.8 Modélisation LES d'écoulements atmosphériques moins stables . . . 160
6.9 Oscillations numériques . . . 170
6.9.1 Sensibilité des oscillations à la constante de Smagorinsky . . . 171
6.9.2 La méthode SEM . . . 172
6.9.3 Impacts des maillages sur les oscillations . . . 173
6.9.3.1 Les différentes résolutions . . . 173
6.9.3.2 Les maillages tétraédriques . . . 174
6.9.4 La décomposition de la pression . . . 177
6.9.5 Autres tests de sensibilité . . . 181
6.9.6 Simulation d'un canal plan . . . 181

**7 Conclusion et perspectives** **183**

**8 Annexes** **189**

8.1 L'étude du brouillard de Nakanishi (2000) . . . . . 189

8.2 Comparaisons des viscosités turbulentes sous-maille . . . . . 192

8.3 Evolution des oscillations au cours du temps . . . . . 193

8.4 Résultats de la simulation du cas Wangara à l'aide d'un maillage tétraédrique . . . . . 194

# Nomenclature

| | |
|---|---|
| $C_{ij}$ | Tenseur des contraintes croisées |
| $C_p$ | Capacité calorifique |
| $C_s$ | Constante de Smagorinsky |
| $e$ | Énergie cinétique turbulente |
| $\epsilon$ | Taux de dissipation |
| $F_{vd}$ | Fonction d'amortissement de Van-Driest |
| $f_c$ | Paramètre de Coriolis |
| $g$ | Accélération de la pesanteur |
| $k$ | Nombre d'onde |
| $L$ | Échelle caractéristique de longueur |
| $L_{ij}$ | Tenseur de Léonard |
| $L_t$ | Échelle intégrale |
| $l_t$ | Échelle de Kolmogorov |
| $L_{mo}$ | Longueur de Monin-Obukhov |
| $P$ | Pression |
| $Pr_t$ | Nombre de Prandtl turbulent |
| $Q_0$ | Flux de chaleur à la surface |
| $R$ | Constante des gaz parfaits |
| $R_i$ | Nombre de Richardson |
| $R_{ij}$ | Tenseur de Reynolds |
| $Re$ | Nombre de Reynolds |
| $Re_c$ | Nombre de Reynolds critique |
| $S_{ij}$ | Tenseur des taux de déformation |
| $U$ | Échelle caractéristique de vitesse |
| $U_t$ | Échelle caractéristique de vitesse à l'échelle intégrale |
| $u_t$ | Échelle caractéristique de vitesse à l'échelle de Kolmogorov |

| | |
|---|---|
| $u_*$ | Vitesse de frottement |
| $u_g$, $v_g$ | Composante du vent géostrophique |
| $w_*$ | Échelle de vitesse convective |
| $z_0$ | Rugosité |
| $z_{0m}$ | Rugosité dynamique |
| $z_{0h}$ | Rugosité thermique |
| $\Theta$ | Température potentielle |
| $\Theta_l$ | Température potentielle liquide |
| $\Theta_*$ | Température potentielle de frottement |
| $\nu$ | Viscosité cinématique |
| $\nu_t$ | Viscosité turbulente sous-maille |
| $\nu_t$ | Viscosité turbulente sous-maille thermique |
| $\nu_{eff}$ | Viscosité effective |
| $\rho$ | Masse volumique |
| $\delta_{ij}$ | Symbole de Kronecker |
| $\lambda$ | Conductibilité thermique moléculaire |
| $\lambda_t$ | Conductibilité thermique turbulente |
| $\kappa$ | Constante de von Karman |
| $\mu$ | Viscosité dynamique |
| $\zeta$ | Indice de stabilité |
| $\phi_m$, $\psi_m$ | Fonctions de Monin-Obukhov (Dynamique) |
| $\phi_h$, $\psi_h$ | Fonctions de Monin-Obukhov (Thermique) |
| $\overline{\Delta}$, $\widetilde{\overline{\Delta}}$ | Longueurs de coupure caractéristiques des filtres LES |

| | |
|---|---|
| $\tau_{ij}$, $T_{ij}$ | Tenseurs des contraintes sous-maille |
| $\tau_{\Theta i}$, $T_{\Theta i}$ | Tenseurs sous-maille thermiques |
| $\tau_{q_v i}$ | Tenseur sous-maille pour le contenu en vapeur d'eau |
| $F$ | Flux radiatif |
| $F_{sol}$ | Flux radiatif solaire |
| $F_{ir}$ | Flux radiatif infrarouge |
| $A_{rad}$ | Absorption |
| $B_{rad}$ | Émission d'un corps noir |
| $q_w$ | Contenu en eau total |
| $q_v$ | Contenu en vapeur d'eau |
| $q_l$ | Contenu en eau liquide |
| $N_c$ | Nombre de gouttelette |
| $< >$ | Moyenne horizontale |
| $u$, $v$, $w$ | Composantes du vecteur vitesse |
| $[]_i$, $[]_j$, $[]_k$ | Indices relatifs aux directions suivant x, y et z |

| | |
|---|---|
| CASES_99 | Cooperative Atmosphere-Surface Exchange Study |
| CFD | Computational Fluid Dynamics |
| GABLS | Global Energy and Water Cycle Experiment Atmospheric Boundary Layer Study |
| LASDD | Locally Averaged Scale-Dependent Dynamic |
| LES | Large-Eddy Simulation |
| RANS | Reynolds Average Navier Stokes |
| SABLES 98 | Stable Atmospheric Boundary Layer Experiment in Spain |
| SIRTA | Site Instrumental de Recherche par Télédétection Atmosphérique |
| WALE | Wall-Adapting Local Eddy-viscosity |

# Chapitre 1

# Introduction

Contexte

La compréhension des processus physiques régissant l'atmosphère se révèle depuis longtemps être un enjeu majeur.

Les événements de mars 2011, suite à l'accident nucléaire de Fukushima au Japon, ont mis en évidence la nécessité de comprendre et prévoir l'évolution des écoulements atmosphériques. Cette catastrophe, par son ampleur et sa dangerosité, a permis de souligner l'importance d'estimer au mieux les conditions météorologiques et la dispersion des éléments radioactifs pour protéger les populations.

Un autre exemple récent allant dans ce sens est l'éruption du volcan Eyjafjallajökull, le 14 avril 2010 en Islande. Cet événement a causé la dispersion d'un important panache de poussières et a paralysé le trafic aérien européen, pour cause de sécurité, pendant près d'une semaine provoquant des dommages financiers considérables.

Enfin concernant le domaine de l'énergie, dans le cadre des objectifs européens encadrés par le protocole de Kyoto ratifié en 1997, l'Europe s'est engagée à produire au moins 20% d'énergies renouvelables d'ici 2020. A l'échelle nationale, les différents Grenelles de l'environnement ont fixé à 23% la part d'énergie qui devra provenir d'énergies renouvelables à l'horizon 2020. De ce fait on a pu assister en 2012 à différents appels d'offre pour l'implantation de 6 000 MW d'éolien offshore sur les côtes atlantiques françaises. L'évaluation du potentiel éolien des différents sites concernés est alors essentielle et ne peut être décorélée d'une estimation précise des conditions atmosphériques. Ainsi par le biais de ces trois faits marquants de l'actualité nous observons qu'il est primordial de

continuer d'explorer la dynamique de l'atmosphère et de travailler à l'amélioration des outils dont nous disposons pour en accroître les performances.

La turbulence

Les écoulements atmosphériques sont fortement turbulents c'est à dire qu'ils sont caractérisés par un nombre de Reynolds ($Re$) très important. En effet si on considère qu'en moyenne la viscosité cinématique de l'air est de $\nu = 1.10^{-5}\ m^2.s^{-1}$, que l'échelle caractéristique ($L$) de notre système est définie par la hauteur de couche limite dont l'ordre de grandeur est $L = 1000\ m$ et que la vitesse caractéristique des écoulements est $U = 10\ m.s^{-1}$ on a, par définition, un nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{UL}{\nu} = 1.10^9 \tag{1.1}$$

La valeur critique du nombre de Reynolds ($Re_c$) traduisant le passage d'un écoulement laminaire à un écoulement turbulent étant d'environ $Re_c = 2000$ nous pouvons affirmer que les écoulements atmosphériques sont très fortement turbulents !

La turbulence se traduit en chaque point de l'atmosphère par des fluctuations de vitesse, de pression et de température qui évoluent de manière chaotique dans le temps. Cependant il existe, pour les écoulements atmosphériques, une cohérence spatio-temporelle qui se traduit par l'apparition de tourbillons. L'œuvre de Vincent van Gogh "The Starry Night" de 1889 (Fig. 1.1) est une belle illustration de la turbulence atmosphérique et de ses tourbillons.

Les structures cohérentes sont responsables de la majeur partie de la production d'énergie turbulente $e$ dans l'atmosphère. Au cours du temps, les grands tourbillons se désagrègent en structures de plus en plus petites, d'énergie de moins en moins importante. Ce mécanisme est appelé la cascade de Kolmogorov (Fig. 1.2). La théorie de Kolmogorov (1941) [Pope, 2000] décrit la manière dont les grandes structures, de taille et de vitesse caractéristiques respectives $L_t$ nommée "l'échelle intégrale" et $U_t$, se divisent. Elles perdent de l'énergie turbulente au profit de tourbillons plus petits jusqu'à atteindre une taille minimum, $l_t$, nommée "l'échelle de Kolmogorov", de vitesse caractéristique $u_t$. Le transfert d'énergie des grandes structures cohérentes vers les petites s'effectue à un taux de dissipation $\epsilon$. Au delà de l'échelle de Kolmogorov ce sont les effets de viscosité qui dissipent l'énergie turbulente du système.



FIGURE 1.1 – *"The Starry Night" de Vincent van Gogh exposé au Museum of Modern Art de New York (1889).*

Les plus petites échelles sont caractérisées par la première hypothèse de Kolmogorov qui relie $l_t$ et $u_t$ aux seuls paramètres que sont la viscosité $\nu$ et le taux de dissipation $\epsilon$ :

$$l_t = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{1/4} \tag{1.2}$$

$$u_t = (\epsilon\,\nu)^{1/4} \tag{1.3}$$

L'échelle caractéristique de vitesse des grandes structures de taille $l > l_t$ n'est exprimée qu'en fonction de $\epsilon$ et indépendamment de $\nu$. Ceci constitue la seconde hypothèse de Kolmogorov :

$$u(l) = (\epsilon\,l)^{1/3} \tag{1.4}$$

De plus la théorie de Kolmogorov relie les petites échelles aux grandes par l'intermé-

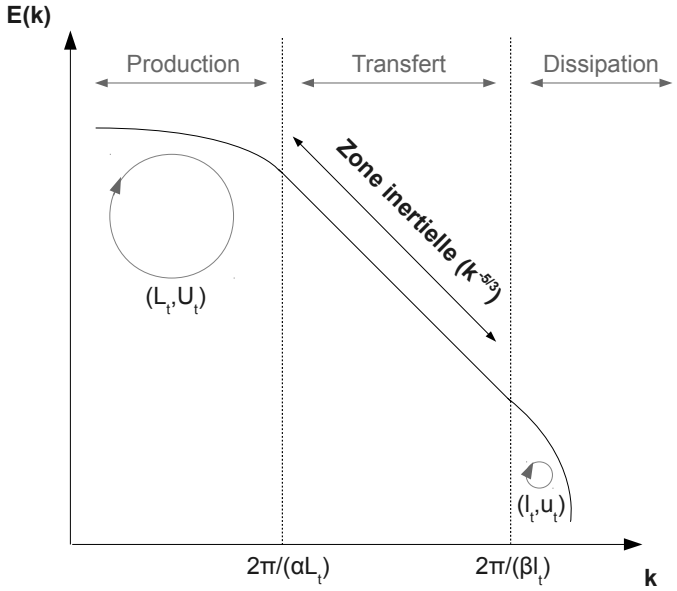



FIGURE 1.2 – *La cascade d'énergie (E) en fonction du nombre d'onde (k) de la théorie de Kolmogorov. $U_t$ et $u_t$ réprésentent les échelles de vitesse respectivement à l'échelle intégrale $L_t$ et à l'échelle de Kolmogorov $l_t$. $\alpha$ et $\beta$ sont deux facteurs d'échelle.*

diaire du nombre de Reynolds :

$$\frac{l_t}{L_t} \backsim Re^{-3/4} \tag{1.5}$$

$$\frac{u_t}{U_t} \backsim Re^{-1/4} \tag{1.6}$$

Pour chaque tourbillon de longueur $l$ on peut définir un nombre d'onde $k = 2\pi/l$ et un spectre d'énergie $E(k)$. L'ensemble de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation du domaine s'expriment de la manière suivante :

$$e = \int_0^\infty E(k)dk \tag{1.7}$$

$$\epsilon = \int_0^\infty 2\nu k^2 E(k)dk \tag{1.8}$$

Il est important de noter que l'évolution du spectre d'énergie dans la zone inertielle de la cascade d'énergie de Kolmogorov ($60l_t < l < \frac{1}{6}L_t$), i.e. dans la zone de transfert d'énergie des grandes structures vers les petites structures, s'exprime par $E(k) = \varsigma\,\epsilon^{2/3}k^{-5/3}$ où $\varsigma$ définit une constante universelle (Fig. 1.2).

Toute cette théorie a été mise sous forme d'un poème par Richardson en 1922 [Pope, 2000] :

"Big whorls have little whorls,
Which feed on their velocity ;
And little whorls have lesser whorls,
And so on to viscosity."

Large-Eddy Simulation :

La simulation des grandes échelles (Large-Eddy Simulation - LES) est une méthode qui a pour finalité de modéliser les écoulements turbulents. Elle consiste à résoudre explicitement les grands tourbillons responsables de la production d'énergie et de modéliser les effets dissipatifs des petites structures, discriminées à l'aide d'un filtre, par un modèle sous-maille. La LES est un procédé plus réaliste que les modèles RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) classiquement utilisés pour les simulations numériques en mécanique des fluides mais elle nécessite des ressources informatiques bien plus importantes. Joseph Smagorinsky, en 1963, est le premier à évoquer la LES dans ses travaux en météorologie [Smagorinsky, 1963]. Depuis, cette méthode est très largement utilisée dans l'industrie et la recherche. La LES est employée dans de très nombreux secteurs tels que l'aéronautique pour des problèmes d'aérodynamisme [Xu et al., 2010] [Forsythe et al., 2004], la médecine pour étudier la faisabilité de prothèses de valves pour le cœur [Cristallo et al., 2006], la biologie pour étudier les mécanismes de vol des oiseaux et la nage des poissons [Cristallo et al., 2009]...

Large-Eddy Simulation appliquée aux écoulements atmosphériques :

Dans cette thèse, la LES est appliquée à la simulation des écoulements atmosphériques afin de mieux comprendre les processus physiques régissant l'évolution de la couche limite planétaire. La couche limite atmosphérique est généralement et schématiquement décrite, en ciel clair, comme ayant deux états distincts : le jour, convectif, où les forces de flottabilité sont responsables, de manière prédominante, de la production de la turbulence thermique et la nuit, stable, où, au contraire, la turbulence est régie par un subtil équilibre entre les forces de cisaillement du vent, de flottabilité et de viscosité [Stull, 1988]. Les premières simulations LES de la couche limite atmo-

sphérique ont été effectuées au cours des années soixante-dix par Deardorff [Deardorff, 1970,1972,1974a,1974b,1980] . Depuis de nombreux autres travaux ont été réalisés avec succès sur la partie convective de la couche limite atmosphérique [Moeng, 1984], [Mason, 1989], [Schmidt and Schumann, 1989], [Sykes and Henn, 1989], [Nieuwstadt et al., 1992], [Khanna and Brasseur, 1997], [Lewellen and Lewellen, 1998], [Sullivan et al., 1998], [Albertson and Parlange, 1999a]... De plus ces simulations sont peu sensibles aux modèles sous-maille utilisés du fait que la couche limite convective est caractérisée par de larges structures turbulentes. Ces grands tourbillons dominent les écoulements et, étant plus grands que la taille du filtre, sont résolus explicitement par le code.

De même de nombreux auteurs ont étudié la couche limite en stratification neutre : [Mason and Thomson, 1987], [Andrèn et al., 1994], [Moeng and Sullivan, 1994], [Lin et al., 1996], [Kosović, 1997], [Porté-Agel et al., 2000], [Esau, 2004], [Bou-Zeid et al., 2005], [Chow et al., 2005], [Stoll and Porté-Agel, 2006a], [Drobinski et al., 2007] et [Anderson et al., 2007].

Le nombre de références bibliographiques traitant de la couche limite atmosphérique stable caractérisée par des structures turbulentes de très petite taille est bien plus modeste. Les premiers essais de modélisation LES d'une couche limite stable ont été réalisés par [Mason and Derbyshire, 1990]. D'autres ont suivi : [Brown et al., 1994], [Andrén, 1995], [Kosovic̀ and Curry, 2000], [Porté-Agel et al., 2000], [Saiki et al., 2000], [Basu and Porté-Agel, 2006], [Beare et al., 2006], [Cuxart et al., 2006] et [Stoll and Porté-Agel, 2008]. Mais, pour la plupart, ils étudient soit des états stables quasi-stationnaires soit des cas modérément, voir faiblement, stables. Les tourbillons deviennent de plus en plus petits lorsqu'on augmente la stabilité ce qui peut justifier le choix des précédents auteurs de ne simuler qu'uniquement des cas où la dimension des tourbillons reste importante. Ces simulations ont mis en avant différents problèmes durant la simulation des situations stables. [Mason and Derbyshire, 1990], par exemple, ont rencontré de nombreux problèmes pour reproduire des flux turbulents adéquats alors que [Saiki et al., 2000] ont montré la production d'ondes inattendues au milieu de leur domaine qu'ils interprètèrent comme étant des artefacts numériques. De plus [Beare et al., 2006], sur l'expérience GABLS (Global Energy and Water Cycle Experiment Atmospheric Boundary Layer Study [Holtslag, 2003]), ont mis en évidence la disparité des résultats suivant les modèles sous-maille utilisés et ont étudié la dépendance des simulations à la résolution.

Seuls [Brown et al., 2002], [Duynkerke, 2004], [Kumar et al., 2006] [Basu et al., 2008] et [Vinuesa et al., 2008] traitent de la modélisation d'un cycle diurne complet

de la couche limite atmosphérique sur l'ensemble des situations convectives et stables durant 24h. Cependant [Brown et al., 2002] ne rapportent pas leurs résultats la nuit, se focalisant sur l'évolution des cumulus et [Duynkerke, 2004] ne traite que de situations très faiblement stables. [Kumar et al., 2006], à l'aide d'un modèle LES lagrangien, réalisent une simulation sur 24h de l'expérience HATS (Horizontal Array Turbulence Study [Horst et al., 2004]). [Basu et al., 2008], pour leurs parts, accomplissent la modélisation LES de la campagne de mesures Wangara [Clarke et al., 1971]. [Vinuesa et al., 2008], dans des conditions similaires, procèdent sur cette même expérience, à un cas de dispersion du Radon ($Rn^{222}$). Les simulations d'un cycle diurne se révèlent délicates du fait qu'elles exigent, la journée, un domaine assez grand pour capter les grandes structures turbulentes de la période convective et de résolution assez fine pour résoudre, la nuit, les petits tourbillons de la période stable. De plus, capter correctement l'évolution des champs moyens, des flux et des variances considérant la transition jour-nuit reste un challenge pour la recherche atmosphérique dont les applications sont nombreuses : brouillard, dispersion, simulations en milieu urbain, sillage des éoliennes...

La capacité à reproduire, numériquement, la dispersion de rejets radioactifs, suite à un hypothétique accident nucléaire, constitue un exemple concret de l'intérêt que peut porter une entreprise comme EDF pour l'étude la couche limite atmosphérique. Ainsi l'amélioration des procédés de modélisation reste un enjeu important pour des questions de sûreté ou de qualité de l'air. Ce type d'événement peut durer pendant plusieurs journées sur une succession de situations stables et instables. L'étude de la dispersion sur le site de la centrale nucléaire de Flamanville (Fig. 1.3), représente un exemple des motivations principales, à long terme, de ce travail. De ce fait, cette thèse traite de la modélisation LES de l'évolution des écoulements turbulents dans la couche limite atmosphérique lors d'un cycle diurne avec Code_Saturne [Archambeau et al., 2004], un code numérique de mécanique des fluides (CFD) adapté à l'atmosphère et supportant des géométries complexes, explicitement prise en compte dans un maillage non structuré.

Après le rappel des équations régissant la physique des écoulements turbulents dans l'atmosphère (Chapitre 2), je décris différents modèles sous-maille (chapitre 3) et le modèle de CFD Code_Saturne utilisé pour les simulations (chapitre 4). Puis je présente la validation du modèle et la comparaison de différents modèles sous-maille sur un cas de couche limite convective (chapitre 5), étude préliminaire à la modélisation d'un cycle diurne complet s'appuyant sur la campagne de mesures Wangara [Clarke et al., 1971]

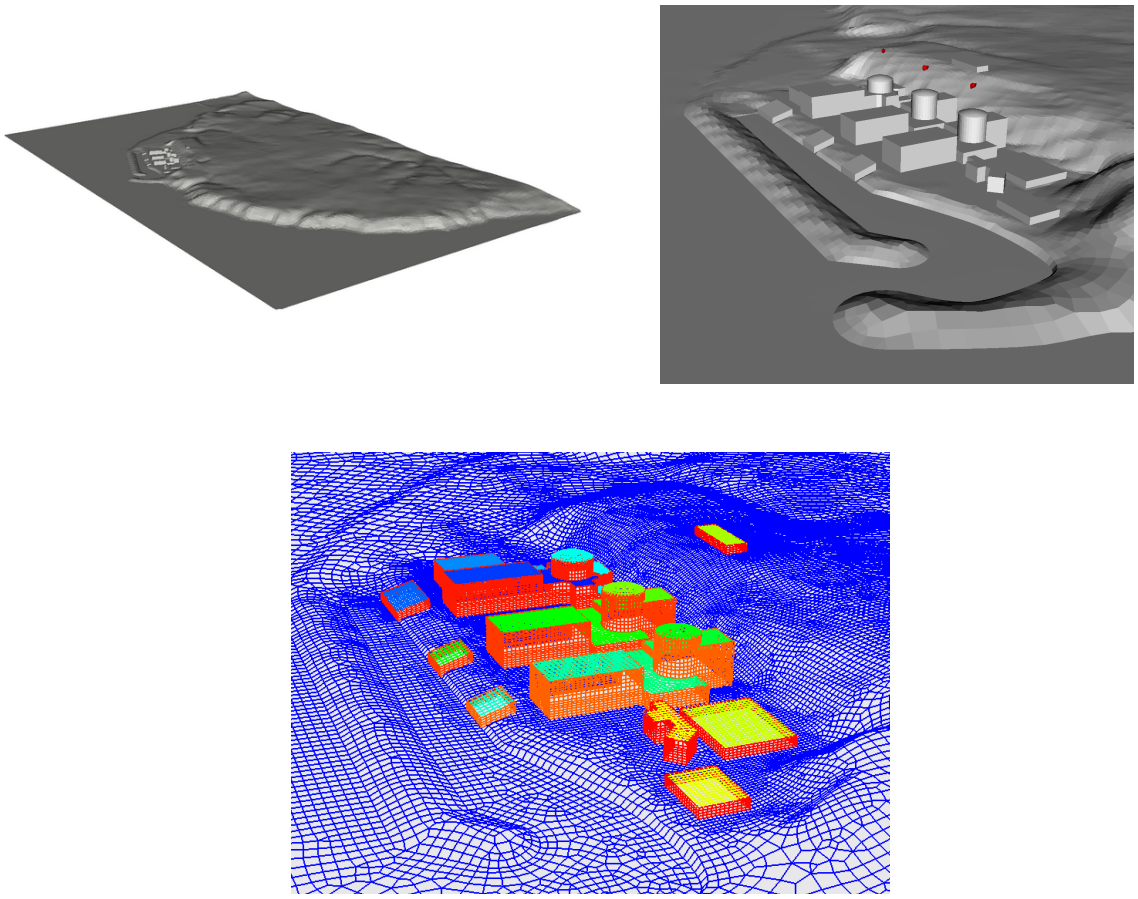


FIGURE 1.3 – *Maillage complexe non-structuré de la centrale nucléaire de Flamanville en Basse-Normandie, réalisé pour une étude de dispersion atmosphérique faites dans le cadre de la construction du nouvel EPR. A terme la LES doit pouvoir être utilisée avec ce type de maillage et pour toutes les conditions météorologiques.*

(chapitre 6). Lors de cette étude d'un cycle diurne je me suis intéressé aux différents types de stabilité et à l'influence de différents paramètres physiques dont le rayonnement atmosphérique. Enfin le chapitre 7 conclut ce travail et en présente les perspectives.

# Chapitre 2

# Micro-météorologie et modélisation atmosphérique

L'évolution spatiale et temporelle de la couche limite atmosphérique peut être formalisée à l'aide de différentes équations de la mécanique des fluides décrivant le bilan des forces exercées sur une parcelle d'air. Ainsi, les équations de la dynamique et de la thermodynamique de l'atmosphère, à micro-échelle, vont être présentées dans ce chapitre.

## 2.1 Les écoulements moyens

Dans cette partie, les différentes équations régissant les écoulements moyens dans la couche limite atmosphérique seront détaillées.

### 2.1.1 Le bilan de masse

Pour tout fluide compressible, l'équation de continuité faisant le bilan de masse s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.1}$$

$\rho$ représente la masse volumique de l'air et $u_i$ les composantes de la vitesse du vent.

### 2.1.2 L'hypothèse anélastique

L'hypothèse anélastique permet de conserver l'aspect compressible des écoulements tout en filtrant les ondes acoustiques ($\partial\rho/\partial t = 0$). L'équation de continuité alors modifiée devient :

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.2}$$

### 2.1.3 Le bilan de quantité de mouvement

Le bilan de la quantité de mouvement est décrit par les équations de Navier-Stokes, basées sur le bilan de toutes les forces agissant sur une masse d'air atmosphérique :

$$\underbrace{\frac{\partial u_i}{\partial t}}_{1} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j)}_{2} = \underbrace{-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i}}_{3} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\nu\left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right]}_{4} - \underbrace{g\delta_{i3}}_{5} \tag{2.3}$$

Avec :

1 : Terme d'inertie
2 : Terme d'advection (ou de convection)
3 : Terme tenant compte de la force due au gradient de pression
4 : Tenseur des contraintes visqueuses
5 : Terme de gravité ($g = 9.81\, m.s^{-2}$)

La viscosité cinématique $\nu$ est définie à partir de la viscosité dynamique $\mu$ de la manière suivante :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{2.4}$$

$S_{ij}$ est introduit comme étant le tenseur des taux de déformation :

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.5}$$

Considérant que l'air est un fluide newtonien on peut définir le tenseur des contraintes visqueuses comme étant proportionnel au tenseur des taux de déformation :

$$\nu\left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right] = \nu\left[2S_{ij} - \frac{2}{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right] \tag{2.6}$$

Pour un cas incompressible ($\partial u_i/\partial x_i = 0$) les équations de Navier-Stokes (2.3) se résument à :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2}{\partial {x_j}^2} u_i \tag{2.7}$$

### 2.1.4 Le bilan de chaleur

La différence de température entre le sol et l'air est à l'origine d'échanges de chaleur près de la surface. Il en résulte des ascendances ou des subsidences de parcelles d'air dans l'atmosphère. Ces mouvements au sein de la couche limite, du fait qu'ils sont rapides et que l'air est un mauvais conducteur thermique, peuvent être considérés comme adiabatiques. Pour tenir compte des variations de flottabilité et de stabilité, tout en considérant l'isentropie des déplacements d'air, on utilise comme variable thermodynamique, la température potentielle $\Theta$.

La température potentielle définit la température qu'aurait une parcelle d'air ramenée adiabatiquement à 1000 hPa. Elle permet ainsi d'étudier les variations de température de l'atmosphère en s'affranchissant des changements de température induits par les variations de pression. Elle s'écrit :

$$\Theta = T\left(\frac{P_0}{P}\right)^{R/C_p} \tag{2.8}$$

Avec $R$ la constante des gaz parfaits et $C_p$ la capacité calorifique à pression constante.

La conservation de la chaleur s'écrit alors :

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho C_p}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\lambda \frac{\partial \Theta}{\partial x_j}\right) + S_\Theta \tag{2.9}$$

Avec $\lambda$ la conductivité thermique moléculaire et $S_\Theta$ un terme source thermique, comme par exemple les divergences de flux radiatifs, les flux de chaleur sensible (échanges convectifs) ou les flux de chaleur latente (changements de phase).

## 2.2 Les écoulements turbulents

Comme présenté dans l'introduction (Chapitre 1) les écoulements atmosphériques sont fortement turbulents. Afin de déterminer les équations des écoulements moyens

tout en tenant compte de l'agitation turbulente, chaque variable, dans les équations de Navier-Stokes, est dissociée en une composante moyenne et une composante turbulente. Puis, les termes dus aux effets turbulents sont estimés par l'intermédiaire d'une fermeture turbulente.

### 2.2.1 La décomposition de Reynolds

La décomposition de Reynolds est généralement présentée pour introduire la notion de turbulence en décomposant une variable prise à l'instant $i$ en une somme comprenant un terme moyen $\overline{X}$ et un terme de fluctuation turbulente $X'$ qui, contrairement au premier, est de fréquence élevée et de plus forte amplitude :

$$X = \overline{X} + X' \tag{2.10}$$

### 2.2.2 Les moyennes de Reynolds

Les moyennes de Reynolds, à l'origine des modèles RANS, respectent quelques propriétés remarquables. Si $C$ est une constante, X et Y deux variables :

$$\overline{X+Y} = \overline{X} + \overline{Y} \tag{2.11}$$

$$\overline{XY} = \overline{X}\,\overline{Y} + \overline{X'Y'} \tag{2.12}$$

$$\overline{C} = C \tag{2.13}$$

$$\overline{C\overline{X}} = C\overline{X} \tag{2.14}$$

$$\overline{X'} = 0 \tag{2.15}$$

### 2.2.3 Les équations de Navier-Stokes pour les écoulements turbulents

Si l'on remplace, en tenant compte de la décomposition de Reynolds, $u_i$ par son équivalent $\overline{u_i} + u_i'$ dans un premier temps et si on moyenne l'ensemble des équations de Navier-Stokes dans un deuxième temps, on obtient les équations de Reynolds [Stull, 1988] :

$$\frac{\partial \overline{\rho}\,\overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\nu\left[\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k}\delta_{ij}\right] - g\delta_{i3} - \frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u_i'u_j'} \tag{2.17}$$

Avec :

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) \tag{2.18}$$

Le terme $\overline{u_i' u_j'}$ correspond au tenseur de Reynolds représentant la part turbulente de l'écoulement.

L'énergie cinétique turbulente moyenne $\overline{e}$ est définie par la relation :

$$\overline{e} = \frac{1}{2}\left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}\right) \tag{2.19}$$

### 2.2.4 La conservation de la chaleur

De même la substitution de $\Theta$ par $\overline{\Theta} + \Theta'$ amène à la relation de conservation de la chaleur suivante :

$$\frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} = \frac{1}{\overline{\rho} C_p}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\lambda \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} - \overline{\rho}\, C_p \overline{u_j' \Theta'}\right) + \overline{S_\Theta} \tag{2.20}$$

Ou $\overline{\rho}\, C_p \overline{u_j' \Theta'}$ est le flux de chaleur turbulent.

### 2.2.5 Les fermetures turbulentes

L'utilisation des moyennes de Reynolds fait apparaître des termes de flux turbulents du second ordre tels que $\overline{u_j' \Theta'}$ et $\overline{u_i' u_j'}$. La détermination de ces termes par des équations ferait intervenir des équations contenant des termes du troisième ordre et ainsi de suite, chaque terme d'ordre n induisant un terme d'ordre n+1. Ceci montre la nécessite de fermer l'équation et donc de paramétrer les termes de flux d'ordre 2. Ainsi, un des exemples de fermeture les plus souvent utilisés consiste à paramétrer les termes de flux par la méthode des gradients [Pope, 2000] :

Pour $\overline{u_i' u_j'}$ :

$$\overline{u_i' u_j'} = -\nu_t \left[\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial \overline{u}_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right] \tag{2.21}$$

$$= -2\nu_t \overline{S_{ij}} + \frac{2}{3}\nu_t \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k}\delta_{ij} \tag{2.22}$$

Cette égalité est fondée sur l'hypothèse de viscosité turbulente introduite par Boussinesq qui définit un rapport de proportionnalité entre le tenseur des contraintes de Reynolds $\overline{u_i' u_j'}$ et le tenseur des taux de déformation $\overline{S_{ij}}$. Il définit alors la notion de viscosité turbulente $\nu_t$ représentant le facteur de proportionnalité entre les deux tenseurs.

Et, de manière similaire, pour $\overline{u_j' \Theta'}$ :

$$\overline{u_j' \Theta'} = -\frac{\lambda_t}{C_p \overline{\rho}} \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} \tag{2.23}$$

Avec $\lambda_t$ la conductivité thermique turbulente.

La conservation de la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie s'exprime alors :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\overline{\rho}} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu + \nu_t) \left( 2\overline{S}_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \tag{2.24}$$

$$\frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} = \frac{1}{\overline{\rho} C_p} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\lambda + \lambda_t) \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} \right) + \overline{S_\Theta} \tag{2.25}$$

La somme de la viscosité dynamique $\nu$ et de la viscosité turbulente $\nu_t$ est appelée viscosité effective $\nu_{eff}$ :

$$\nu_{eff} = \nu + \nu_t \tag{2.26}$$

### 2.2.6 L'approximation de Boussinesq

L'approximation de Boussinesq consiste à modéliser la flottabilité en négligeant les fluctuations de $\rho$ dans les équations de Navier-Stokes hormis dans le terme de gravité sur la verticale [Stull, 1988] :

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} - \rho g \delta_{i3} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \tag{2.27}$$

Ainsi, en considérant que $\rho = \overline{\rho}$ excepté dans le terme de flottabilité où la masse volumique est décomposée en $\rho = \overline{\rho} + \rho'$, les équations de Navier-Stokes se réécrivent :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} - \frac{(\overline{\rho}+\rho')}{\overline{\rho}}g\delta_{i3} + \frac{\partial}{\partial x_j}\frac{\mu}{\overline{\rho}}\left(2\overline{S}_{ij} - \frac{2}{3}\frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k}\delta_{ij}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u_i' u_j'} \quad (2.28)$$

En se concentrant sur le terme de flottabilité, il apparaît que le rapport de masse volumique s'écrit :

$$\frac{\overline{\rho}+\rho'}{\overline{\rho}}g\delta_{i3} = (1+\frac{\rho'}{\overline{\rho}})g\delta_{i3} \quad (2.29)$$

Le terme $\rho'/\overline{\rho}$ lui ne peut pas être négligé et doit être pris en compte dans le calcul de la flottabilité. La variation de masse volumique avec l'altitude est donc ici, bien pris en considération.

Les rapports de masses volumiques peuvent être substitués par ceux des températures potentielles [Stull, 1988]. Pour cela, considérons l'équation d'état $P/R = \rho T$. Après décomposition de Reynolds cette relation s'écrit :

$$\frac{\overline{P}}{R} + \frac{P'}{R} = \overline{\rho}\,\overline{T} + \overline{\rho}\,T' + \rho'\,\overline{T} + \rho'\,T' \quad (2.30)$$

Et en moyennant, cette relation devient :

$$\frac{\overline{P}}{R} = \overline{\rho}\,\overline{T} + \overline{\rho'\,T'} \quad (2.31)$$

Le terme des fluctuations $\overline{\rho'\,T'}$ étant négligeable devant les autres termes moyens [Stull, 1988, Mahrt, 1986], l'équation moyennée devient alors :

$$\overline{P}/R = \overline{\rho}\,\overline{T} \quad (2.32)$$

En remplaçant $\overline{P}/R$ dans (2.30) :

$$\frac{P'}{R} = \overline{\rho}\,T' + \rho'\,\overline{T} + \rho'\,T' \quad (2.33)$$

Et on divise (2.33) par (2.32) :

$$\frac{P'}{\overline{P}} = \frac{\overline{\rho}\,T'}{\overline{\rho}\,\overline{T}} + \frac{\rho'\,\overline{T}}{\overline{\rho}\,\overline{T}} + \frac{\rho'\,T'}{\overline{\rho}\,\overline{T}} \quad (2.34)$$

De même le terme $(\rho'\ T')/(\overline{\rho}\ \overline{T})$ et $P'/\overline{P}$ peuvent être, à leur tour, négligés devant les autres termes de l'équation. On obtient alors une relation directe entre le rapport de masse volumique, de température et par conséquent, à l'aide de l'équation de Poisson $\overline{\Theta} + \Theta' = (\overline{T} + T')\left(\frac{P_0}{\overline{P}+P'}\right)^{r/C_p}$, de température potentielle :

$$\frac{\rho'}{\overline{\rho}} \backsimeq -\frac{T'}{\overline{T}} \backsimeq -\frac{\Theta'}{\overline{\Theta}} \tag{2.35}$$

Considérant cette dernière égalité, le terme de flottabilité dans les équations de Navier-Stokes s'écrit :

$$(1 + \frac{\rho'}{\overline{\rho}})g\delta_{i3} = (1 - \frac{\Theta'}{\overline{\Theta}})g\delta_{i3} \tag{2.36}$$

Les équations de Navier-Stokes (2.17), sous l'approximation de Boussinesq, deviennent alors :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} - (1 - \frac{\Theta'}{\overline{\Theta}})g\delta_{i3} + \frac{\partial}{\partial x_j}\nu\left(2\overline{S}_{ij} - \frac{2}{3}\frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k}\delta_{ij}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u_i'u_j'} \tag{2.37}$$

Si la masse volumique est constante $\overline{\rho} = \rho_0$ on a :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} - (1 - \frac{\Theta'}{\Theta_0})g\delta_{i3} + \frac{\partial}{\partial x_j}\nu\left(2\overline{S}_{ij} - \frac{2}{3}\frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k}\delta_{ij}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u_i'u_j'} \tag{2.38}$$

Avec $\Theta_0$ la température potentielle de référence qui est souvent assimilée à la température potentielle de surface.

Deux solutions sont alors possibles, la précédente avec $\overline{\rho} = \rho_0$ ou la suivante, considérant les variations de masse volumique :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} - (1 - \frac{\rho'}{\overline{\rho}})g\delta_{i3} + \frac{\partial}{\partial x_j}\nu\left(2\overline{S}_{ij} - \frac{2}{3}\frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k}\delta_{ij}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u_i'u_j'} \tag{2.39}$$

## 2.3 Les spécificités liées à la modélisation de la couche limite atmosphérique

La couche limite atmosphérique représente la partie basse de la troposphère, lieu de l'interaction entre le sol et l'atmosphère. Dans la couche limite atmosphérique siège une

turbulence d'origine thermique et dynamique liée aux échanges avec la surface terrestre. Sa hauteur est fortement variable avec le temps et la situation géographique et peut aller de 100m à 2000m environ. En ciel clair, l'évolution de la couche limite, régie par des processus physiques évoluant au cours du cycle diurne, comprend deux grandes phases : la période de jour, convective, et celle de nuit, stable (Fig. 2.1 (a)).

### 2.3.1 Évolution de la couche limite au cours d'un cycle diurne

La couche limite convective (Fig. 2.1 (b)) est caractérisée par une température au sol plus importante que celle de l'air se trouvant au-dessus. Lorsque le soleil se lève, le sol commence à se réchauffer sous l'action du rayonnement. Ce réchauffement provoque une instabilité thermique responsable du mélange atmosphérique : les couches d'air, proches de la surface, chauffées par le sol, deviennent plus chaudes que celles situées au-dessus et il en résulte un gradient de température potentielle négatif. L'air chaud étant plus léger que l'air froid, la couche devient instable et provoque une force de flottabilité positive. Au-dessus de cette petite zone instable se trouve la couche de mélange où le gradient de température potentielle est quasi nul. Le nom de cette couche provient de l'action mêlée du cisaillement du vent et des forces de flottabilité d'origine thermique qui effectuent un important brassage des écoulements. Les forces de flottabilité sont ici dominantes et génèrent l'essentiel de la turbulence. Au sommet de la couche convective est observée une courbure brutale du gradient de température potentielle qui devient positif. Il en résulte une inversion du signe de la force de flottabilité et donc le blocage des masses d'air ascendantes. Cette inversion de température potentielle est souvent considérée comme étant la marque du sommet de la couche limite en journée. Au-delà de la couche de mélange se trouve l'atmosphère libre dont la structure thermique est en moyenne plutôt stable et où, par conséquent, les masses d'air froid se trouvent au-dessous des masses d'air chaud.

La couche limite stable (Fig. 2.1 (b)) est caractérisée par une température au sol inférieure à celle de l'air se trouvant au-dessus. Ici, le sol refroidit l'air près de la surface. Le transfert de chaleur s'effectue donc de la couche stable vers le sol. Il en résulte un gradient de température potentielle positif : les masses d'air froid se trouvent alors au-dessous des masses d'air chaud. La couche stable se crée la plupart du temps la nuit, lorsque le sol et les couches atmosphériques se refroidissent sous l'effet du rayonnement thermique. La turbulence dans ce type de couche limite stable est majoritairement pro-

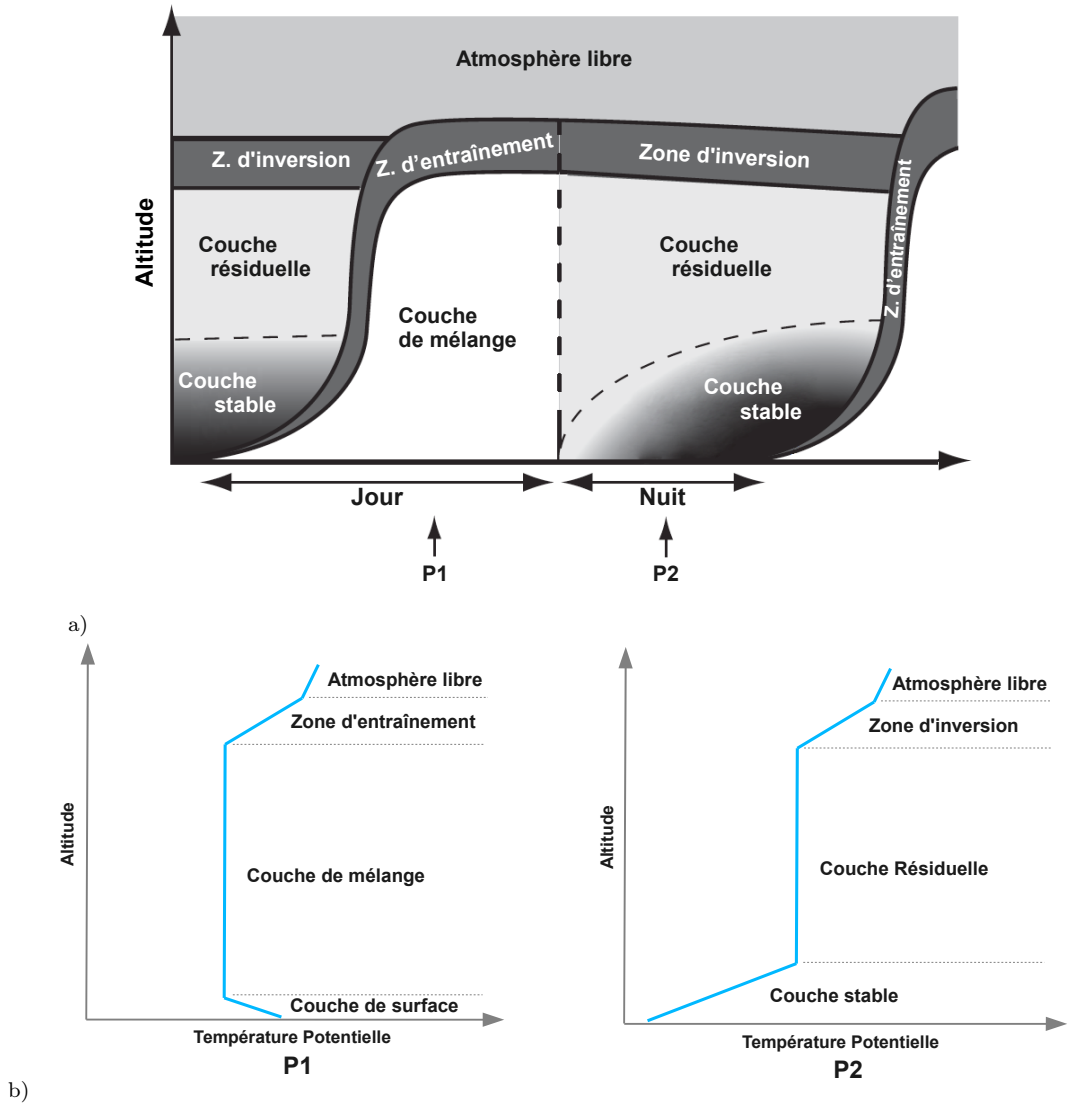



FIGURE 2.1 – *(a) L'évolution de la couche limite atmosphérique au cours du temps et (b) schématisation des profils moyens types de la température potentielle pour la couche limite convective de jour (P1) et celle stable de nuit (P2), inspiré de [Stull, 2010].*

duite par le cisaillement du vent et détruite par les forces de flottabilité et les effets de la viscosité. Il existe alors une compétition entre ces termes qui détermine l'intensité de la turbulence. Plus en altitude on retrouve la couche résiduelle qui se trouve être les « vestiges » de l'épisode convectif de la journée précédente. Il est donc observé, au-delà de la couche limite stable, une structure similaire à la couche limite convective avec un

gradient nul de la température potentielle et avec une inversion du gradient au sommet. L'atmosphère stable est l'état le moins bien connu et le plus complexe, notamment en raison de la nature intermittente de la turbulence et de ses petites échelles intégrales.

## 2.4 Paramétrisation de la couche limite atmosphérique

### 2.4.1 La couche limite de surface

La couche limite de surface représente environ les 10% de la couche limite atmosphérique les plus proches du sol. On fait l'hypothèse que cette fine couche est caractérisée par une direction de vent constante, due au fait que l'action de la force de Coriolis est négligeable par rapport aux forces de frottements. De plus on considère que les flux turbulents de quantité de mouvement et de chaleur y sont constants. Notons cependant que ce concept de couche à flux constants reste un concept théorique car il implique des hypothèses de stationnarité (pas d'évolution temporelle) et d'homogénéité horizontale rarement vérifiées dans la réalité dans la couche limite de surface. La vitesse de frottement $u_*$ et le flux de chaleur au sol $Q_0$ y sont donc généralement considérés comme étant constants.

$$u_*{}^2 = -\overline{u'w'}_s \tag{2.40}$$

$$Q_0 = \overline{w'\Theta'}_s \tag{2.41}$$

### 2.4.2 La théorie de similitude

La théorie de similitude a pour but la paramétrisation des profils de vent et de température dans la couche de surface. Cette théorie est basée sur une méthode d'analyse dimensionnelle : le théorème "$\pi$" de Vaschy-Buckingham [Stull, 1988]. Il permet d'associer différentes variables sous forme de nombres adimensionnés "$\pi_i$" caractéristiques du domaine étudié. Ainsi pour une relation dépendant de $n$ variables pour un total de $n_k$ dimension physique (longueur [L], temps [T], température [K]...) il peut être alors défini $(n - n_k)$ nombres "$\pi_i$".

#### 2.4.2.1 Cas neutre

Dans le cas d'une couche de surface neutre la relation (2.40) admet quatre paramètres incluant deux grandeurs physiques ([L] et [T]). Le théorème "$\pi$" défini alors deux nombres adimensionnés :

$$\pi_1 = \frac{z u_*}{\nu} \tag{2.4.42}$$

$$\pi_2 = \frac{z}{u_*}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \tag{2.4.43}$$

$$\tag{2.4.44}$$

#### 2.4.2.2 Cas stratifié : la théorie de similitude de Monin-Obukhov

La théorie de similitude de Monin-Obukhov [Monin and Obukhov, 1954] introduit un paramètre adimensionné supplémentaire $\pi_3$ afin de prendre en compte de la stabilité dans l'atmosphère stratifiée :

$$\pi_3 = \frac{z}{L_{mo}} \tag{2.4.45}$$

Il fait intervenir une échelle de longueur caractéristique $L_{mo}$ nommée longueur de Monin-Obukhov définissant une longueur caractéristique du rapport des effets de flottabilité sur les effets de cisaillement du vent :

$$L_{mo} = -\frac{{u_*}^3}{\kappa\beta Q_0} = \frac{{u_*}^2}{\kappa\beta\Theta_*} \tag{2.4.46}$$

Avec $\Theta_* = -Q_0/u_*$ l'échelle caractéristique de température, $\beta = g/\overline{\Theta}$ le coefficient de flottabilité et la constante de von Kármán $\kappa = 0.4$.

Il est courant de définir la stabilité de l'atmosphère par rapport à $\zeta = z/L_{mo}$ de la manière suivante :

- Atmosphère stable : $\zeta > 0$
- Atmosphère neutre : $\zeta = 0$ ($L_{mo} \to \infty$, $\zeta \to 0$)
- Atmosphère instable : $\zeta < 0$

La théorie de Monin-Obukhov pour les profils de vent et de température s'énonce :

$$\frac{\kappa z}{u_*}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} = \phi_m(\zeta) \tag{2.4.47}$$

$$\frac{\kappa z}{\Theta_*}\frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial z} = \phi_h(\zeta) \tag{2.4.48}$$

Les termes $\phi_m(\zeta)$ et $\phi_h(\zeta)$ sont appelés les fonctions de Monin-Obukhov. Différentes méthodes permettent d'exprimer ces fonctions à l'aide de formules semi-empiriques. Les deux relations les plus utilisées sont issues des travaux de [Dyer, 1974] et [Businger et al., 1971]. Elles s'appliquent pour des valeurs de $\zeta$ moyennes respectivement comprises dans les intervalles : $-5 < \zeta < 0$ et $0 \leqslant \zeta < 1$.

$$\phi_m(\zeta) = \phi_h(\zeta) = 1 + 5\zeta \quad \text{pour } 0 \leqslant \zeta < 1 \tag{2.4.49}$$

$$\phi_m(\zeta)^2 = \phi_h(\zeta) = (1 - 16\zeta)^{-1/2} \quad \text{pour } -5 < \zeta < 0 \tag{2.4.50}$$

[Garratt, 1992] propose d'étendre l'utilisation des fonctions de Monin-Obukhov, ci-dessus, à un domaine de stabilité plus large :

$$\phi_m(\zeta) = \phi_h(\zeta) = 1 + 5\zeta \quad \text{pour } \zeta > 0 \tag{2.4.51}$$

$$\phi_m(\zeta)^2 = \phi_h(\zeta) = (1 - 16\zeta)^{-1/2} \quad \text{pour } \zeta < 0 \tag{2.4.52}$$

En admettant que $\overline{u}_s$ et $\overline{\Theta}_s$ soient respectivement la vitesse et la température potentielle de surface, l'intégration des deux précédentes équations (2.4.47) et (2.4.48) permet d'écrire les relations suivantes :

$$\frac{\kappa\,(\overline{u}(z) - \overline{u}_s)}{u_*} = \int_{z_0/L}^{z/L} \phi_m(\zeta)\frac{d\zeta}{\zeta} \tag{2.4.53}$$

$$\frac{\kappa\,(\overline{\Theta}(z) - \overline{\Theta}_s)}{\Theta_*} = \int_{z_0/L}^{z/L} \phi_h(\zeta)\frac{d\zeta}{\zeta} \tag{2.4.54}$$

En posant les égalités suivantes :

$$\psi_m(\zeta) = \int_{z_0}^{z/l} [1 - \phi_m(\zeta)]\frac{d\zeta}{\zeta} \tag{2.4.55}$$

$$\psi_h(\zeta) = \int_{z_{0_T}}^{z/l} [1 - \phi_h(\zeta)]\frac{d\zeta}{\zeta} \tag{2.4.56}$$

On obtient dans les cas turbulents ($\zeta < 0$), en fonction de l'indice de stabilité $\zeta$ :

$$\psi_m(\zeta) = 2ln(\frac{1+\phi_m^{-1}}{2}) + ln(\frac{1+\phi_m^{-2}}{2}) - 2arctan(\phi_m^{-1}) + \frac{\pi}{2} \tag{2.4.57}$$

$$\psi_h(\zeta) = 2ln(\frac{1+\phi_h^{-1}}{2}) \tag{2.4.58}$$

Ou bien dans les cas stables ($\zeta > 0$) :

$$\psi_m(\zeta) = \psi_h(\zeta) = -5\zeta \tag{2.4.59}$$

On peut déduire alors deux relations reliant respectivement $\overline{u}(z)$ à $\psi_m$ et $\overline{\Theta}(z)$ à $\psi_h$ :

$$\overline{u}(z) - \overline{u}_s = \frac{u_*}{\kappa}[ln(\frac{z}{z_0}) - \psi_m(\zeta) + \psi_m(\zeta_0)] \tag{2.4.60}$$

$$\overline{\Theta}(z) - \overline{\Theta}_s = \frac{\Theta_*}{\kappa}[ln(\frac{z}{z_0}) - \psi_h(\zeta) + \psi_h(\zeta_0)] \tag{2.4.61}$$

En admettant que la vitesse soit nulle au sol, la vitesse de frottement $u_*$ et l'échelle caractéristique de température peuvent donc s'exprimer par :

$$u_* = \frac{\kappa\,\overline{u}(z)}{[ln(\frac{z}{z_0}) - \psi_m(\zeta) + \psi_m(\zeta_0)]} \tag{2.4.62}$$

$$\Theta_* = \frac{\kappa\,\Delta\overline{\Theta}}{[ln(\frac{z}{z_0}) - \psi_h(\zeta) + \psi_h(\zeta_0)]} \tag{2.4.63}$$

$$\text{Où } \Delta\overline{\Theta} = \overline{\Theta}(z) - \overline{\Theta}_s$$

De plus récents travaux [Cheng and Brutsaert, 2005] ont permis de mettre à jour une formulation différente des équations $\phi_{m/h}$ et $\psi_{m/h}$ en conditions stables. Cette étude a été réalisée sur l'expérience CASES-99 qui s'est déroulée au Kansas en octobre 1999 :

$$\phi_m(\zeta) = 1 + a\,(\frac{\zeta + \zeta^b(1+\zeta^b)^{\frac{1-b}{b}}}{\zeta + (1+\zeta^b)^{\frac{1}{b}}}) \tag{2.4.64}$$

$$\phi_h(\zeta) = 1 + c\,(\frac{\zeta + \zeta^d(1+\zeta^d)^{\frac{1-d}{d}}}{\zeta + (1+\zeta^d)^{\frac{1}{d}}}) \tag{2.4.65}$$

$$\psi_m(\zeta) = -a\,ln(\zeta + (1+\zeta^b)^{\frac{1}{b}}) \tag{2.4.66}$$

$$\psi_h(\zeta) = -c\,ln(\zeta + (1+\zeta^d)^{\frac{1}{d}}) \tag{2.4.67}$$

Avec $a = 6.1$, $b = 2.5$, $c = 5.3$ et $d = 1.1$.

En pratique, la paramétrisation de Monin-Obukhov est mise en œuvre par une méthode itérative [Musson-Genon et al., 2007]. En effet ne connaissant pas les flux au sol, la longueur de Monin-Obukhov peut, après intégration de $\phi_m$ et $\phi_h$, s'exprimer de la manière suivante :

$$L_{mo} = \frac{(\Delta\overline{u})^2\ \psi_h}{(g/\overline{\Theta})\ \Delta\overline{\Theta}\ {\psi_m}^2} \tag{2.4.68}$$

Le calcul de $L_{mo}$ nécessite d'évaluer les fonctions $\psi_m$ et $\psi_h$ qui dépendent elles-même de la longueur de Monin-Obukhov. Dans les cas convectifs, ce processus itératif reste rapide mais dans les cas stables, il peut demander du temps afin de converger vers une solution pour $L_{mo}$.

#### 2.4.2.3 Cas stratifié : la paramétrisation de Louis

Les relations de Louis permettent, tout comme la théorie de similitude de Monin-Obukhov, de paramétriser la couche limite atmosphérique [Louis, 1979] [Louis et al., 1982]. Cette méthode analytique, bien qu'elle ne fasse qu'approximer les flux, ne nécessite aucun moyen itératif. Elle apparait donc plus rapide dans de nombreux cas et notamment dans les situations stables.

Le nombre de Richardson $R_i$ permet de définir l'état turbulent ou laminaire d'un fluide. Cet indice est basé sur une approximation du rapport entre les forces de flottabilité et les forces de cisaillement. La flottabilité a tendance à diminuer la turbulence alors que le cisaillement a, au contraire, tendance à l'augmenter :

$$R_i = \frac{g}{\overline{\Theta}} \frac{\Delta\overline{\Theta}\ \Delta z}{(\Delta\overline{u})^2} \tag{2.4.69}$$

Le nombre de Richardson critique $R_{ic}$ est la valeur seuil, évaluée expérimentalement, au-delà de laquelle on passe d'un état instable à un état stable. $R_{ic}$ est théoriquement pris égal à 0.25 mais peut varier selon la littérature entre 0 et 1. Louis a alors déterminé deux fonctions $F_m$ et $F_h$ dépendantes du nombre de Richardson, permettant de recalculer les flux de surface.

Ainsi pour les cas stables ($R_i > R_{ic}$) :

$$F_m = \frac{1}{1 + \frac{2bR_i}{\sqrt{1+dR_i}}} \tag{2.4.70}$$

$$F_h = \frac{1}{1 + 3bR_i\sqrt{1 + dR_i}} \tag{2.4.71}$$

Pour les cas convectifs ($R_i < R_{ic}$) :

$$F_m = 1 - \frac{2bR_i}{1 + 3bC_*\sqrt{|R_i|}} \tag{2.4.72}$$

$$F_h = 1 - \frac{3bR_i}{1 + 3bC_*\sqrt{|R_i|}} \tag{2.4.73}$$

Le terme $C_*$ s'exprime par la relation suivante :

$$C_* = c\ \ C_n\ \ (1 - (z_{0_h}/z))^{1/2}\ \ ((z/z_{0_h})^{1/3} - 1)^{3/2} \tag{2.4.74}$$

Où $C_n$ est défini par :

$$C_n = \frac{\kappa^2}{ln(z/z_{0_m})\ ln(z/z_{0_h})} \tag{2.4.75}$$

Les valeurs sont, typiquement, $b = 5$, $c = 5$ et $d = 5$. Les travaux de [Musson-Genon et al., 2007] amènent à de nouvelles valeurs $b = 15$, $c = 4$ et $d = 5$ plus adaptées à une paramétrisation locale de la couche de surface.

Les gradients de vitesse et de température potentielle sont alors déduits des fonctions $F_m$, $F_h$ et $C_n$ :

$$\overline{u}(z) - \overline{u}_s = \frac{u_*}{\sqrt{C_n F_m}} \tag{2.4.76}$$

$$\overline{\Theta}(z) - \overline{\Theta}_s = \frac{\Theta_*}{\sqrt{C_n}} \frac{\sqrt{F_m}}{F_h} \tag{2.4.77}$$

On obtient des équations précédentes, les valeurs de $u_*$ et $\Theta_*$ :

$$u_* = \Delta\overline{u}\ \sqrt{C_n F_m} \tag{2.4.78}$$

$$\Theta_* = \Delta\overline{\Theta}\ \sqrt{C_n} \frac{F_h}{\sqrt{F_m}} \tag{2.4.79}$$

L'apport de ces deux paramétrisations est, dans la suite de ce travail, discuté plus en détail. La paramétrisation de Monin-Obukhov a été implémentée afin de la comparer à la méthode de Louis, choisie par défaut dans le module atmosphérique de Code_Saturne. Un calcul précis des flux près du sol se révèle essentiel dans la dynamique de la couche limite atmosphérique. Il détermine le comportement stable ou instable de l'atmosphère et permet d'expliquer, pour une part, les évolutions du vent et de la température dans les premiers mètres de la troposphère.

# Chapitre 3

# Large-Eddy Simulation (LES)

La Simulation des Grandes Echelles / Large-Eddy Simulation (SGE / LES) consiste à résoudre explicitement les grandes échelles turbulentes et à filtrer spatialement les petites échelles afin de les paramétriser. Les grandes échelles, lieu de l'essentiel de la production de l'énergie turbulente, sont alors résolues par le code et les petites échelles, lieu de l'essentiel de la dissipation de l'énergie turbulente, sont modélisées.

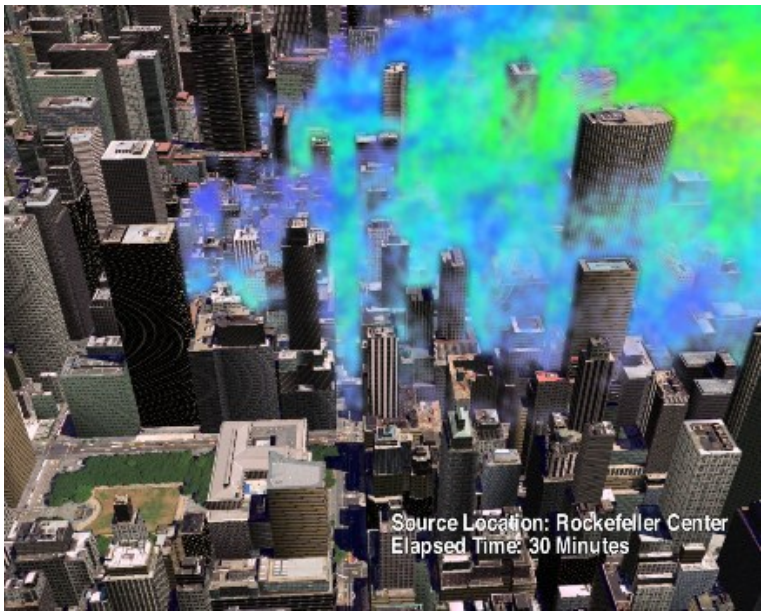



FIGURE 3.1 – *Large-Eddy Simulation (LES) utilisant le modèle FAST3D-CT montrant la dispersion de polluants près du Rockefeller Center à New York [Pullen et al., 2005].*

D'autres types de modélisation de la turbulence existent. Les méthodes RANS (Rey-

nolds Averaged Navier-Stokes), les plus communes, ont pour principe de moyenner statistiquement les équations de Navier-Stokes et de résoudre ces équations une fois moyennées. Les échelles turbulentes et le spectre d'énergie sont alors modélisés en intégralité à défaut d'être simulés. Cependant elles nécessitent un temps de calcul plus faible et peuvent, en termes de précision, se révéler suffisantes pour beaucoup d'études. Les méthodes RANS nécessitent alors un modèle de fermeture turbulente. Il en existe plusieurs dont : $e-\omega$ [Wilcox, 1988, Menter, 1994], $R_{ij}-\epsilon$ [Launder et al., 1975, Speziale et al., 1991], les plus utilisés en physique atmosphérique restant $e-\epsilon$ [Jones and Launder, 1972, Launder and Sharma, 1974] qui demande la modélisation de deux autres équations, celle de $e$ et $\epsilon$ respectivement l'énergie cinétique turbulente et la dissipation et les modèles $e-l_\epsilon$ [Musson-Genon, 1995] où $\epsilon$ peut être relié diagnostiquement à $e$ par le biais d'une longueur de mélange $l_\epsilon$ et d'une constante $c_\epsilon$, $\epsilon = c_\epsilon \frac{e^{3/2}}{l_\epsilon}$.

La DNS (Direct Numerical Simultaion) résout explicitement tout le spectre d'énergie et toutes les structures turbulentes. Elle constitue la méthode la plus précise mais requiert un temps de calcul important, un maillage de résolution très fine et ne peut pas être appliquée aux échelles atmosphériques.

La LES peut être située à mi chemin entre RANS et DNS résolvant explicitement qu'une partie du spectre d'énergie correspondant aux grandes structures turbulentes et paramétrisant les petites. La LES qui reste plus précise que les méthodes RANS, permet d'accéder directement aux champs instantanés et aux flux turbulents résolus, admettant la réalisation de simulations de la couche limite atmosphérique dans un temps satisfaisant. En effet, les simulations DNS très haut Reynolds ($Re \backsimeq 10^9$) sur de grands domaines nécessiterait un nombre de maille de $Re^{9/4}$, ce qui reste encore de nos jours qu'utopiques (Fig. 3.2).

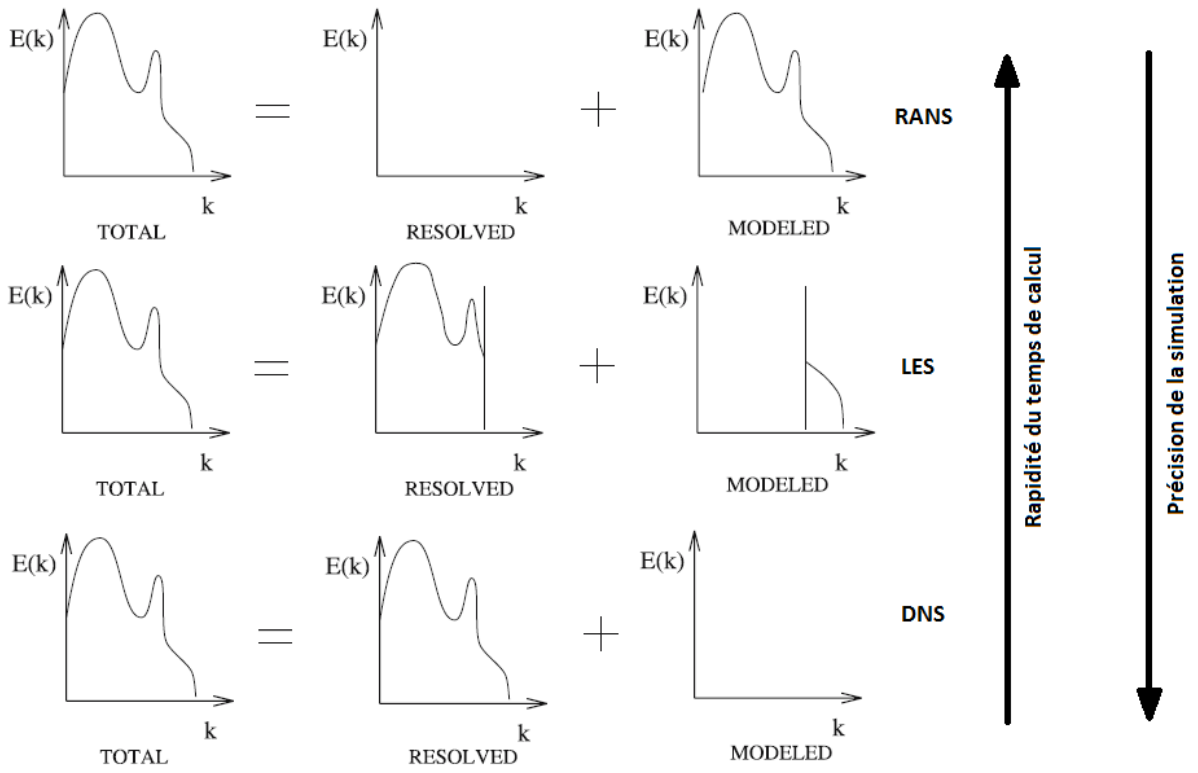



FIGURE 3.2 – *Schématisation de la partie explicitement résolue et de la partie modélisée du spectre de l'énergie pour différent types de simulations : RANS, LES et DNS. De plus, est ajouté, pour chaque méthode, le rapport entre précision et temps de calcul [Sagaut, 2005].*

## 3.1 Les relations fondamentales de la LES

Dans l'espace spectral, en LES, le filtrage du spectre de l'énergie permet de séparer les grands nombres d'onde d'énergie faible, des petits d'énergie plus importante, à l'aide d'un filtre passe-bas de coupure caractéristique $kc$. Par ce moyen on discrimine les grandes structures, où se passe l'essentiel de la production d'énergie, des petites structures, où l'énergie est dissipée. Généralement la coupure du filtre intervient dans la zone inertielle du spectre d'énergie, de pente $E(k) = \varsigma\, \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$ selon la théorie de Kolmogorov (Fig. 3.3).

Dans l'espace physique, de manière similaire, le filtrage spatial permet de séparer les structures spatialement plus grandes que la longueur de coupure caractéristique du filtre $\overline{\Delta}$, des structures plus petites. Le filtrage peut s'exprimer à l'aide d'un produit de

convolution auquel on associe un filtre passe-bas $G_{\overline{\Delta}}$ [Sagaut, 2005] :

$$\overline{u_i}(x,t) = \int u_i(x')G_{\overline{\Delta}}(x-x',t)dx' \tag{3.1.1}$$

$$\overline{u_i} = [u_i \star G_{\overline{\Delta}}] \tag{3.1.2}$$

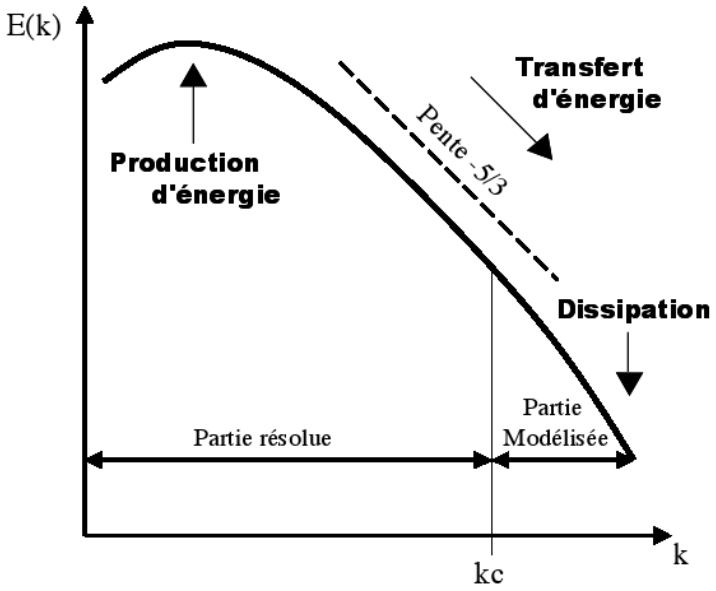



FIGURE 3.3 – *Le spectre de l'énergie en fonction du nombre d'onde E(k). Schématisation de la pente en $k^{-5/3}$ de la zone inertielle du spectre d'énergie. kc représente l'échelle de coupure du filtre spectral. En LES la partie en amont de kc est résolue explicitement, celle en aval est paramétrisée par un modèle sous-maille.*

$\overline{u_i}$ représente alors la partie explicitement résolue. Par déduction, la partie sous maille peut être décrite comme [Sagaut, 2005] :

$$u_i'(x,t) = u_i(x,t) - \overline{u_i}(x,t) \tag{3.1.3}$$

$$u_i'(x,t) = u_i(x,t) - \int u_i(x')G_{\overline{\Delta}}(x-x',t)dx' \tag{3.1.4}$$

$$u_i' = [1 - G_{\overline{\Delta}}] \star u_i \tag{3.1.5}$$

Dans Code_Saturne le filtrage réalisé est dit implicite car la taille des mailles fait office de filtre passe-bas permettant de différencier les petites des grandes échelles. Ainsi

les échelles plus petites que la taille de la maille sont paramétrisées alors que celles plus grandes sont résolues explicitement par le code (Fig. 3.4). La longueur de coupure du filtre implicite $\overline{\Delta}$ est donc typiquement reliée, dans un espace discrétisé, à la taille de maille par la relation suivante :

$$\overline{\Delta} = (\overline{\Delta}_x \, \overline{\Delta}_y \, \overline{\Delta}_z)^{1/3} \qquad V = \overline{\Delta}^3 \tag{3.1.6}$$

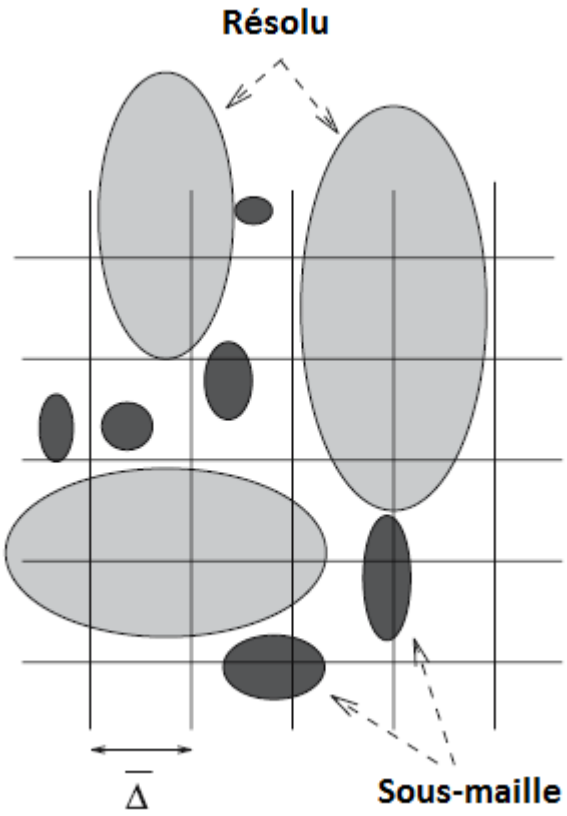



FIGURE 3.4 – *Exemple du filtrage implicite des structures turbulentes dans l'espace physique. La longueur de coupure du filtre $\overline{\Delta}$ permet de discriminer les grandes structures explicitement résolues des petites structures modélisées par un modèle sous-maille [Sagaut, 2005].*

$\overline{\Delta_x}$, $\overline{\Delta_y}$ et $\overline{\Delta_z}$ sont respectivement les dimensions d'une maille selon x, y et z dans un espace cartésien. Pour des mailles non hexaédriques, le produit $(\overline{\Delta}_x \, \overline{\Delta}_y \, \overline{\Delta}_z)$ est substitué par le volume $V$ de la maille étudiée.

Appliquons ce filtrage spatial aux équations de Navier-Stokes (2.3), dans le cas d'écoulements incompressibles. Après l'étape de décomposition en un terme résolu $\overline{\phi}$

et sous-maille $\phi'$, pour toute variable $\phi$, les équations s'écrivent :

$$\frac{\partial(\overline{u_i}+u_i')}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}((\overline{u_i}+u_i')(\overline{u_j}+u_j'))=-\frac{1}{(\overline{\rho}+\rho')}\frac{\partial(\overline{P}+P')}{\partial x_i}+\nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial(\overline{u_i}+u_i')}{\partial x_j}+\frac{\partial(\overline{u_j}+u_j')}{\partial x_i}\right) \tag{3.1.7}$$

$$\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{((\overline{u_i}+u_i')(\overline{u_j}+u_j'))}=-\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial\overline{P}}{\partial x_i}+\nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_j}+\frac{\partial\overline{u_j}}{\partial x_i}\right) \tag{3.1.8}$$

En se focalisant sur le terme d'advection, développons le terme d'advection après décomposition :

$$u_iu_j=(\overline{u_i}+u_i')(\overline{u_j}+u_j') \tag{3.1.9}$$
$$=\overline{u_i}\,\overline{u_j}+\overline{u_i}u_j'+\overline{u_j}u_i'+u_i'u_j' \tag{3.1.10}$$

Maintenant filtrons ce terme :

$$\overline{u_iu_j}=\overline{(\overline{u_i}+u_i')(\overline{u_j}+u_j')} \tag{3.1.11}$$
$$=\overline{\overline{u_i}\,\overline{u_j}}+\overline{\overline{u_i}u_j'}+\overline{\overline{u_j}u_i'}+\overline{u_i'u_j'} \tag{3.1.12}$$

Selon la manière dont on considère le terme d'advection et le tenseur des contraintes sous-maille, on peut écrire les équations de Navier-Stokes ainsi filtrées de deux façons distinctes [Sagaut, 2005] :

i) Ici le terme d'advection résolu est considéré comme étant le résultat du double filtrage $\overline{\overline{u_i}\,\overline{u_j}}$. Le terme sous-maille $\tau_{ij}$ comprend alors le tenseur des contraintes croisées $C_{ij}$ et le tenseur de Reynolds sous-maille $R_{ij}$ :

$$\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{\overline{u_i}\,\overline{u_j}}=-\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial\overline{P}}{\partial x_i}+\nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_j}+\frac{\partial\overline{u_j}}{\partial x_i}\right)-\frac{\partial}{\partial x_j}\underbrace{\left(\overline{\overline{u_i}u_j'}+\overline{\overline{u_j}u_i'}+\overline{u_i'u_j'}\right)}_{\tau_{ij}} \tag{3.1.13}$$

$$\tau_{ij}=\overline{u_iu_j}-\overline{\overline{u_i}\,\overline{u_j}} \tag{3.1.14}$$
$$=\underbrace{\overline{\overline{u_i}u_j'}+\overline{\overline{u_j}u_i'}}_{C_{ij}}+\underbrace{\overline{u_i'u_j'}}_{R_{ij}} \tag{3.1.15}$$

ii) Le deuxième procédé consiste, comme dans Code_Saturne, à ne garder dans le membre de droite que le terme $\overline{u_i}\,\overline{u_j}$. Pour cela, nous introduisons le tenseur de Léonard $L_{ij}$ :

$$\overline{\overline{u_i}\,\overline{u_j}} = \underbrace{\left(\overline{\overline{u_i}\,\overline{u_j}} - \overline{u_i}\,\overline{u_j}\right)}_{L_{ij}} + \overline{u_i}\,\overline{u_j} \tag{3.1.16}$$

Ainsi, le tenseur sous-maille $\tau_{ij}$ comprend les tenseurs : $R_{ij}$ qui permet de tenir compte des interactions entre les petites échelles, $L_{ij}$ qui retranscrit les interactions entre les grandes échelles et enfin $C_{ij}$ qui relie les deux et exprime les interactions entre les petites et les grandes échelles :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u_i}\,\overline{u_j} = -\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j}\underbrace{\left(\overline{\overline{u_i}u_j{}'} + \overline{\overline{u_j}u_i{}'} + \overline{u_i{}'u_j{}'} + \left(\overline{\overline{u_i}\,\overline{u_j}} - \overline{u_i}\,\overline{u_j}\right)\right)}_{\tau_{ij}} \tag{3.1.17}$$

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i}\,\overline{u_j} \tag{3.1.18}$$

$$= \underbrace{\overline{\overline{u_i}u_j{}'} + \overline{\overline{u_j}u_i{}'}}_{C_{ij}} + \underbrace{\overline{u_i{}'u_j{}'}}_{R_{ij}} + \underbrace{\left(\overline{\overline{u_i}\,\overline{u_j}} - \overline{u_i}\,\overline{u_j}\right)}_{L_{ij}} \tag{3.1.19}$$

Où $C_{ij}$ représente le tenseur des contraintes croisées, $R_{ij}$ le tenseur de Reynolds sous-maille et $L_{ij}$ le tenseur de Léonard :

$$C_{ij} = \overline{\overline{u_i}u_j'} + \overline{\overline{u_j}u_i'} \tag{3.1.20}$$

$$R_{ij} = \overline{u_i'u_j'} \tag{3.1.21}$$

$$L_{ij} = \overline{\overline{u_i}\,\overline{u_j}} - \overline{u_i}\,\overline{u_j} \tag{3.1.22}$$

En tenant compte de l'approximation de Boussinesq, les équations filtrées (3.1.17), considérant une masse volumique constante $\rho_0$, peuvent être réécrites :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u_i}\,\overline{u_j} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \left(\frac{\overline{\Theta} - <\overline{\Theta}>}{\Theta_0}\right) g\delta_{i3} + \nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ij} \tag{3.1.23}$$

Le terme de flottabilité est estimé à l'aide de $\overline{\Theta} - <\overline{\Theta}>$ où $<>$ correspond à la moyenne sur le plan horizontale. L'approximation de Boussinesq rend ainsi compte des

fluctuations de température potentielle par rapport à une couche horizontale de température potentielle moyenne $< \overline{\Theta} >$ déterminée à une altitude donnée.

Dans le cas d'une masse volumique variable, le terme de flottabilité s'exprime par l'intermédiaire de $\overline{\rho} - < \overline{\rho} >$ et les équations de Navier-Stokes deviennent alors :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u_i}\,\overline{u_j} = -\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} - \left(\frac{\overline{\rho} - < \overline{\rho} >}{\overline{\rho}}\right) g\delta_{i3} + \nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ij} \quad (3.1.24)$$

La LES consiste donc à paramétriser le terme sous-maille $\tau_{ij}$ afin de fermer les relations de Navier-Stokes filtrées.

De même pour la température potentielle, l'équation de conservation ainsi filtrée s'exprime :

$$\frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{\Theta j} \quad (3.1.25)$$

Avec le tenseur sous-maille :

$$\tau_{\Theta j} = \overline{\Theta u_j} - \overline{\Theta}\,\overline{u_j} \quad (3.1.26)$$

## 3.2 Les modèles sous-maille en LES

Cette section est dédiée à l'étude de différents modèles sous-maille ou "Sub-Grid Scale (SGS) models" en anglais. Plusieurs modèles sous-maille sont détaillés afin de mieux en comprendre la physique. Ils sont classés en deux catégories les modèles non-dynamiques de paramètres constants et les modèles dynamiques de paramètres variables s'ajustant localement à la physique du cas étudié.

### 3.2.1 Les modèles non-dynamiques

#### 3.2.1.1 Le modèle de Smagorinsky (1963)

Le modèle de Smagorinsky, historiquement le premier, consiste à exprimer le tenseur de contrainte sous-maille (3.1.18) à l'aide de la relation suivante [Smagorinsky, 1963]

[Lilly, 1966] :

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i}\,\overline{u_j} \tag{3.2.1}$$

$$= -\nu_t \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \tag{3.2.2}$$

$$= -2\nu_t \overline{S_{ij}} \tag{3.2.3}$$

Où la viscosité turbulente sous maille est exprimée sous la forme :

$$\nu_t = (C_s \overline{\Delta})^2 \, \overline{S} \tag{3.2.4}$$

$$= (C_s (\overline{\Delta}_x \, \overline{\Delta}_y \, \overline{\Delta}_z)^{\frac{1}{3}})^2 \, |\overline{S}| \tag{3.2.5}$$

$$= (C_s (\overline{\Delta}_x \, \overline{\Delta}_y \, \overline{\Delta}_z)^{\frac{1}{3}})^2 \, \sqrt{2\,\overline{S_{ij}}^2} \tag{3.2.6}$$

$C_s$ est appelé constante de Smagorinsky. Sa valeur peut varier selon les études réalisées ($\approx 0.65 - 0.23$). Théoriquement la valeur de la constante de Smagorinsky se déduit de l'hypothèse d'équilibre local entre la dissipation et le transfert d'énergie au niveau de la coupure, dans le cas d'une turbulence homogène isotrope. Cette valeur théorique est proche de 0.18.

De plus le nombre de Prandtl turbulent $Pr_t$ est défini par la relation [Lilly, 1992] [Moin et al., 1991] :

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\nu_\Theta} \tag{3.2.7}$$

Le tenseur sous-maille lié à l'équation de température s'exprime par la relation :

$$\tau_{\Theta j} = -\nu_\Theta \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} \tag{3.2.8}$$

$$= \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} \tag{3.2.9}$$

Nous allons mettre en évidence quelques-uns des défauts, connus, de ce modèle sous-maille. Premièrement, le fait que $C_s$ soit une constante pose problème. Cette valeur fixe peut induire des effets dissipatifs non physiques trop ou trop peu importants selon la turbulence ou la géométrie du cas étudié.

Deuxièmement la viscosité turbulente doit s'annuler près de la surface, or tant qu'un gradient de vitesse existe, $\nu_t$ admet une valeur non nulle. On a alors souvent recours à

des fonctions d'amortissement du type Van-Driest ($F_{vd}$) qui ont pour rôle de relaxer la viscosité turbulente vers zéro à la paroi :

$$F_{vd} = 1 - e^{(-zu_*)/(25\nu)} \tag{3.2.10}$$

$$\nu_t = (C_s\overline{\Delta})^2\ \overline{S}\ F_{vd} \tag{3.2.11}$$

On peut citer d'autres modèles comme celui de [Brown et al., 1994] conçus sur ces mêmes principes d'amortissement près de la surface.

Troisièmement le modèle de Smagorinsky n'est pas capable de reproduire la variation asymptotique proche paroi de la viscosité sous-maille. Le modèle WALE [Nicoud and Ducros, 1999] est un exemple de modèle sous-maille remédiant à cela en assurant une bonne transition entre couche laminaire et couche turbulente.

#### 3.2.1.2 Le modèle de Deardorff (1980)

Le modèle de Deardorff est basé sur la résolution d'une équation pronostique de l'énergie turbulente sous-maille avec une viscosité turbulente du type $\nu_t = C_k l\,\overline{e}^{1/2}$ où $C_k$ représente un coefficient numérique, $l$ une échelle de longueur et $\overline{e}$ l'énergie turbulente sous-maille [Deardorff, 1980]. Cette méthode est notamment utilisée par [Moeng, 1984] pour modéliser les conditions atmosphériques du jour 33 de l'expérience Wangara pour des conditions instables. Ce modèle est à l'origine de la paramétrisation sous-maille utilisé dans Meso-NH [Cuxart et al., 2000a], le code atmosphérique méso-échelle non-hydrostatique développé par le Centre National de Recherches Météorologiques (CNRM) et le Laboratoire d'Aérologie (LA).

L'énergie turbulente a pour expression : $e = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2)$ et son équation pronostique s'écrit [Deardorff, 1980] :

$$\frac{\partial \overline{e}}{\partial t} = \underbrace{-\frac{\partial\, \overline{e}\, \overline{u_i}}{\partial x_i}}_{1} \underbrace{- \tau_{ij}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{g}{\Theta_0}\tau_{\Theta i}\delta_{i3}}_{2} \underbrace{- \frac{\partial \overline{[u_i'(e + p'/\rho_0)]}}{\partial x_i}}_{3} \underbrace{- \epsilon}_{4} \tag{3.2.12}$$

Avec :

1 : Advection

2 : Production d'énergie par le cisaillement et les forces de flottabilité

3 : Diffusion turbulente

4 : Dissipation de l'énergie

Pour fermer l'équation de l'énergie turbulente, les différents flux sous-maille doivent être paramétrés de la manière suivante :

$$\tau_{ij} = -\nu_t(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}) \tag{3.2.13}$$

$$\tau_{\Theta i} = -\nu_\Theta \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_i} \tag{3.2.14}$$

$$\overline{u_i'(e + p'/\rho_0)} = -2\nu_t \frac{\partial \overline{e}}{\partial x_i} \tag{3.2.15}$$

On définit deux paramètres d'échelle $l_s$ et $\overline{\Delta}$ par :

$$\overline{\Delta} = (\overline{\Delta}_x\ \overline{\Delta}_y\ \overline{\Delta}_z)^{\frac{1}{3}} \tag{3.2.16}$$

$$l_s = 0.76\,\overline{e}^{1/2}(\frac{g}{\Theta_0}\frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial z})^{-1/2} \tag{3.2.17}$$

La longueur de mélange $l$ s'écrit selon l'étude considérée :

- Si $\partial\overline{\Theta}/\partial z > 0$ et $l < \overline{\Delta}$ :

$$l = l_s \tag{3.2.18}$$

- Sinon, dans tous les autres cas :

$$l = \overline{\Delta} \tag{3.2.19}$$

La longueur de mélange $l$ prend la valeur $l_s$ dans des conditions stables ($\partial\overline{\Theta}/\partial z > 0$), si la condition $l < \overline{\Delta}$ est respectée. Ainsi, lorsque le gradient de température potentielle est positif et donc la stratification thermique stable, la valeur de $l$ diminue. Une relaxation de la viscosité turbulente est alors appliquée. Pour les cas convectifs, on admet que $l = \overline{\Delta}$ ce qui est proche de la philosophie du modèle de Smagorinsky.

Les coefficients $\nu_t$ et $\nu_\Theta$ s'expriment alors :

$$\nu_t = 0.1l\ \overline{e}^{1/2} \tag{3.2.20}$$

$$\nu_\Theta = \nu_t(1 + 2l\ /\ \overline{\Delta}) \tag{3.2.21}$$

Enfin, le dernier terme de l'équation d'évolution de $\overline{e}$, à savoir la dissipation $\epsilon$, s'écrit à l'aide de l'hypothèse de Kolmogorov :

$$\epsilon = \frac{C\,\overline{e}^{3/2}}{l} \tag{3.2.22}$$

$$\text{Avec } C = 0.19 + (0.51l \;/\; \overline{\Delta})$$

#### 3.2.1.3 Le modèle de Sullivan et al. (1994)

Le modèle de [Sullivan et al., 1994], qui s'appuie sur le même principe que celui de [Deardorff, 1980], a pour originalité de faire intervenir un terme $\gamma$ permettant de faire une transition progressive entre échelles explicitement résolues et échelles sous-maille paramétrées aux abords des limites du domaine étudié. Ce modèle est notamment utilisé pour modéliser un cas de brouillard radiatif [Nakanishi, 2000] (Annexes 8.1).

$$\tau_{ij} = -2\nu_t\gamma\overline{S_{ij}} - 2\nu_T\langle\overline{S_{ij}}\rangle \tag{3.2.23}$$

Ici $\gamma$ est appelé *facteur isotrope* et est défini par :

$$\gamma = \frac{S'}{S' + \langle\overline{S}\rangle} \tag{3.2.24}$$

$$\text{où} \quad S' = \sqrt{2\langle(\overline{S_{ij}} - \langle\overline{S_{ij}}\rangle)(\overline{S_{ij}} - \langle\overline{S_{ij}}\rangle)\rangle} \tag{3.2.25}$$

$$\langle\overline{S}\rangle = \sqrt{2\langle\overline{S_{ij}}\rangle\langle\overline{S_{ij}}\rangle} \tag{3.2.26}$$

Si nous introduisons le facteur $\gamma$ dans le modèle de Smagorinsky, on a :

$$\nu_t\gamma = (\widetilde{C}_s\Delta)^2\sqrt{2\overline{S_{ij}}\;\overline{S_{ij}}} \tag{3.2.27}$$

$$\widetilde{C}_s = C_s\sqrt{\gamma} \tag{3.2.28}$$

Pour la viscosité turbulente des écoulements de grande échelle $\nu_T$, on a :

$$\nu_T = (C_K L_m)^2\sqrt{2\langle\overline{S_{ij}}\rangle\langle\overline{S_{ij}}\rangle} \tag{3.2.29}$$

$$\nu_T = (C_K L_m)^2\sqrt{\left(\frac{\partial\langle\overline{u}\rangle}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial\langle\overline{v}\rangle}{\partial z}\right)^2} \tag{3.2.30}$$

Il apparaît ici $L_m$ la longueur de mélange décrite dans la théorie de Prandtl et $C_k$ une constante d'ajustement.

Avec la vitesse de frottement $u_*$ définie par :

$$u_*^2 = [\langle\tau_{13}\rangle^2 + \langle\tau_{23}\rangle^2]^{1/2} + [\langle uw\rangle^2 + \langle vw\rangle^2]^{1/2} \tag{3.2.31}$$

Il est fait ici deux approximations. La première est de négliger les variations de contrainte avec l'altitude. On ne retient alors dans $\tau_{ij}$ que :

$$\langle\tau_{13}\rangle = (\langle\nu_t\gamma\rangle + \nu_T)\frac{\partial\langle\overline{u}\rangle}{\partial z} \tag{3.2.32}$$

$$\langle\tau_{23}\rangle = (\langle\nu_t\gamma\rangle + \nu_T)\frac{\partial\langle\overline{v}\rangle}{\partial z} \tag{3.2.33}$$

La seconde approximation est que l'on considère que le vent moyen ne tourne pas avec l'altitude au premier point $z_1$. On ne considère que la variation d'amplitude du vent :

$$\sqrt{\left(\frac{\partial\langle\overline{u}\rangle}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial\langle\overline{v}\rangle}{\partial z}\right)^2} \approx \frac{\partial U_s}{\partial z} \tag{3.2.34}$$

L'expression de la variation de la vitesse du vent sur la verticale conformément à la théorie de Monin-Obukhov se fait selon :

$$\frac{\partial U_s}{\partial z} = \frac{u_*\phi_m}{\kappa z} \tag{3.2.35}$$

Il est défini à $z_1$, le premier point du maillage, $\nu_T^* = \nu_T(z_1)$ qui permet d'écrire :

$$\nu_T^* = \frac{u_*\kappa z_1}{\phi_m(z_1)} - \langle\nu_t\gamma\rangle - \frac{\kappa z_1}{u_*\phi_m(z_1)}[\langle uw\rangle^2 + \langle vw\rangle^2]^{1/2} \tag{3.2.36}$$

Au delà de $z_1$ on utilisera :

$$\nu_T = \nu_T^*\frac{\kappa z_1}{u_*\phi_m(z_1)}\sqrt{2\langle\overline{S_{ij}}\rangle\langle\overline{S_{ij}}\rangle} \tag{3.2.37}$$

Le facteur $\gamma$ est compris entre 0 et 1. Près d'une paroi $S \sim 1/\kappa z$ et $\gamma \sim S'\kappa z$. Au contraire, loin d'une paroi lorsque les effets des bords ne se font plus ressentir, $\gamma \to 1$ et $\nu_T \ll \nu_t$. Sullivan admet $\gamma = 1$ et $\nu_T = 0$ pour $z \gg z_i/2$ où $z_i$ représente la hauteur de la couche limite atmosphérique. Ainsi le modèle de [Sullivan et al., 1994] permet d'introduire une relaxation de la viscosité turbulente près de la paroi qui tient compte de l'apport du cisaillement du vent moyen et permet de se conformer à la théorie de Monin-Obukhov au premier centre de maille.

#### 3.2.1.4 Le modèle de Brown et al. (1994)

Le modèle de [Brown et al., 1994] a pour particularité de relier la viscosité sous-maille au nombre de Richardson $R_i$, un indicateur de la stabilité atmosphérique. Ce modèle s'appuie sur deux fonctions dépendantes de $R_i$, $f_{Bm}(R_i)$ pour la partie dynamique et $f_{Bh}(R_i)$ pour la partie thermique. Elles sont déduites d'observations de la couche limite atmosphérique durant différentes campagnes de mesure :

$$\nu_t = \lambda^2 \overline{S} f_{Bm}(R_i) \tag{3.2.38}$$

$$\nu_\Theta = \lambda^2 \overline{S} f_{Bh}(R_i) \tag{3.2.39}$$

Suivant la stabilité de la couche atmosphérique, les fonctions adoptent des relations différentes. Le nombre de Richardson permet de différencier les situations stables de celles instables. Ainsi pour les cas convectifs, lorsque $R_i \leqslant 0$ :

$$f_{Bm} = (1 - 16R_i)^{1/2} \tag{3.2.40}$$

$$f_{Bh} = \frac{1}{0.7}(1 - 40R_i)^{1/2} \tag{3.2.41}$$

Et pour les cas stables où $R_i > 0$ :

$$f_{Bm} = \left(1 - \frac{R_i}{R_{ic}}\right)^4 \tag{3.2.42}$$

$$f_{Bh} = \frac{1}{0.7}\left(1 - \frac{R_i}{R_{ic}}\right)^4 (1 - 1.2R_i) \tag{3.2.43}$$

De plus la longueur de mélange $\lambda$ est définie comme étant variable. Elle dépend de la distance à la surface, diminue donc avec l'altitude et tend vers une valeur constante $\lambda_0$ au centre de l'écoulement :

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} + \frac{1}{(\kappa(z + z_0))^2} \tag{3.2.44}$$

$\lambda_0$ correspond à la longueur de mélange classique du modèle de Smagorinsky :

$$\lambda_0 = C_s \overline{\Delta} \tag{3.2.45}$$

Ceci revient à appliquer une fonction de relaxation à $C_s$, similaire à la fonction de Van-Driest (3.2.11) mais de manière plus adaptée à l'atmosphère. Le modèle de [Brown

et al., 1994] est utilisé dans [Basu et al., 2008] pour simuler les conditions atmosphériques durant l'expérience de Wangara qui s'est déroulée en 1967 à Hay en Australie [Clarke et al., 1971]. De plus, il est important de noter que [Brown et al., 1994] introduisent un modèle proche de celui développé par [Mason and Thomson, 1992] qui tient compte des effets de cascade inverse ("Backscattering"). Ces effets de "Backscattering" se traduisent par un transfert d'énergie inverse, des petites échelles vers les grandes. Ce modèle a alors pour but, de maintenir l'energie cinetique sous-maille à des valeurs positives [Sagaut, 2005].

#### 3.2.1.5 Le modèle WALE de Nicoud-Ducros (1999)

Le modèle WALE (Wall-Adapting Local Eddy-viscosity) [Nicoud and Ducros, 1999] est un modèle sous-maille qui a pour avantage de résoudre quelques uns des inconvénients évoqués précédemment. D'une part, ce modèle admet une viscosité nulle à la surface $\nu_t(z = 0) = 0$ sans l'emploi d'aucune fonction de relaxation. D'autre part, le modèle WALE reproduit un comportement asymptotique de $\nu_t$ en $z^3$ près du sol où le modèle de Smagorinsky seul ou l'association du modèle de Smagorinsky avec une fonction de Van-Driest ne reproduit qu'un comportement de $\nu_t$ respectivement en $z$ et $z^2$. [Wray and Hunt, 1989] ont montré, grâce à une simulation DNS d'un cas de turbulence isotrope, que la variation de la viscosité turbulente ne dépend pas uniquement du taux de déformation mais aussi du taux de rotation, ce qui n'est pas pris en compte dans le modèle de Smagorinsky. Afin de prendre tout ceci en considération, ce modèle est construit de la manière suivante :

$$\nu_t = (C_w \Delta)^2 \frac{\overline{P}_1}{\overline{P}_2} \tag{3.2.46}$$

$$\tag{3.2.47}$$

Avec la constante $C_w$ qui peut être estimée par :

$$C_w^2 = C_s^2 \frac{< \sqrt{2}(\overline{S_{ij}}\ \overline{S_{ij}})^{3/2} >}{< \overline{S_{ij}}\ \overline{S_{ij}}\ \overline{P_1}\ /\ \overline{P_2} >} \tag{3.2.48}$$

$C_w$ est généralement évaluée comme une constante du fait de sa faible variabilité : $C_w = 0.5$.

Les opérateurs $P_1$ et $P_2$ sont construits à partir du taux de déformation $S_{ij}$ et de la partie déviatorique du symétrique du tenseur $g_{ij}^2$ où $g_{ij} = \partial\overline{u_i}/\partial x_j$ :

$$\overline{P_1} = (\overline{S_{ij}^d}\ \overline{S_{ij}^d})^{3/2} \tag{3.2.49}$$

$$\overline{P_2} = (\overline{S_{ij}}\ \overline{S_{ij}})^{5/2} + (\overline{S_{ij}^d}\ \overline{S_{ij}^d})^{5/4} \tag{3.2.50}$$

Avec :

$$\overline{S_{ij}^d} = \frac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_j}\right)^2 + \left(\frac{\partial\overline{u}_j}{\partial x_i}\right)^2\right) \tag{3.2.51}$$

Selon [Nicoud and Ducros, 1999], le tenseur $\overline{S_{ij}^d}\ \overline{S_{ij}^d}$ est utilisé pour mieux rendre compte des taux de déformation et de rotation des structures turbulentes participant à la dissipation de l'énergie. Le modèle WALE admet dans les cas de cisaillement pur une viscosité sous-maille nulle, le rendant bien adapté à des cas transitoires entre régimes laminaires et turbulents. De plus, le comportement asymptotique de $\nu_t$ en $y^3$ et le fait que $\nu_t(z = 0) = 0$ font que le modèle WALE semble intéressant pour les études en proche paroi. Cependant, il n'est que très peu utilisé dans les simulations atmosphériques.

### 3.2.2 Les modèles dynamiques

Contrairement au modèle de Smagorinsky qui admet , pour la viscosité turbulente, un coefficient $C_s$ constant, les modèles dynamiques font intervenir un coefficient $C(x, y, z, t)$ variable en espace et en temps. Deux filtres spatiaux sont alors nécessaires. Pour cela ces modèles admettent deux échelles de filtre $\overline{\Delta}$ et $\widetilde{\Delta}$ de taille différente (Fig. 3.5).

On a typiquement la relation $\widetilde{\Delta} = 2\overline{\Delta}$ où $\widetilde{\Delta}$ est appelé *test-scale filter*. Le principe de ces méthodes consiste à tirer profit des flux estimés à une échelle résolue $\widetilde{\Delta}$ dite *test* pour déterminer le coefficient $C$.

Ainsi, on fait intervenir une deuxième coupure du spectre d'énergie à un nombre d'onde *test* plus petit que celui sous maille habituel (Fig. 3.6).

#### 3.2.2.1 Le modèle de Germano et al. (1991)

Le modèle de Germano et al. (1991) est le premier modèle dit *dynamique* et donc le premier prenant en compte la résolution des équations de Navier-Stokes à deux échelles différentes $\overline{\Delta}$ et $\widetilde{\Delta}$ [Germano et al., 1991]. Cette méthode permet de définir un coefficient

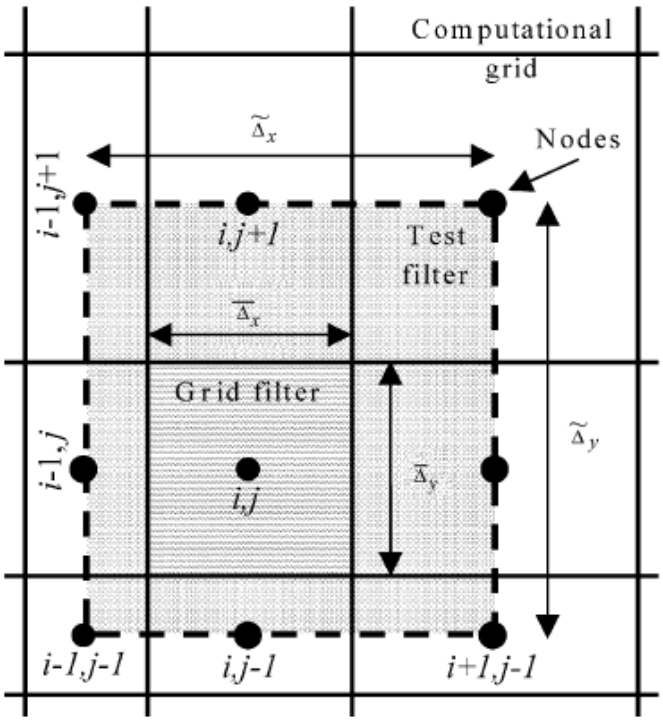



FIGURE 3.5 – *Représentation, en deux dimensions, des échelles* $\overline{\Delta}$ *et* $\widetilde{\Delta}$ *des différents filtres spatiaux utilisés dans les modèles sous-maille dynamique en LES.* $i$ *et* $j$ *font référence aux numéros de centre de maille [Walton et al., 2002].*

$C_g(t, z)$ fonction du temps $t$ et de la distance aux bords $z$. Elle se présente comme une alternative plus précise et universelle que la méthode développée par Smagorinsky.

De même que précédemment, on détermine les équations de Navier-Stokes filtrées et le tenseur de contraintes sous-maille $\tau_{ij}$ de la manière suivante :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \tag{3.2.52}$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_i}\ \overline{u_j}) = -\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ij} \tag{3.2.53}$$

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i}\ \overline{u_j} \tag{3.2.54}$$

L'originalité de ce modèle se traduit par l'application d'un deuxième filtre sur les

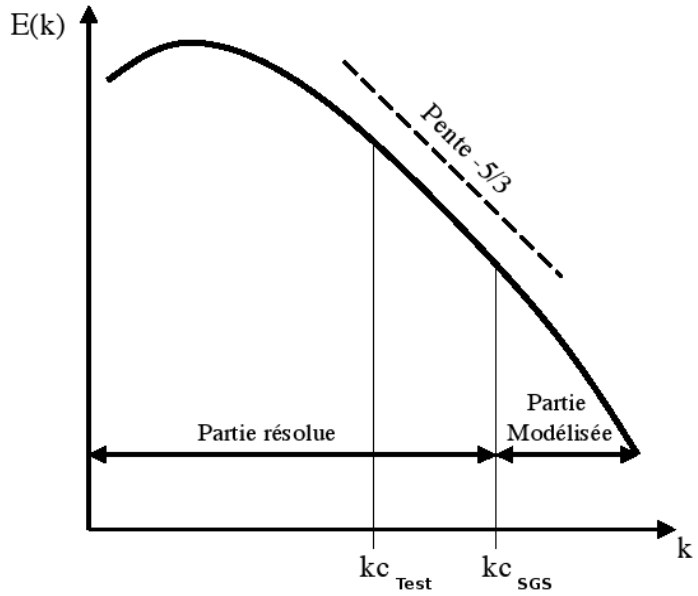



FIGURE 3.6 – *Le spectre de l'énergie en fonction du nombre d'onde E(k). Schématisation de la pente en* $-5/3$ *de la zone inertielle du spectre d'énergie.* $kc_{SGS}$ *représente l'échelle de coupure du filtre spectral classique,* $kc_{Test}$ *représente l'échelle de coupure du filtre Test à un nombre d'onde plus petit. La LES dynamique détermine la partie sous-maille en aval de* $kc_{SGS}$ *à l'aide d'une estimation, plus haut dans la partie inertielle, du transfert d'énergie des grandes échelles vers les petites échelles.*

équations de Navier-Stokes à une échelle résolue $\widetilde{\Delta}$ tel que $\widetilde{\Delta} = 2\overline{\Delta}$ :

$$\frac{\partial \widetilde{\overline{u_i}}}{\partial x_i} = 0 \tag{3.2.55}$$

$$\frac{\partial \widetilde{\overline{u_i}}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\widetilde{\overline{u_i}}\,\widetilde{\overline{u_j}}) = -\frac{1}{\widetilde{\overline{\rho}}}\frac{\partial \widetilde{\overline{P}}}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial \widetilde{\overline{u_i}}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{\overline{u_j}}}{\partial x_i}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j}T_{ij} \tag{3.2.56}$$

$$T_{ij} = \widetilde{\overline{u_i u_j}} - \widetilde{\overline{u_i}}\,\widetilde{\overline{u_j}} \tag{3.2.57}$$

L'*identité de Germano* est alors définie entre $L_{ij}$, $\tau_{ij}$ et $T_{ij}$ [Germano et al., 1991] [Lilly, 1992] :

$$L_{ij} = \widetilde{\overline{u_i}\,\overline{u_j}} - \widetilde{\overline{u_i}}\,\widetilde{\overline{u_j}} = T_{ij} - \widetilde{\tau_{ij}} \tag{3.2.58}$$

$L_{ij}$ représente la plus petite échelle pour laquelle le tenseur de Reynolds est résolu.

Par analogie au modèle Smagorinsky la relation entre les tenseurs sous-maille $\tau_{ij}$ et $T_{ij}$ et les tenseurs des taux de déformation résolus, dans le cas anisotrope, est écrite :

$$\tau_{ij} = -2\nu_t \overline{S_{ij}} \tag{3.2.59}$$

$$= -2C(x,y,z,t)\overline{\Delta}^2 |\overline{S}| \overline{S_{ij}} \tag{3.2.60}$$

$$\tag{3.2.61}$$

$$T_{ij} = -2\nu_t^* \widetilde{\overline{S_{ij}}} \tag{3.2.62}$$

$$= -2C(x,y,z,t)\widetilde{\Delta}^2 |\widetilde{\overline{S}}| \widetilde{\overline{S_{ij}}} \tag{3.2.63}$$

$$\text{avec : } \widetilde{\overline{S_{ij}}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \widetilde{\overline{u_i}}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{\overline{u_j}}}{\partial u_i}\right) \tag{3.2.64}$$

$$|\widetilde{\overline{S}}| = \sqrt{2\widetilde{\overline{S_{mn}}}\ \widetilde{\overline{S_{mn}}}} \tag{3.2.65}$$

On définit $M_{ij}$ tel que :

$$M_{ij} = \widetilde{\Delta}^2 |\widetilde{\overline{S}}| \widetilde{\overline{S_{ij}}} - \overline{\Delta}^2 |\widetilde{\overline{S}}| \widetilde{\overline{S_{ij}}} \tag{3.2.66}$$

L'égalité suivante peut être alors facilement déduite :

$$L_{ij}\overline{S_{ij}} = -2C(x,y,z,t) M_{ij} \overline{S_{ij}} \tag{3.2.67}$$

$C(x,y,z,t)$ peut être maintenant estimé. Pour un écoulement dans un canal Germano réduit la dépendance de $C(x,y,z,t)$ à $C(z,t)$ où $z$ défini la distance à la paroi :

$$C(z,t) = -\frac{1}{2} \frac{\langle L_{kl}\overline{S_{kl}} \rangle}{\widetilde{\Delta}^2 \langle |\widetilde{\overline{S}}| \widetilde{\overline{S_{mn}}}\ \overline{S_{mn}} \rangle - \overline{\Delta}^2 \langle |\widetilde{\overline{S}}| \widetilde{\overline{S_{pq}}}\ \overline{S_{pq}} \rangle} \tag{3.2.68}$$

$$\tau_{ij} = \frac{\langle L_{kl}\overline{S_{kl}} \rangle}{(\widetilde{\Delta}/\overline{\Delta})^2 \langle |\widetilde{\overline{S}}| \widetilde{\overline{S_{mn}}}\ \overline{S_{mn}} \rangle - \langle |\widetilde{\overline{S}}| \widetilde{\overline{S_{pq}}}\ \overline{S_{pq}} \rangle} |\overline{S}| \overline{S_{ij}} \tag{3.2.69}$$

#### 3.2.2.2 Le modèle de Germano-Lilly (1992)

Le modèle de Germano-Lilly s'inspire très fortement du précédent modèle [Germano et al., 1991] [Lilly, 1992]. En effet, le raisonnement initial est basé de manière similaire sur l'identité de Germano.

$$L_{ij} = T_{ij} - \widetilde{\tau_{ij}} \tag{3.2.70}$$

$$= \widetilde{\overline{u_i}\,\overline{u_j}} - \widetilde{\overline{u_i}}\,\widetilde{\overline{u_j}} \tag{3.2.71}$$

De même $M_{ij}$ correspond à la relation $T_{ij} - \widetilde{\tau_{ij}}$ évaluée par le modèle de Smagorinsky :

$$2CM_{ij} = T_{ij} - \widetilde{\tau_{ij}} \tag{3.2.72}$$

$$= 2C\widetilde{\Delta}^2|\widetilde{\overline{S}}|\widetilde{\overline{S_{ij}}} - 2C\overline{\Delta}^2\widetilde{|\overline{S}|\overline{S_{ij}}} \tag{3.2.73}$$

Le modèle de Germano-Lilly a pour nouveauté de déterminer $C$ en minimisant l'erreur entre $L_{ij}$ et $M_{ij}$ par la méthode des moindres carrés.

$$\frac{\partial\left[(L_{ij} - 2CM_{ij})^2\right]}{\partial\, C} = 0 \tag{3.2.74}$$

Ainsi, on déduit $C$ comme étant :

$$C = \frac{1}{2}\frac{L_{ij}M_{ij}}{M_{ij}^2} \tag{3.2.75}$$

$C$ peut prendre localement des valeurs très différentes voir négatives pouvant entraîner des erreurs numériques importantes. Les valeurs négatives correspondent à des effets de "backscattering" où la viscosité sous-maille devient négative et donc où il y a un transfert d'énergie des petites échelles vers les grandes échelles. Pour éviter cela on moyenne le numérateur et le dénominateur de (3.2.75) sur le plan horizontal ou sur les cellules voisines $<>$, ce qui nous donne au final :

$$C = \frac{1}{2}\frac{< L_{ij}M_{ij} >}{< M_{ij}^2 >} \tag{3.2.76}$$

De plus, [Lilly, 1992] met en place un modèle sous-maille dynamique pour la partie thermique. Généralement la viscosité turbulente thermique n'est autre que $\nu_\Theta = \nu_t/Pr_t$ où la valeur du nombre de Prandtl turbulent est constante. De cette façon, on a une corrélation directe de $\nu_\Theta$ et $\nu_t$ sans réellement prendre en compte le cas de la viscosité thermique sous-maille comme étant spécifique et dissociée de $\nu_t$.

Si, les deux filtres spatiaux sont appliqués à $\overline{\Delta}$ et $\widetilde{\Delta}$ sur l'équation de conservation de la température potentielle, on obtient :

$$\frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{\Theta j} \tag{3.2.77}$$

$$\frac{\partial \widetilde{\overline{\Theta}}}{\partial t} + \widetilde{\overline{u_j}}\frac{\partial \widetilde{\overline{\Theta}}}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j}T_{\Theta j} \tag{3.2.78}$$

Il apparaît, ici, que l'équivalent de $T_{ij}$ pour la température potentielle est $T_{\Theta j}$. Il correspond au tenseur des contraintes sous-maille à la longueur de coupure $\widetilde{\Delta}$.

Par analogie au modèle de Smagorinsky l'expression $\tau_{\Theta j}$, en fonction de $\nu_\Theta$ la viscosité sous-maille à $\overline{\Delta}$, et $T_{\Theta j}$, en fonction de $\nu^*_\Theta$ la viscosité sous-maille à $\overline{\Delta}$ devient :

$$\tau_{\Theta j} = -2\nu_\Theta \overline{S_{ij}} \tag{3.2.79}$$

$$= \frac{-2C\overline{\Delta}^2}{Pr_t}|\overline{S}|\frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} \tag{3.2.80}$$

$$\tag{3.2.81}$$

$$T_{\Theta j} = -2\nu^*_\Theta \widetilde{\overline{S_{ij}}} \tag{3.2.82}$$

$$= \frac{-2C\widetilde{\Delta}^2}{Pr_t}|\widetilde{\overline{S}}|\frac{\partial \widetilde{\overline{\Theta}}}{\partial x_j} \tag{3.2.83}$$

Sur la base de l'identité de Germano on peut alors construire $R_{\Theta j}$ l'équivalent de $L_{ij}$ et $D_{\Theta j}$ l'équivalent de $M_{ij}$ :

$$R_{\Theta j} = T_{\Theta j} - \widetilde{\tau_{\Theta j}} = \widetilde{\overline{\Theta}\,\overline{u_j}} - \widetilde{\overline{\Theta}}\,\widetilde{\overline{u_j}} \tag{3.2.84}$$

$$D_{\Theta j} = \widetilde{\Delta}^2|\widetilde{\overline{S}}|\frac{\partial \widetilde{\overline{\Theta}}}{\partial x_j} - \overline{\Delta}^2\widetilde{|\overline{S}|\frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j}} \tag{3.2.85}$$

Une valeur dynamique du nombre de Prandtl turbulent peut alors être déduite de la méthode des moindres carrées, en minimisant l'erreur entre $R_{\Theta j}$ et $(2C/Pr_t)D_{\Theta j}$ :

$$\frac{\partial\left[(R_{\Theta j} - (2C/Pr_t)D_{\Theta j})^2\right]}{\partial(1/Pr_t)} = 0 \tag{3.2.86}$$

Une valeur dynamique de $1/Pr_t$ peut être obtenue par substitution de C par (3.2.75). Lilly fait alors apparaître un modèle sous-maille dynamique pour la thermique non

directement lié à $C$ par une simple constante :

$$\frac{1}{Pr_t} = \frac{1}{2C}\frac{D_{\Theta j}R_{\Theta j}}{R^2_{\Theta j}} \tag{3.2.87}$$

$$= \frac{M^2_{ik}}{L_{ik}M_{ik}}\frac{D_{\Theta j}R_{\Theta j}}{R^2_{\Theta j}} \tag{3.2.88}$$

Le modèle de Germano-Lilly amène différentes évolutions au modèle sous-maille initial de Germano. Premièrement, l'emploi de la méthode des moindres carrées pour déterminer la valeur du coefficient $C$. Deuxièmement, des moyennes sur le plan horizontal sont appliquées pour réduire les erreurs numériques dues aux valeurs négatives de $C$ liées aux effets de "backscattering". Enfin, Lilly met en place un modèle sous-maille dynamique spécifique à la thermique par l'intermédiaire d'un nombre de Prandtl turbulent variable. Le modèle de Germano-Lilly, implémenté par défaut dans Code_Saturne et utilisé dans la suite de l'étude, ne prend pas en compte le calcul dynamique du nombre de Prandtl turbulent. La viscosité thermique sous-maille n'est que $\nu_\Theta = \nu_t/Pr_t$ où $Pr_t$ reste constant ce qui peut entraîner une mauvaise estimation locale de la diffusion pour la température potentielle.

#### 3.2.2.3 Le modèle de Wong-Lilly (1994)

Le modèle de Wong-Lilly est un modèle de LES dynamique proche de celui proposé par Germano [Wong and Lilly, 1994]. Les viscosités sous-maille s'expriment, dans ce nouveau modèle, de la façon suivante [Basu and Porté-Agel, 2006] :

$$\begin{cases} \nu_t &= C_s^{2/3}\overline{\Delta}^{4/3}\epsilon^{1/3} \\ &= C_\epsilon\overline{\Delta}^{4/3} \\ \\ \nu_t^* &= C_s^{2/3}\widetilde{\Delta}^{4/3}\epsilon^{1/3} \\ &= C_\epsilon\widetilde{\Delta}^{4/3} \end{cases} \tag{3.2.89}$$

De même pour la température potentielle on a :

$$\nu_\Theta = \frac{C_\epsilon}{Pr_t}\overline{\Delta}^{4/3} \tag{3.2.90}$$

$$\nu^*_\Theta = \frac{C_\epsilon}{Pr_t}\widetilde{\Delta}^{4/3} \tag{3.2.91}$$

La différence avec le modèle de Germano-Lilly est principalement liée au fait que le modèle de Wong-Lilly s'appuie sur une simplification des expressions des viscosités sous-maille. Nous observons que les expressions de $\nu_t$, $\nu_t^*$, $\nu_\Theta$ et $\nu_\Theta^*$ sont quelque peu différentes des modèles dynamiques précédents. La viscosité, ici, est exprimée en fonction de la longueur de coupure et du taux de dissipation $\epsilon$, conformément à la théorie de Kolmogorov. On s'affranchit donc de $|\overline{S}|$ et $|\widetilde{\overline{S}}|$ dans l'expression des viscosités sous-maille.

On a alors, aux deux échelles de coupure, $\overline{\Delta}$ et $\widetilde{\Delta}$, les tenseurs suivants :

$$\begin{cases} \tau_{ij} & = -2\nu_t \, \overline{S_{ij}} \\ \tau_{\Theta i} & = -\nu_\Theta \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_i} \end{cases} \tag{3.2.92}$$

(3.2.93)

$$\begin{cases} T_{ij} & = -2\nu_t^* \, \widetilde{\overline{S_{ij}}} \\ T_{\Theta i} & = -\nu_\Theta^* \frac{\partial \widetilde{\overline{\Theta}}}{\partial x_i} \end{cases} \tag{3.2.94}$$

Puis on applique l'identité de Germano :

$$\begin{aligned} L_{ij} &= T_{ij} - \widetilde{\tau_{ij}} = \widetilde{\overline{u_i}\,\overline{u_j}} - \widetilde{\overline{u_i}}\,\widetilde{\overline{u_j}} \\ R_{\Theta i} &= T_{\Theta i} - \widetilde{\tau_{\Theta i}} = \widetilde{\overline{\Theta}\,\overline{u_i}} - \widetilde{\overline{\Theta}}\,\widetilde{\overline{u_i}} \end{aligned} \tag{3.2.95}$$

Ces deux différences dépendent uniquement des champs résolus de vitesse et de température et sont donc directement calculables.

On peut faire maintenant la relation entre $C_\epsilon$ et $L_{ij}$ :

$$L_{ij} \approx 2C_\epsilon M_{ij} \tag{3.2.96}$$

$$\text{Avec : } M_{ij} = (\overline{\Delta}^{4/3} - \widetilde{\Delta}^{4/3})\widetilde{\overline{S_{ij}}}$$

De manière similaire à [Lilly, 1992] on chercher à minimiser l'erreur définie par :

$$(L_{ij} - 2C_\epsilon M_{ij})^2 \tag{3.2.97}$$

Le modèle cherche donc a déterminer quel coefficient $C_\epsilon$ satisfait l'équation suivante :

$$\frac{\partial \left[(L_{ij} - 2C_\epsilon M_{ij})^2\right]}{\partial C_\epsilon} = 0 \tag{3.2.98}$$

Ce qui amène facilement aux deux relations suivantes dans le cas d'un fluide incompressible :

$$2C_\epsilon \overline{\Delta}^{4/3} = \frac{\langle L_{ij}\, \widetilde{\overline{S_{ij}}} \rangle}{[1-(\widetilde{\Delta}/\overline{\Delta})^{4/3}]\langle \widetilde{\overline{S_{lm}}} \rangle} \tag{3.2.99}$$

$$\frac{C_\epsilon}{Pr_t} \overline{\Delta}^{4/3} = \frac{\langle R_{\Theta i}(\partial \widetilde{\overline{\Theta}}/\partial x_i) \rangle}{[1-(\widetilde{\Delta}/\overline{\Delta})^{4/3}]\langle (\partial \widetilde{\overline{\Theta}}/\partial x_j)^2 \rangle} \tag{3.2.100}$$

#### 3.2.2.4 Le modèle LASDD de Porté-Agel et al. (2000)

Le modèle LASDD (Locally Averaged Scale-Dependent Dynamic model) [Porté-Agel et al., 2000] [Basu and Porté-Agel, 2006] [Basu et al., 2008] admet non pas deux mais trois filtres de tailles différentes $\overline{\Delta}$, $\widetilde{\Delta}$ et $\widehat{\Delta}$ tels que :

$$\widetilde{\Delta} = 2\overline{\Delta} \tag{3.2.101}$$

$$\widehat{\Delta} = 4\overline{\Delta} \tag{3.2.102}$$

Conformément au modèle de Germano-Lilly (3.2.2.3) qui ne considère que deux longueurs de coupure, nous avons :

$$\begin{cases} L_{ij} = \widetilde{\overline{u_i}\,\overline{u_j}} - \widetilde{\overline{u_i}}\,\widetilde{\overline{u_j}} = T_{ij} - \widetilde{\tau_{ij}} \\ M_{ij} = 2\overline{\Delta}^2 \left( \widetilde{|\overline{S}|\overline{S_{ij}}} - 4|\widetilde{\overline{S}}|\widetilde{\overline{S_{ij}}} \right) \\ C_{\overline{\Delta}} = \frac{1}{2}\frac{<L_{ij}M_{ij}>}{<M_{ij}^2>} \end{cases} \tag{3.2.103}$$

Dans le modèle de Germano-Lilly on admet que le paramètre $C_{\overline{\Delta}}$ déterminé à $\overline{\Delta}$ est égal à $C_{\widetilde{\Delta}}$ déterminé à $\widetilde{\Delta}$ . L'égalité $C_{\widetilde{\Delta}}/C_{\overline{\Delta}} = 1$ est alors vérifiée. Si cette dernière approximation n'est pas faite, le terme $M_{ij}$ devient :

$$M_{ij} = 2\overline{\Delta}^2 \left( \widetilde{|\overline{S}|\overline{S_{ij}}} - 4\frac{C_{\widetilde{\Delta}}}{C_{\overline{\Delta}}}|\widetilde{\overline{S}}|\widetilde{\overline{S_{ij}}} \right) \tag{3.2.104}$$

Mais dans ce cas, une inconnue $C_{\widetilde{\Delta}}/C_{\overline{\Delta}}$ supplémentaire apparaît. Pour résoudre dynamiquement ce système d'équations on introduit un troisième filtre de longueur de coupure $\widehat{\Delta} = 4\overline{\Delta}$. Une deuxième identité de Germano peut être déduite :

$$Q_{ij} = \widehat{\overline{u_i}\,\overline{u_j}} - \widehat{\overline{u_i}}\,\widehat{\overline{u_j}} = T_{ij} - \widehat{\tau_{ij}} \tag{3.2.105}$$

L'équivalent de $M_{ij}$ à $\widehat{\Delta}$ devient :

$$N_{ij} = 2\overline{\Delta}^2 \left( \widehat{|\overline{S}|\overline{S_{ij}}} - 4^2 \frac{C_{\widehat{\Delta}}}{C_{\overline{\Delta}}} |\widehat{\overline{S}}| \widehat{\overline{S_{ij}}} \right) \tag{3.2.106}$$

On obtient alors une deuxième valeur de $C_{\overline{\Delta}}$ par la méthode des moindres carrés similaire à (3.2.103) :

$$C_{\overline{\Delta}} = \frac{1}{2} \frac{< Q_{ij} N_{ij} >}{< N_{ij}^2 >} \tag{3.2.107}$$

Il vient, naturellement, la relation suivante entre $C_{\overline{\Delta}}$ déterminé à $\widetilde{\Delta}$ et à $\widehat{\Delta}$ :

$$\frac{< L_{ij} M_{ij} >}{< M_{ij}^2 >} = \frac{< Q_{ij} N_{ij} >}{< N_{ij}^2 >} \tag{3.2.108}$$

Dorénavant on une équation à deux inconnues $\beta_1 = C_{\widetilde{\Delta}}/C_{\overline{\Delta}}$ et $\beta_2 = C_{\widehat{\Delta}}/C_{\overline{\Delta}}$. Le modèle de [Porté-Agel et al., 2000] consiste à résoudre :

$$< L_{ij} M_{ij} >< N_{ij}^2 > - < Q_{ij} N_{ij} >< M_{ij}^2 >= 0 \tag{3.2.109}$$

On relie alors $\beta_1$ à $\beta_2$ pour fermer le système. Le choix fait dans [Porté-Agel et al., 2000] est :

$$C_{\alpha\Delta} = \alpha^{\omega} \, C_{\Delta} \tag{3.2.110}$$

D'où :

$$\beta_1 = 2^{\omega} \tag{3.2.111}$$

$$\beta_2 = \beta_1^2 \tag{3.2.112}$$

La relation (3.2.109) peut être reformulée sous un polynôme $P$ fonction de $\beta$ :

$$P(\beta_1) = A_0 + A_1 \beta_1^1 + A_2 \beta_1^2 + A_3 \beta_1^3 + A_4 \beta_1^4 + A_5 \beta_1^5 \tag{3.2.113}$$

Avec :

$$\begin{cases} A_0 = b_2 c_1 - b_1 c_2 \\ A_1 = a_1 c_2 - b_2 e_1 \\ A_2 = b_2 d_1 + b_1 e_2 - a_2 c_1 \\ A_3 = a_2 e_1 - a_1 e_2 \\ A_4 = -a_2 d_1 - b_1 d_2 \\ A_5 = a_1 d_2 \end{cases} \tag{3.2.114}$$

Et :

$$\begin{cases} a_1 = -2\overline{\Delta}^2 4 < \widetilde{|\overline{S}|}\widetilde{\overline{S_{ij}}} L_{ij} >, & a_2 = -2\overline{\Delta}^2 4^2 < \widehat{|\overline{S}|}\widehat{\overline{S_{ij}}} Q_{ij} > \\ b_1 = -2\overline{\Delta}^2 < \widetilde{|\overline{S}|\overline{S_{ij}}} L_{ij} >, & b_2 = -2\overline{\Delta}^2 < \widehat{|\overline{S}|\overline{S_{ij}}} Q_{ij} > \\ c_1 = \left(2\overline{\Delta}^2\right)^2 < \widetilde{|\overline{S}|\overline{S_{ij}}}\ \widetilde{|\overline{S}|\overline{S_{ij}}} >, & c_2 = \left(2\overline{\Delta}^2\right)^2 < \widehat{|\overline{S}|\overline{S_{ij}}}\ \widehat{|\overline{S}|\overline{S_{ij}}} > \\ d_1 = \left(2\overline{\Delta}^2\right)^2 4^2 < \widetilde{|\overline{S}|^2\overline{S_{ij}}}\ \widetilde{\overline{S_{ij}}} >, & d_2 = \left(2\overline{\Delta}^2\right)^2 (4^2)^2 < \widehat{|\overline{S}|^2\overline{S_{ij}}}\ \widetilde{\overline{S_{ij}}} > \\ e_1 = 2\left(2\overline{\Delta}^2\right)^2 4 < \widetilde{|\overline{S}|\overline{S_{ij}}}\ \widetilde{|\overline{S}|\overline{S_{ij}}} >, & e_2 = 2\left(2\overline{\Delta}^2\right)^2 4^2 < \widehat{|\overline{S}|\overline{S_{ij}}}\ \widehat{|\overline{S}|\overline{S_{ij}}} > \end{cases} \quad (3.2.115)$$

Il suffit alors de trouver $\beta_1$ pour que $P(\beta) = 0$, remplacer $C_{\widetilde{\Delta}}/C_{\overline{\Delta}}$ par $\beta_1$ dans (3.2.104) et enfin déduire $C_{\overline{\Delta}}$ de l'équation (3.2.103).

Le modèle LASDD est utilisé dans de nombreux articles traitant de modélisation atmosphérique : [Porté-Agel, 2004], [Basu and Porté-Agel, 2006], [Basu et al., 2006], [Kleissl et al., 2006], [Basu et al., 2008] et [Vinuesa et al., 2008]. Par rapport au modèle de Germano-Lilly qui se révèle trop peu diffusif prés du sol ou au modèle de Smagorinsky classique, le modèle LASDD permet d'avoir un paramètre $C_{\overline{\Delta}}$ dépendant du rapport d'échelle plus pertinent. De plus, comme on vient de le montrer, il nécessite la prise en compte d'un filtre supplémentaire qui n'est pas négligeable sur le temps de calcul et il reste difficile à généraliser sur les maillages non structurés complexes.

Ce modèle connaît une variante lagrangienne [Meneveau et al., 1996] [Bou-Zeid et al., 2005]. L'équation (3.2.103) au lieu d'admettre une moyenne horizontale <> de son nominateur et de son dénominateur, utilise un moyenne lagrangienne $<>_{\mathcal{L}}$ [Stoll and Porté-Agel, 2006a] [Wan et al., 2007] [Wan and Porté-Agel, 2011] :

$$C_{\overline{\Delta}} = \frac{1}{2}\frac{< L_{ij}M_{ij} >_{\mathcal{L}}}{< M_{ij}^2 >_{\mathcal{L}}} \quad (3.2.116)$$

La moyenne est faite le long des trajectoires des particules fluides au cours d'un temps caractéristique. Il est utilisé notamment pour des écoulements, inhomogènes ou en présence de géométries complexes. De plus la moyenne revêt un aspect plus local et est plus à même de décrire un fluide anisotrope. Seulement ce type de procédé, en plus de ne pas être trivial à implémenter, fait intervenir une moyenne temporelle éloignée de la

philosophie des autres modèles sous-maille dynamiques qui n'utilisent que des moyennes spatiales.

### 3.2.3 Bilan et choix des modèles sous-maille

Dans la littérature, de très nombreux modèles sous-maille sont utilisés dans les simulations atmosphériques. Il est donc difficile de faire un choix arrêté du modèle à utiliser par la suite. Pour les simulations LES de la couche atmosphérique qui vont suivre nous allons étudier trois modèles sous-maille différents : le modèle de Smagorinsky, le plus classique et le plus simple dont la diffusivité trop importante est connue, le modèle de Germano-Lilly qui est le modèle dynamique le plus largement utilisé en mécanique des fluides et le modèle de Wong-Lilly, plus simple et plus rapide que le précédant, auquel a été ajouté la paramétrisation dynamique sous-maille spécifique au scalaire thermique, la température potentielle. Les deux premiers sont par défaut dans Code_Saturne et ont pour avantage d'avoir été validés préalablement sur un important nombre de cas. Enfin, le troisième a été utilisé dans [Dipankar, 2009] pour un cas atmosphérique laissant présager un bon comportement du modèle dans la suite de notre étude.

# Chapitre 4

# Code_Saturne

Code_Saturne est un code de mécanique des fluides open source, développé au sein de EDF R&D depuis 2001 [Archambeau et al., 2004]. A l'origine destiné à des études menées dans le domaine du nucléaire, il comporte maintenant plusieurs modules distincts qui sont révélateurs de sa grande polyvalence (module atmosphérique, module compressible, module lagrangien, module de combustion des gaz, module électrique...). Nous nous intéresserons dans cette étude au module atmosphérique. Code_Saturne a pour particularité d'utiliser des méthodes de volumes finis. Il supporte aussi bien les maillages structurés que les maillages non structurés ce qui s'avère très utile dans les simulations en géométrie complexe. Il utilise une grille co-localisée ce qui peut-être source d'instabilités numériques mais nous y reviendrons par la suite. J'ajouterai que sa structure est hautement parallélisable, facteur essentiel à la modélisation LES atmosphérique, haut-Reynolds, sur de grands domaines avec une résolution fine.

## 4.1 Le module atmosphérique

Le module atmosphérique a pour particularité de définir en tant que variable thermodynamique, la température potentielle $\Theta$ ou la température potentielle liquide $\Theta_l$ si l'on considère l'humidité dans l'atmosphère. Code_Saturne résout alors l'équation d'évolution de la température potentielle ($d\Theta/dt$). De plus, la variation verticale de la masse volumique est calculée à l'aide des variations de pression et de température potentielle. Enfin, en tant que lois de paroi, pour la paramétrisation de la couche de surface, la méthode analytique de Louis ou la méthode itérative de Monin-Obukhov, décrites précédemment, peuvent être activées.

## 4.2 Schémas numériques de Code_Saturne

### 4.2.1 Algorithme SIMPLEC

Pour la discrétisation temporelle, Code_Saturne utilise un algorithme à pas fractionnaire SIMPLEC (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Corrected) [Archambeau et al., 2004] [Ferziger and Perič, 2002] [Benhamadouche, 2006] [van Doormal and Raithyb, 1984]. Cette méthode se déroule en trois étapes distinctes : la prédiction de la vitesse par l'équation du mouvement, la résolution de l'équation de Poisson pour la pression à l'aide de la correction de la vitesse par le critère de continuité (divergence nulle du flux de masse) et enfin la mise à jour de la vitesse par le bon incrément de pression.

Prédiction :

Considérons le passage du pas de temps $n$ au pas de temps $n+1$. L'exposant $^*$ notera toute variable obtenue à la fin de ce processus. La première étape consiste donc à prédire une vitesse $u^*$ par la résolution semi-implicite de l'équation de mouvement. Pour cela on explicite le champ de pression $P$ et le flux de masse $\rho u_i$ (ou $Q$). Les termes sources ainsi que le terme de flottabilité sont regroupés ici sous $\underline{A}^{n+\Theta_s} + \underline{\underline{B}}^n \, \underline{u}^{(n+\Theta_f)}$ :

$$\frac{\underline{Q}^* - \underline{Q}^n}{\Delta t} + \nabla . \left[ \underline{u}^{(n+\Theta_f)} \otimes \underline{Q}^n - \mu \, \left( \nabla \, \underline{u}^{(n+\Theta_f)} \right) \right] = - \nabla \, P^{(n+\Theta_f - 1)} + \underline{A}^{n+\Theta_s} + \underline{\underline{B}}^n \, \underline{u}^{(n+\Theta_f)} \tag{4.2.1}$$

Avec les égalités suivantes :

$$\begin{cases} \underline{u}^{(n+\Theta_f)} = \Theta_f \underline{u}^* + (1-\Theta_f)\underline{u}^n \\ P^* = P^n \end{cases} \tag{4.2.2}$$

La valeur de $\Theta_f$ définit le $\Theta$-schéma que l'on utilise pour la discrétisation en temps. En LES $\Theta_f = 1/2$ on parle alors de discrétisation du type Crank-Nicolson et en RANS $\Theta_f = 0$ ce qui définit un schéma du type Euler implicite. $\underline{A}$ définit la partie explicite des termes sources et le terme $\underline{\underline{B}}\,\underline{u}$ la partie implicite. $\Theta_s$ définit une discrétisation du type Adams-Bashforth.

Correction :

Le vecteur $u_i{}^*$ ainsi obtenu admet une divergence non nulle et ne répond donc pas à la condition de continuité. L'étape suivante permet la résolution de l'équation de Poisson avec la correction de la vitesse. Ainsi, on calcule $P^{n+1}$ en respectant le critère incompressibilité donc la divergence nulle de la vitesse. A ce stade, le terme de convection et le terme de diffusion sont négligés.

$$\frac{\underline{Q}^{n+1} - \underline{Q}^*}{\Delta t} = -\nabla(P^{n+1} - P^*) \tag{4.2.3}$$

On prend alors en compte la condition de continuité suivante :

$$\nabla.(\underline{Q}^{n+1}) = 0 \tag{4.2.4}$$

Si on considère mainteant la divergence de chacun des membres de l'équation de Poisson, on en déduit aisément la relation :

$$\nabla.(\underline{Q}^{n+1} - \underline{Q}^*) = -\nabla.(\Delta t\ \nabla(P^{n+1} - P^*)) \tag{4.2.5}$$

Au final la condition de continuité est prise en compte :

$$\Delta t\ \nabla^2 \left(P^{n+1} - P^*\right) = \nabla.\underline{Q}^* \tag{4.2.6}$$

Mise à jour de la vitesse :

Enfin la vitesse est mise à jour à partir du bon incrément de pression $(P^{n+1} - P^*)$ calculé à l'étape suivante et respectant la divergence nulle du flux de masse :

$$\underline{Q}^{n+1} = \underline{Q}^n - \Delta t \, \nabla \left( P^{n+1} - P^* \right) \tag{4.2.7}$$

L'ultime étape de l'algorithme consiste à résoudre l'équation d'évolution de la température potentielle et des autres hypothétiques scalaires à l'aide d'une approche similaire.

### 4.2.2 Discrétisation spatiale

Concernant le schéma de convection, pour la discrétisation spatiale appliquée en LES, il s'agit d'un schéma centré pur d'ordre 2. Ce choix est fait de telle manière à avoir un schéma d'ordre assez élevé pour ne pas être trop diffusif numériquement. L'apparition du laplacien $\nabla^2$ appliqué à la différence de pression $P^{n+1} - P^*$ peut engendrer, dans le cas de discrétisation co-localisée, des oscillations numériques. Elles sont en partie corrigées par l'utilisation d'un filtre de Rhie and Chow [Rhie and Chow, 1983] par l'intermédiaire de la constante d'Arakawa.

## 4.3 Les conditions limites

Différents types de conditions limites sont utilisés pour les simulations LES. Une des méthodes les plus souvent employées consiste à calculer les contraintes à la surface $\tau_{i3,s}$ à l'aide du module de vitesse moyenné sur l'horizontal $U(z,t)$ [Basu et al., 2008] [Porté-Agel et al., 2000]. $\tau_{i3,s}$ s'écrit alors :

$$\tau_{i3,s}(x,y,t) = -u_*^2 \left( \frac{\overline{u_i}(x,y,z,t)}{U(z,t)} \right) \qquad (i = 1,2) \tag{4.3.1}$$

Avec le module de vitesse moyenné :

$$U(z,t) = \langle (\overline{u_1}^{\,2} + \overline{u_2}^{\,2})^{1/2} \rangle \tag{4.3.2}$$

Ainsi à l'aide de la méthode de Monin-Obukhov (ou de Louis) on peut déduire $\tau_{i3,s}$ :

$$\tau_{i3,s}(x,y,t) = \left( \frac{\kappa}{ln(z/z_0) + \Psi_m} \right)^2 U(z,t) \overline{u_i}(x,y,z,t) \tag{4.3.3}$$

Cette méthode n'est valable que pour une turbulence homogène du fait qu'elle utilise, pour le calcul de $\tau_{i3,s}$, un module de vitesse $U(z,t)$ commun à chaque verticale qui ne dépend spatialement que de $z$.

Le type de conditions limites qui sera utilisé dans la suite de cette étude ne nécessite pas obligatoirement un cas de turbulence homogène. $\tau_{i3,s}$ est, ici, fonction du module du vent $U(x,y,z,t)$ qui varie spatialement selon les trois coordonnées x, y et z. Les articles [Moeng, 1984], [Albertson and Parlange, 1999a], [Albertson and Parlange, 1999b], [Stoll and Porté-Agel, 2006a] et [Stoll and Porté-Agel, 2006b] y font notamment référence. Pour chaque face de bord on calcule donc $U(x,y,z,t)$ localement pour déduire la valeur des contraintes à la surface $\tau_{i3,s}$ :

$$\tau_{i3,s}(x,y,t) = -u_*^2 \left( \frac{\overline{u_i}(x,y,z,t)}{U(x,y,z,t)} \right) \qquad (i = 1,2) \tag{4.3.4}$$

$$\tag{4.3.5}$$

Avec :

$$U(x,y,z,t) = (\overline{u_1}^{\,2} + \overline{u_2}^{\,2})^{1/2} \tag{4.3.6}$$

De même que précédemment à l'aide de la théorie de Monin-Obukhov (ou de Louis) :

$$\tau_{i3,s}(x,y,t) = \left( \frac{\kappa}{ln(z/z_0) + \Psi_m} \right)^2 U(x,y,z,t)\overline{u_i}(x,y,z,t) \tag{4.3.7}$$

D'autres types de conditions limites existent dans la littérature. On peut citer par exemple celles qui consistent à estimer $\tau_{i3,s}$ en fonction d'une vitesse instantanée $\overline{u_i}(x + \Delta_x, y, z, t)$ pris avec un décalage $\Delta_x$ dans le sens de l'écoulement renforçant, ainsi, la prise en compte d'éventuelles structures cohérentes inclinées près de la paroi [Piomelli et al., 1989]. Le choix du deuxième procédé a été dicté, en partie, par le fait que c'est la méthode de conditions limites implémentée par défaut dans Code_Saturne et qu'elle a fait ses preuves dans de nombreuses autres simulations.

## 4.4 La méthode d'initialisation "Synthetic Eddy Method"

Différents types de méthodes permettent d'initialiser les fluctuations turbulentes pour les simulations LES. En l'absence de méthode spécifique, généralement la turbu-

lence est engendrée dans le domaine par l'amplification d'erreurs numériques produites par le code en condition périodique. Seulement ceci peut prendre du temps et reste incertain. De surcroît, un bruit aléatoire peut être ajouté sur les profils initiaux imposés à $t = 0$ [Schmidt and Schumann, 1989]. Les fluctuations produites n'ont cependant aucune cohérence spatio-temporelle. Une autre méthode est d'imposer à l'instant initial les champs d'une précédente simulation. Mais cette méthode a notamment pour inconvénient évident, de nécessiter une modélisation supplémentaire. Une autre méthode, plus simple et plus efficace, existe : la Synthetic Eddy Method (SEM) [Jarrin et al., 2006].

La SEM consiste à générer des écoulements instationnaires réalistes, pour la LES, dès les premiers instants de la simulation à l'aide du minimum de statistiques. Elle permet de produire des structures turbulentes cohérentes en ajoutant une perturbation $u_i^+$ à la vitesse moyenne initiale de l'écoulement :

$$\overline{u}_i = \overline{u}_i + u_i^+ \tag{4.4.1}$$

Des tourbillons synthétiques, ayant des positions et des intensités aléatoires, sont alors créés dans le domaine à l'instant initial. L'expression de ces perturbations de vitesse $u_i^+$ est :

$$u_i^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k_n=1}^{N} a\, h_j^{k_n}\, S_\sigma^{k_n} \tag{4.4.2}$$

$N$ est le nombre de structures générées, $h_j^{k_n}$ un paramètre aléatoire compris entre $(1, -1)$ et $S_\sigma^{k_n}$ la fonction donnant la forme des tourbillons synthétisés. Ici, cette fonction est un fonction "tente" définie sur un support compact $(-\sigma, \sigma)$ où $\sigma$ représente l'échelle de longueur turbulente :

$$S_\sigma^{k_n} = \sqrt{V}\sigma^{-3} \prod_{m=1}^{3} \sqrt{\frac{2}{3}} \left(1 - \left|\frac{x_m - x_m^{k_n}}{\sigma}\right|\right) \tag{4.4.3}$$

$V$ représente le volume dans lequel les structures sont créées et $a$ est relié à l'énergie cinétique turbulente $e$ par la relation :

$$a = \sqrt{\frac{2}{3}e} \tag{4.4.4}$$

La SEM produit donc des fluctuations de vitesse nécessaire à l'initialisation de la turbulence et au développement des écoulements instationnaires. Cette méthode va être mise en place dans le cas de la modélisation atmosphérique.

# Chapitre 5

# Validation par la simulation d'une couche limite convective

## 5.1 Contexte et description de la simulation étudiée

La simulation LES d'une couche limite atmosphérique dans le cas convectif est un sujet bien documenté dont traitent de nombreux travaux comme nous l'avons vu précédemment [Deardorff, 1970,1972,1974a,1974b,1980], [Moeng, 1984], [Mason, 1989], [Schmidt and Schumann, 1989], [Sykes and Henn, 1989], [Nieuwstadt et al., 1992], [Khanna and Brasseur, 1997], [Lewellen and Lewellen, 1998], [Sullivan et al., 1998], [Albertson and Parlange, 1999a]... Suivant [Schmidt and Schumann, 1989], utilisant un modèle sous maille basé sur l'équation d'évolution de l'énergie turbulente sous-maille et [Dipankar, 2009], utilisant le modèle sous-maille de Wong-Lilly, nous nous intéressons, ici, à une couche limite convective de vitesse horizontale moyenne nulle où la production de la turbulence est, par définition, dominée par les forces de flottabilité qui prennent le dessus sur les forces de cisaillements. Il apparaît alors des structures turbulentes composées de zones d'air chaud ascendantes et des zones d'air froid descendantes. On parle de convection et de couche limite mélangée. Les mouvements d'air au sein de ce type de couche sont commandés par des grandes structures, des grands tourbillons. Pour la plupart ils sont plus grands que la largeur du filtre spatial. Ainsi l'influence de la partie sous-maille du modèle LES utilisé est petite devant celle de la partie résolue. Les forces de Coriolis sont, dans ce cas, négligées du fait qu'elles sont faibles et donc négligeables en conditions de vent moyen nul.

En s'appuyant sur les travaux réalisés par [Dipankar, 2009], à l'aide de Code_Saturne et d'un seul modèle LES, nous testons, dans ce chapitre, différents modèles sous-maille : le modèle de Smagorinsky, le modèle de Germano-Lilly, le modèle de Wong-Lilly et le modèle WALE. De plus, nous étudions la sensibilité aux deux types de paramétrisation de la couche de surface à savoir la méthode analytique de Louis et la méthode itérative de Monin-Obukhov. Par la suite, les équations de Navier-Stokes sont modifiées afin de passer d'une configuration à masse volumique constante considérant l'approximation de Boussinesq, similaire à [Dipankar, 2009], à une configuration à masse volumique variable, plus standard pour Code_Saturne. Nous profitons de cette analyse pour explorer les différents profils moyens des variables résolues, les contributions résolues et sous-maille des flux ainsi que quelques structures 3D via des coupes horizontales ou verticales du domaine.

### 5.1.1 Maillage et discrétisation temporelle de la simulation

Le domaine de simulation est un domaine de $100 \times 100 \times 60$ cellules représentant un espace de $5\,\text{km} \times 5\,\text{km} \times 3\,\text{km}$ (Fig. 5.1). Le maillage est donc régulier, isotrope et comprend $6.10^5$ cellules de résolution $50\,\text{m} \times 50\,\text{m} \times 50\,\text{m}$ similaire à [Schmidt and Schumann, 1989] et [Dipankar, 2009].

Le pas de temps utilisé est $\Delta t = 5s$. Les résultats sont étudiés après que la simulation ait atteint un état quasi-stationnaire, dès $t$ =1h40min. Les résultats étudiés dans la suite de cette partie sont moyennés temporellement sur les 50 min précédant la fin de la simulation, intervenant au terme de $15000\,s$.

### 5.1.2 Les conditions limites

Les conditions limites sont périodiques dans les directions horizontales $x$ et $y$. A la surface on a une paroi rugueuse où $z_0 = 0.16\ m$, sur laquelle est appliquée une condition de flux, de type Neumann, pour la température potentielle $\Theta$. Le flux thermique au sol $Q_0$ est alors fixé à une valeur constante $Q_0 = 0.06 K m s^{-1}$. Ce flux de surface va diriger la convection en créant des ascendances d'air chaud. Au sommet, est imposée pour toutes les variables $(\overline{u},\overline{v},\overline{p},\overline{\Theta})$ une condition de flux nul, excepté pour la composante verticale de la vitesse $\overline{w}$ qui est fixée, par une condition de Dirichlet, à 0.

Pour la paramétrisation des premières mailles, il sera utilisé, tour à tour, une paramétrisation du type Louis et Monin-Obukhov. Le but sera de comparer ces deux

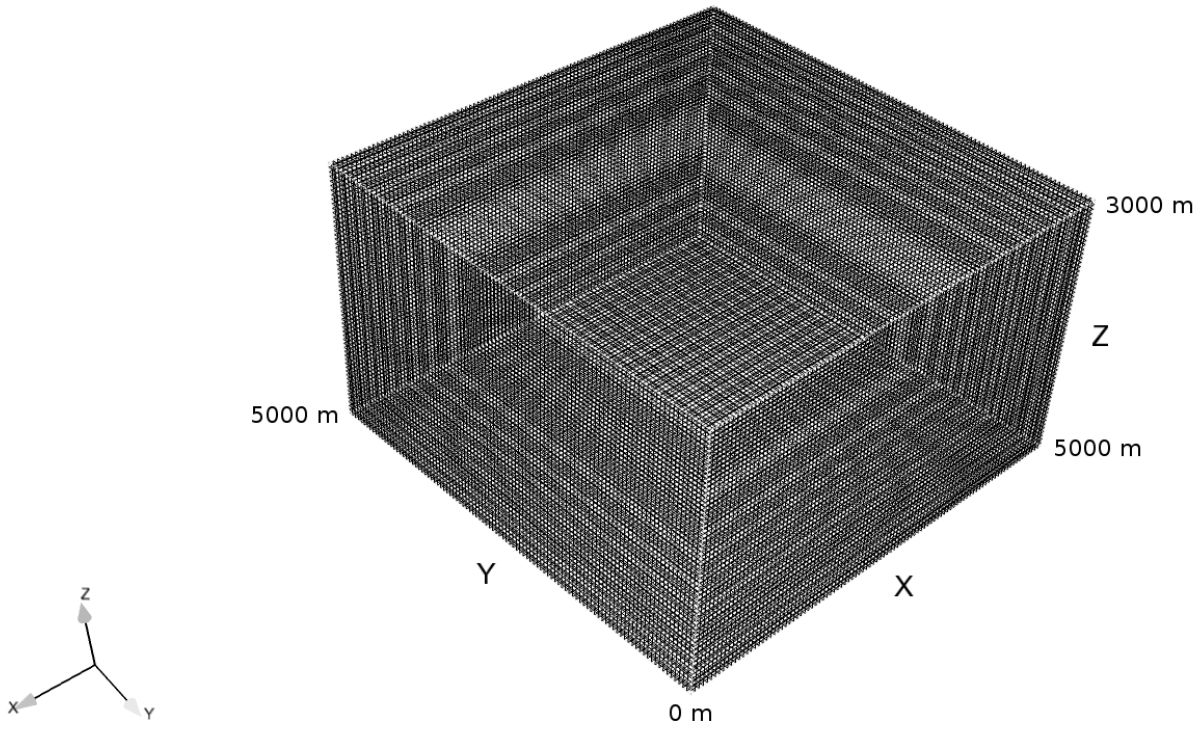



FIGURE 5.1 – *Le domaine de dimension* $5000\,m \times 5000\,m \times 3000\,m$ *utilisé pour la simulation LES d'une couche limite convective. Ce maillage est isotrope, régulier et comporte* 622261 *nœuds.*

paramétrisations sur ce cas classique de convection.

### 5.1.3 Les conditions initiales

Concernant les conditions initiales à $t = 0$ la vitesse et la température potentielle sont initialisées à :

Pour $0 < z \leqslant z_{i,ini}$ :

$$\begin{cases} \overline{\Theta}_{ini}(z) = \overline{\Theta}_0 + 0.1r(1 - z/(0.844\ z_{i,ini}))\Theta_{*,ini} \\ \overline{u}_{i,ini}(z) = 0.1r(1 - z/(0.844\ z_{i,ini}))w_{*,ini} \end{cases} \tag{5.1.1}$$

Pour $z > z_{i,ini}$ :

$$\begin{cases} \overline{\Theta}_{ini}(z) = \overline{\Theta}_0 + (z - (0.844\ z_{i,ini}))\frac{d<\overline{\Theta}>}{dz} \\ \overline{u}_{i,ini}(z) = 0 \end{cases} \tag{5.1.2}$$

$z_{i,ini}$ définit la hauteur de la couche de mélange initiale qui est prise arbitrairement à $z_{i,ini} = 1600\ m$. Le terme de gradient vertical $\frac{d<\overline{\Theta}>}{dz}$ est fixé à $0.003K.m^{-1}$. Le paramètre $r$ est tiré de manière aléatoire entre $-0.5$ et $0.5$ afin d'initier la convection dans le domaine. Ce bruit aléatoire est appliqué sur les profils de $\overline{u_i}$ et de $\overline{\theta}$ initiaux.

Le profil initial de $\overline{\Theta}$ comporte un gradient faible jusqu'à $0.844\ z_{i,ini}$ (Fig. 5.2). La température potentielle reste, alors, en moyenne proche de sa valeur au sol $\overline{\Theta}_0$. Cette première partie est donc la couche de mélange au sein de laquelle se déroule l'essentiel du brassage d'air provoqué par la convection. Il y a une inversion importante du gradient de température potentielle au niveau de $0.844\ z_{i,ini}$, caractéristique du sommet de la couche d'entraînement. Au delà de cette altitude le profil de $\overline{\Theta}$ redevient fortement stable avec un gradient positif $\frac{d<\overline{\Theta}>}{dz}$ : c'est l'atmosphère libre. Le profil initial choisi reproduit un profil type d'une couche limite convective la journée.

De plus, les échelles caractéristiques de la température $\Theta_{*,ini}$ et de la vitesse convective $w_{*,ini}$ sont déterminées à l'instant initial par :

$$\begin{cases} w_{*,ini} = (\beta g Q_0 z_{i,ini})^{\frac{1}{3}} \\ w_{*,ini} = 1.46 m.s^{-1} \end{cases} \tag{5.1.3}$$

$$\begin{cases} \Theta_{*,ini} = \frac{Q_0}{w_{*,ini}} \\ \Theta_{*,ini} = 0.041K \end{cases} \tag{5.1.4}$$

Avec le flux thermique $Q_0 = 0.06K.m.s^{-1}$, $\beta = 1/\overline{\Theta}_0 = 1/300\ K^{-1}$ et la gravité $g = 9.81\ ms^{-1}$.

Dans la suite du calcul $w_*$ et $\Theta_*$ seront réestimés, à chaque pas de temps, à l'aide la hauteur de la couche limite $z_i$ définie comme étant l'altitude où le flux vertical $< \overline{w'\Theta'} >$ atteint son minimum.

Enfin, au centre de la première maille près du sol, il est ajouté une faible vitesse convective égale à $\sqrt{u_1(z)^2 + u_2(z)^2} = 0.07\ (g\ u_*\ \Theta_*\ \Delta z/\overline{\Theta_0})$ afin d'éviter des solutions étranges pour des écoulements de vitesse nulle [Schmidt and Schumann, 1989].

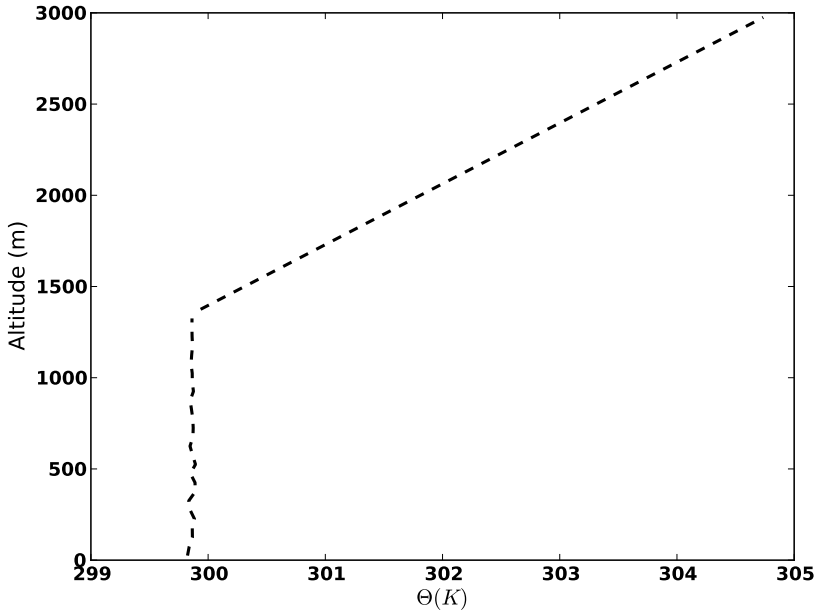



FIGURE 5.2 – *Le profil initial de température potentielle. Il est divisé en trois parties distinctes. La première : la couche de mélange de gradient faible, la deuxième : la couche d'entraînement caractérisée par une inversion du gradient à* $0.844\ z_{i,ini} = 1350\ m$ *et la troisième : l'atmosphère libre, stable, de gradient* $\frac{d<\overline{\Theta}>}{dz} = 0.003 K.m^{-1}$.

## 5.2 Validation du code

De manière identique à [Dipankar, 2009], nos travaux LES réalisés à l'aide de Code_Saturne vont être confrontés aux résultats de [Schmidt and Schumann, 1989] pour validation. De plus ils seront comparés à des mesures faites en laboratoires et référencées dans les articles [Willis and Deardorff, 1974] et [Deardorff and Willis, 1985]. Pour débuter, nous opterons pour une modélisation LES avec un modèle sous-maille du type Smagorinsky, sachant que [Schmidt and Schumann, 1989] utilisent un modèle, proche de celui de [Deardorff, 1980] détaillé précédemment, où les flux sous-maille et leurs composantes anisotropes sont estimés à l'aide d'équations au second ordre. Physiquement la hauteur de la couche limite $z_i$ augmente sous l'action du chauffage au sol, il sera donc utilisé, pour l'étude des profils, des hauteurs adimensionnées $z/z_i$ pour s'en affranchir.

Pour la température potentielle normalisée $< \overline{\Theta} > /\Theta_*$ (Fig. 5.3) moyennée sur l'horizontale on remarque une quasi parfaite concordance des profils verticaux entre

ceux issus de notre simulation Code_Sature et ceux issus de [Schmidt and Schumann, 1989]. Dans la couche de mélange la température potentielle semble, tout de même, très légèrement plus élevée. Le premier point de notre profil se situe à 25m au-dessus du sol, ce qui correspond à l'altitude du premier centre de maille. A cette hauteur les deux profils se superposent idéalement. La différence au sol provient uniquement du fait que [Schmidt and Schumann, 1989] rapportent la valeur au sol, ce qui n'est pas le cas avec Code_Saturne. Le gradient juste au-dessus $z/z_i = 1$ semble plus fort pour les résultats de [Schmidt and Schumann, 1989], bien qu'il se relaxe peu après vers notre profil. Le profil moyen typique d'une couche limite convective est donc convenablement reproduit avec un gradient négatif près du sol dans la couche de surface, un gradient nul dans la couche de mélange, une inversion du gradient au niveau de la zone d'entraînement au sommet de la couche limite et au-delà, enfin, un gradient positif correspondant à l'atmosphère libre.

Concernant les profils verticaux des flux thermiques normalisés $< \overline{w'\Theta'} > /(w_*\Theta_*)$ (Fig. 5.4) les résultats des deux simulations correspondent. Les mesures expérimentales de [Deardorff and Willis, 1985] sont ajoutés en plus des autres profils. Les flux thermiques émanant de [Schmidt and Schumann, 1989], reportés sur les figures 5.4 (a) et 5.4 (c), sont, à la différence de Code_Saturne, la somme de la partie résolue et de la partie sous-maille. Sur le graphique 5.4 (a), le profil vertical du flux provenant de Code_Saturne est comparable à ceux de [Schmidt and Schumann, 1989]. Le minimum négatif du flux, définissant la hauteur de couche limite ($z/z_i = 1$), est plus faible dans notre cas et apparaît un peu plus haut. Ceci pouvant, peut-être, être expliqué par la différence du gradient de température potentielle au-dessus de $z_i$ (Fig. 5.3), vu dans le précédant paragraphe. Plus le gradient de température est fort au-delà de $z_i$ plus le minimum de flux est important. Lors de la comparaison à [Deardorff and Willis, 1985], notre simulation se révèle plus proche des mesures. Enfin, à la surface nous remarquons que la partie résolue du flux ne suffit pas à reproduire un profil proche de [Schmidt and Schumann, 1989]. Sur la figure 5.4 (b) sont comparés les contributions des parties sous-maille des modèles LES. On remarque que la partie sous-maille du flux, dans Code_Saturne, est plus faible à la surface. Tout le flux au sol dans [Schmidt and Schumann, 1989] provient de la contribution sous maille ce qui n'est pas le cas avec notre modèle qui résout environ 40% du flux. Le modèle sous-maille de [Schmidt and Schumann, 1989] admet une longueur caractéristique $l_m$ variable en fonction de $z$, près de la surface, $l_m = min(\frac{1}{3}(\overline{\Delta}_x + \overline{\Delta}_y + \overline{\Delta}_z), c_l z)$ où $c_l = 0.845$. Alors que, le modèle de Smagorinsky n'utilise que l'échelle de longueur $\overline{\Delta}$,

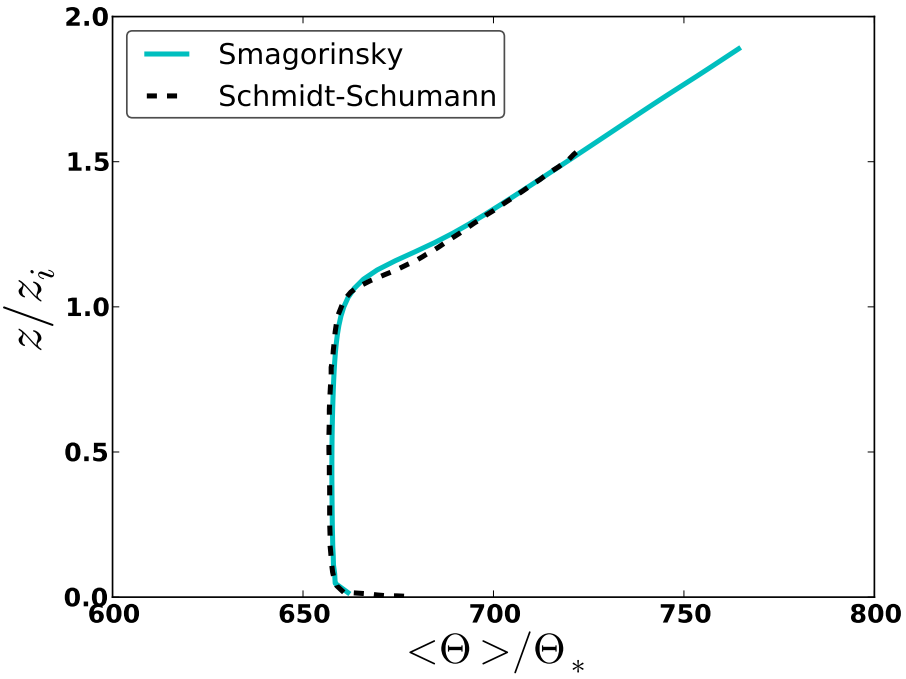



FIGURE 5.3 – *Température potentielle moyenne normalisée* $<\overline{\Theta}>/\Theta_*$ *en fonction de* $z/z_i$. *En trait bleu plein on retrouve les résultats de la simulation effectuée avec un modèle sous-maille du type Smagorinsky à l'aide de Code_Saturne [Smagorinsky] et en tiretés noirs les résultats provenant de [Schmidt and Schumann, 1989] [Schmidt-Schumann].*

liée à la résolution, pour le calcul de la viscosité turbulente sous-maille. Cette différence peut-être à l'origine d'une relaxation, près du sol, de l'effet du modèle sous-maille dans le cas [Schmidt and Schumann, 1989] qui pourrait expliquer l'écart entre les deux profils. Dans le reste de la couche limite convective la contribution sous-maille est quasi nulle. Sur la figure 5.4 (c), lorsque sont comparées les sommes des contributions sous-maille et des flux résolus, les profils verticaux sont relativement proches excepté près de la surface où subsiste une légère différence expliquée en partie par les irrégularités provenant de la partie résolue du flux thermique. Nous verrons dans le prochain chapitre que cet effet provient d'oscillations numériques sur les vitesses verticales.

La comparaison des profils verticaux des variances normalisées $<\overline{u'^2}>/w_*^2$, $<\overline{w'^2}>/w_*^2$ et $<\overline{\Theta'^2}>/\Theta_*^2$ (Fig. 5.5) apporte elle aussi de nombreuses informations. La confrontation des variances résolues de la simulation Code_Saturne aux résultats des

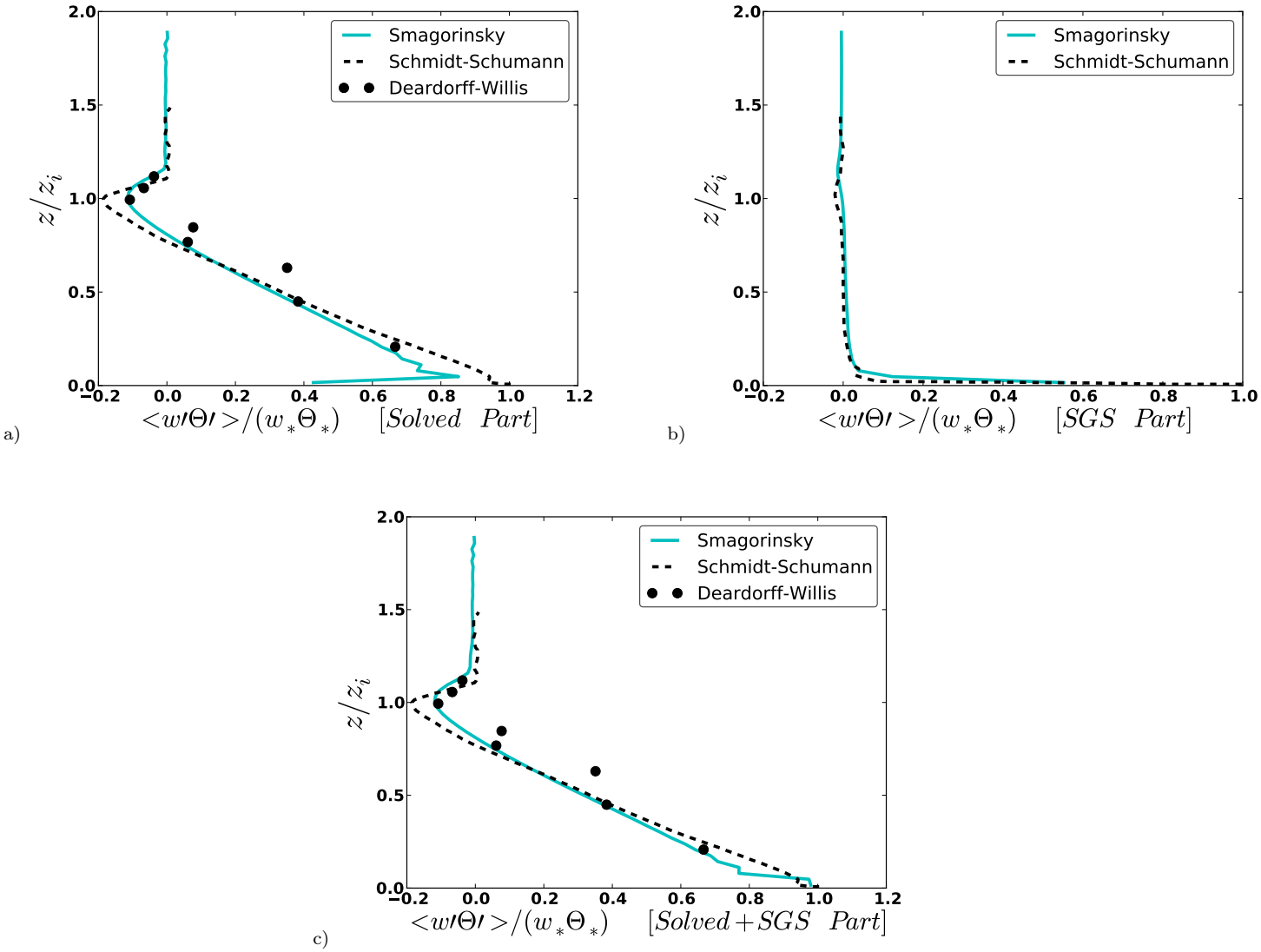



FIGURE 5.4 – *Flux thermiques verticaux normalisés* $< \overline{w'\Theta'} > /(w_*\Theta_*)$ *en fonction de* $z/z_i$. *La correspondance des lignes et des couleurs est similaire à la figure 5.3. De plus les symboles ronds noirs désignent des mesures effectuées en laboratoire par [Deardorff and Willis, 1985]. (a) représente la partie résolue du flux thermique de notre simulation, comparée à la somme de la partie résolue et sous-maille du flux issue de [Schmidt and Schumann, 1989] et de [Deardorff and Willis, 1985] (Solved Part). (b) rapporte les parties sous-maille du flux thermique (SGS part). Enfin (c) confronte les sommes de la partie résolue et de la partie sous maille des flux entre elles (Solved + SGS Part).*

articles énumérés précédemment, représentant les sommes des parties résolues et de leurs composantes anisotropes, est réalisée. Pour $< \overline{u'^2} > /w_*^2$ les variations sont similaires mais notre modèle donne une variance plus faible de la vitesse horizontale. Seulement les autres résultats comprennent les contributions sous-maille indiquées sur la figure 5.5 pour [Schmidt and Schumann, 1989]. Ainsi, si on prend cette information en compte et que l'on ajoute la composante sous-maille à notre variance, on se retrouve avec un profil très proche des mesures expérimentales de [Willis and Deardorff, 1974].

Un raisonnement similaire peut être fait pour les autres variances. Dans le cas de $< \overline{w'^2} > /w_*^2$ notre signal est superposé aux résultats de [Deardorff and Willis, 1985] et est plus faible que ceux de [Schmidt and Schumann, 1989]. Mais si nous prenons en compte la composante sous-maille, la variance se trouve être plutôt de l'ordre du profil de [Willis and Deardorff, 1974]. De même pour $< \overline{\Theta'^2} > /\Theta_*^2$, notamment à la surface où l'écart semble provenir essentiellement de la partie sous-maille. Enfin, la variance de température potentielle, pour le modèle de Smagorinsky, admet un pic, autour de $z/z_i = 1$, plus en altitude que ceux des articles auxquels on se compare.

Malgré quelques différences proche de la surface, Code_Saturne, avec un modèle sous maille du type Smagorinsky, permet de modéliser une couche atmosphérique convective fidèle aux résultats expérimentaux et à ceux de [Schmidt and Schumann, 1989]. Cette étape nous a permis de valider notre LES dans un cas d'étude typique de la physique atmosphérique.

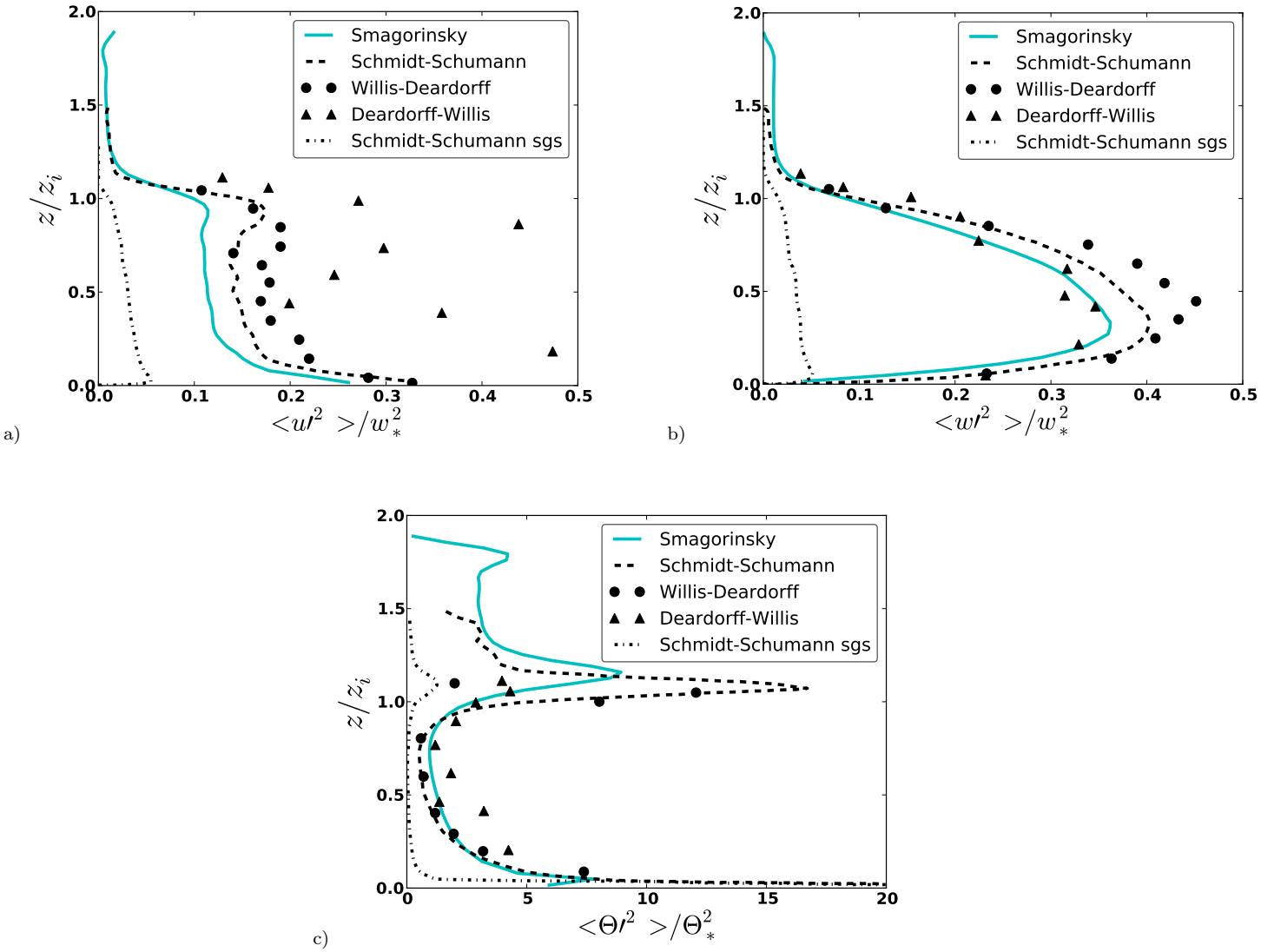



FIGURE 5.5 – *Variances normalisées (a)* $<\overline{u'^2}>/w_*^2$*, (b)* $<\overline{w'^2}>/w_*^2$ *et (c)* $<\overline{\Theta'^2}>/\Theta_*^2$ *en fonction de* $z/z_i$*. En bleu la partie résolue des différentes variances de la simulation Code_Saturne. Les sommes de la partie résolue et de leurs composantes anisotropes sont représentées en tiretés noirs pour [Schmidt and Schumann, 1989], en symboles ronds noirs pour [Deardorff and Willis, 1985] et en symboles triangulaires noirs pour [Willis and Deardorff, 1974]. De plus est indiquée en pointillés-tiretés la contribution de la partie anisotropes des variances pour [Schmidt and Schumann, 1989].*

## 5.3 Comparaisons de différentes paramétrisations de couche de surface

Le module atmosphérique de Code_Saturne admet par défaut une paramétrisation de la couche limite atmosphérique conforme aux travaux de Louis [Louis, 1979] [Louis et al., 1982]. Par défaut dans Code_Saturne, les constantes nécessaires au schéma de Louis sont fixées à $a = 5$, $b = 5$ et $c = 5$. De plus, il sera testé d'autres constantes $a = 15$, $b = 4$ et $c = 5$, déterminées à l'aide des données de la campagne Lannemezan qui s'est déroulée entre mai 1999 et mars 2001 [Musson-Genon et al., 2007] mieux adaptée à la paramétrisation locale de la couche limite de surface. Enfin, cette étude permettra de confronter les résultats obtenus avec une paramétrisation du type Monin-Obukhov [Monin and Obukhov, 1954], itérative, utilisant les fonctions récentes de [Cheng and Brutsaert, 2005] (cf. Section 2.4). Les différentes paramétrisations citées ci-dessus seront référencées respectivement par les notations [L82], [MG07] et [MO54].

La première comparaison a été faite sur la vitesse de frottement moyenne $< u_* >$ normalisée par $w_*$ (Fig. 5.6). Ainsi, peu de différences sont visibles entre le schéma de Louis et celui de Monin-Obukhov. De plus, entre la paramétrisation [L82] et la paramétrisation [MG07] aucun écart ne peut être distingué, preuve que dans ce cas les constantes $a$, $b$ et $c$ n'influent que très peu. La vitesse de frottement $< u_* >$ déterminée par les deux modèles de Louis semble proche de celle estimée à l'aide du modèle de Monin-Obukhov. Même si les paramétrisations [L82] et [MG07] produisent, en moyenne, un $< u_* >$ très légèrement plus faible que [MO54].

Les profils de température potentielle normalisée $< \overline{\Theta} > /\Theta_*$ (Fig. 5.7) montrent une parfaite concordance de l'évolution de la température potentielle sur la verticale. On retrouve, comme dans l'étape de validation du code, un gradient de la température potentielle normalisée plus faible au-dessus de $z/z_i = 1$. Sinon au-dessous de cette valeur aucune différence n'est remarquée. Les différentes paramétrisations n'influencent pas le profil moyen de température potentielle.

Les flux $< \overline{w'\Theta'} > /(w_*\Theta_*)$ et la variance de la température potentielle $< \overline{\Theta'^2} > /\Theta_*^2$ sont identiques quelque soit la paramétrisation (Fig. 5.8). Les différents profils de Code_Saturne se superposent exactement. Quelques nuances apparaissent cependant sur les profils de variance de vitesse verticale et horizontale. Concernant $< \overline{w'^2} > /w_*^2$ la paramétrisation de Monin-Obukhov produit plus de fluctuations vers $z/z_i = 0.4$. Ce pic de variance est produit essentiellement par l'accélération des structures thermiques

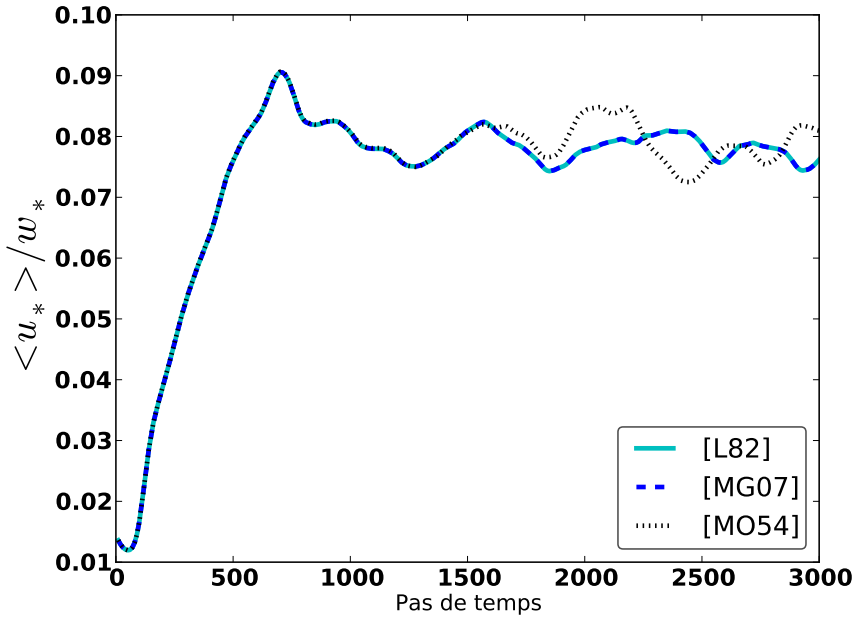



FIGURE 5.6 – *Vitesse de frottement moyenne normalisée* $< u_* > / w_*$ *en fonction du pas de temps. Les résultats des paramétrisations de Louis sont représentés par des pointillés noirs pour la méthode [L82] et par des tiretés bleus foncés pour la méthode [MG07]. La paramétrisation de Monin-Obukhov, [MO54], est représentée par une ligne bleue claire.*

ascendantes de la convection. La paramétrisation [MO54] semble engendrer un courant ascendant plus important dû sûrement à une différence de $u_*$ calculé. On se rapproche ainsi de la modélisation de [Schmidt and Schumann, 1989]. Concernant la variance de vitesse horizontale, un léger écart est présent au bas du profil. La forte valeur de la variance $< \overline{u'^2} > / w_*^2$ au bas du domaine est provoquée par l'important cisaillement de vent dans la couche de surface. Ensuite, la variance diminue plus fortement pour [MO54] que pour [L82] [MG07] jusqu'à $z/z_i = 0.2$ puis reste constante dans la couche de mélange.

Il est difficile de déterminer laquelle des paramétrisations est la plus adaptée à la LES. Les méthodes de Louis ne présentent aucune différence et la méthode de Monin-Obukhov est similaire en de nombreux points aux deux autres. Ni les mesures, ni les résultats de [Schmidt and Schumann, 1989] ne peuvent discriminer une des méthodes. Nous poursuivrons le reste des études avec une paramétrisation du type [MO54], itéra-

tive.

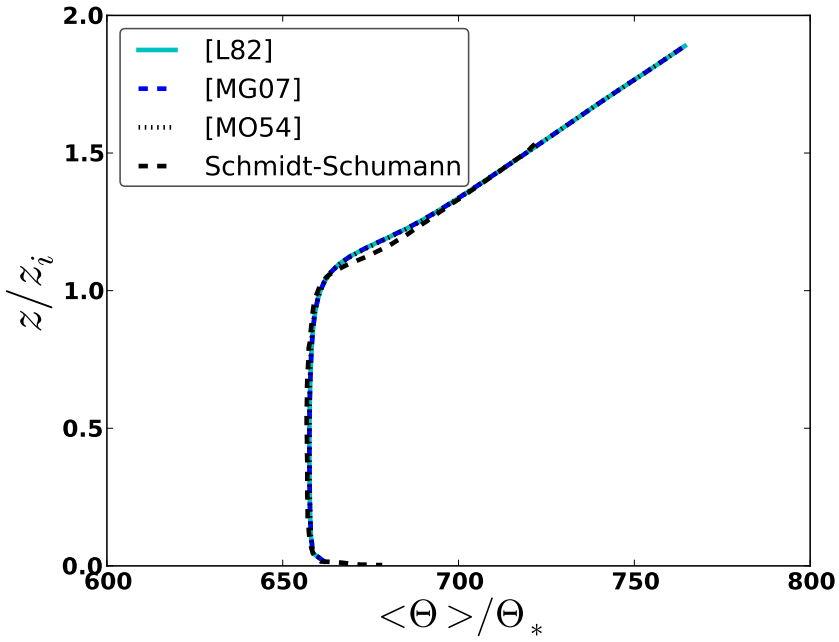



FIGURE 5.7 – *Température potentielle pondérée, moyennée sur l'horizontal*$<\overline{\Theta}>/\Theta_*$. *En bleu clair sont représentés les profils utilisant la paramétrisation [L82], en tiretés bleus foncés ceux utilisant la paramétrisation [MG07], en pointillés noirs ceux utilisant la paramétrisation [MO54] en tiretés noirs les résultats issus de [Schmidt and Schumann, 1989].*

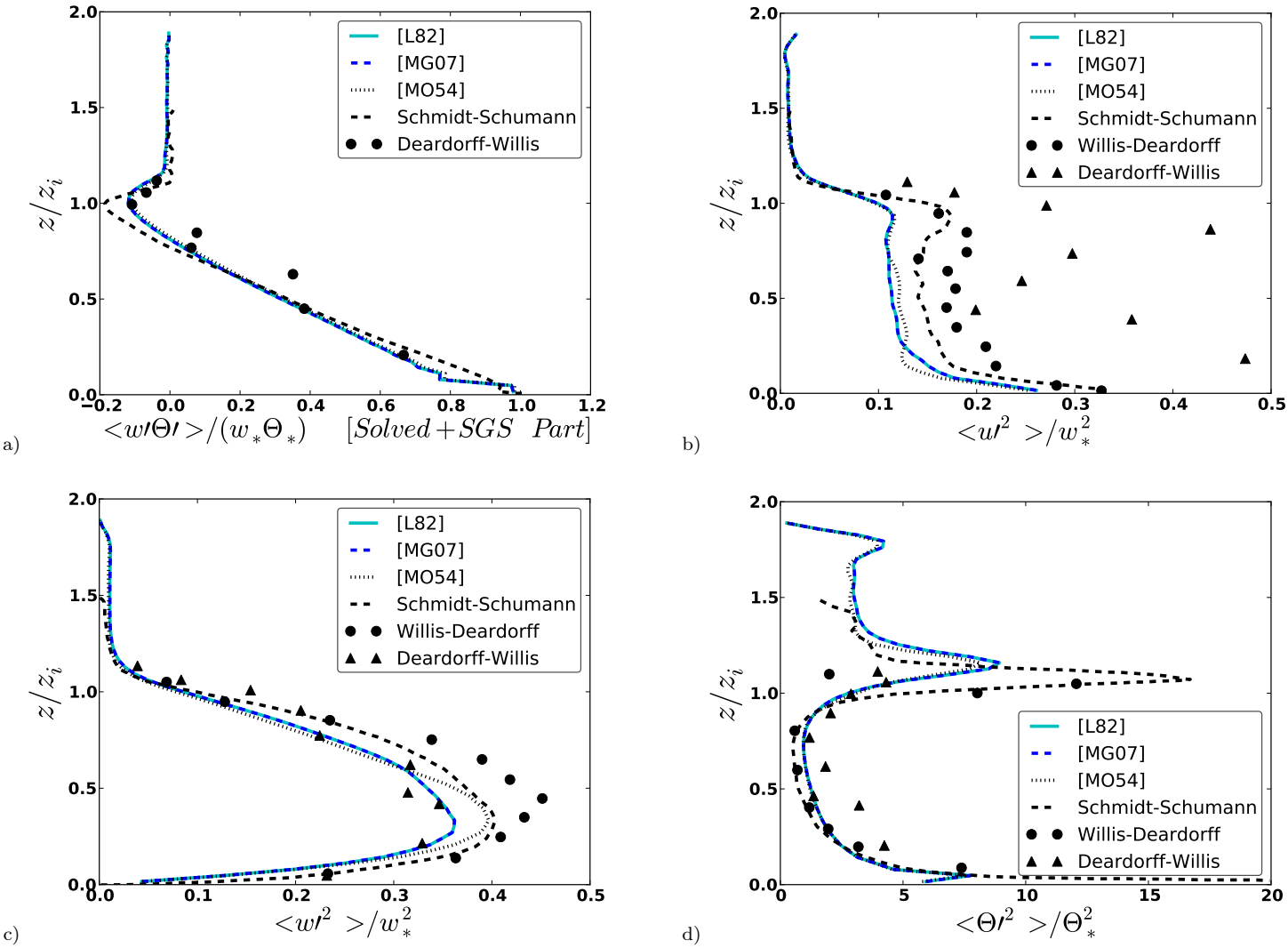



FIGURE 5.8 – *(a) Somme de la contribution sous-maille et de la partie résolue des flux thermiques* $< \overline{w'\Theta'} > /(w_*\Theta_*)$ *[Solved + SGS Part]. Variances normalisées (b)* $< \overline{u'^2} > /w_*^2$*, (c)* $< \overline{w'^2} > /w_*^2$ *et (d)* $< \overline{\Theta'^2} > /\Theta_*^2$ *en fonction de* $z/z_i$*. En bleu clair sont représentés les profils utilisant la paramétrisation [L82], en tiretés bleus foncés ceux utilisant la paramétrisation [MG07] et en pointillés noirs ceux utilisant la paramétrisation [MO54]. Les correspondances des autres lignes et symboles sont similaires à la figure 5.5.*

## 5.4 Comparaisons de différents modèles sous-maille

Dans cette partie, différents modèles sous-maille seront testés avec une paramétrisation du type Monin-Obukhov. Les quatres modèles utilisés seront le modèle de Smagorinsky, le modèle dynamique de Germano-Lilly, le modèle WALE et le modèle dynamique de Wong-Lilly incorporant un modèle sous-maille pour la partie thermique (cf. Section 3.2.1 et Section 3.2.2). Il sera mis en évidence les écarts qu'implique le changement de modèle sous-maille dans les simulations Code_Saturne. Ce test de sensibilité nous montrera la relative importance du modèle sous-maille utilisé dans le cas d'une couche convective atmosphérique.

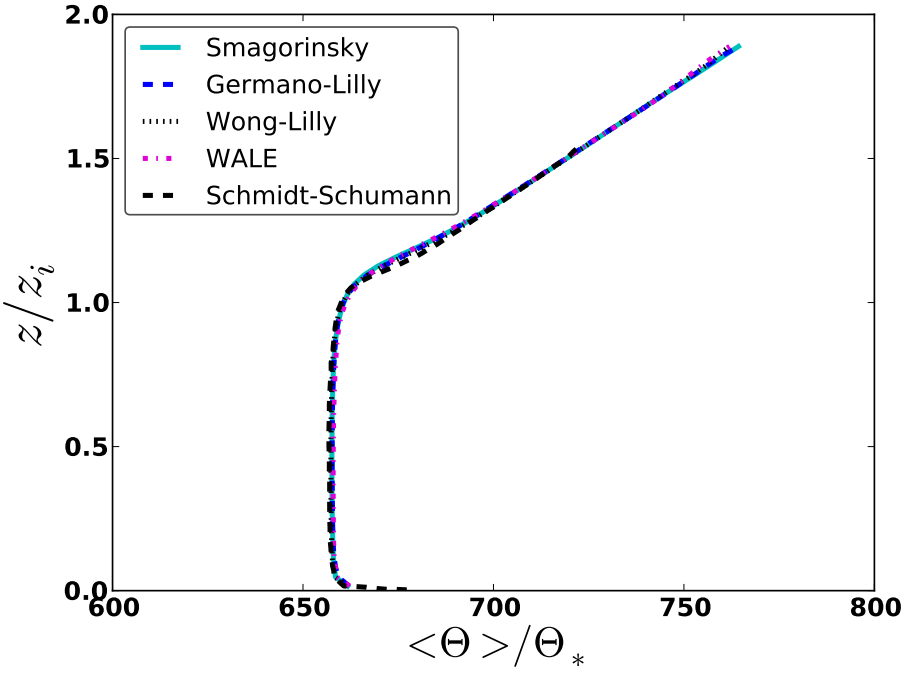



FIGURE 5.9 – *Température normalisée moyenne* $<\overline{\Theta}>/\Theta_*$ *en fonction de* $z/z_i$. *En bleu clair on retrouve le modèle de Smagorinsky, en tiretés bleus foncés le modèle de Germano-Lilly, en pointillés noirs le modèle de Wong-Lilly et en pointillés-tiretés roses le modèle de WALE.*

Premièrement concernant les profils moyens de $<\overline{\Theta}>/\Theta_*$ aucun écart n'apparait entre les différents modèles sous-maille (Fig. 5.9). Les quatre simulations épousent rigoureusement la même courbe et sont très proches des résultats de [Schmidt and Schumann,

1989]. La modification du modèle ne semble donc pas affecter la température moyenne résolue $< \overline{\Theta} >$.

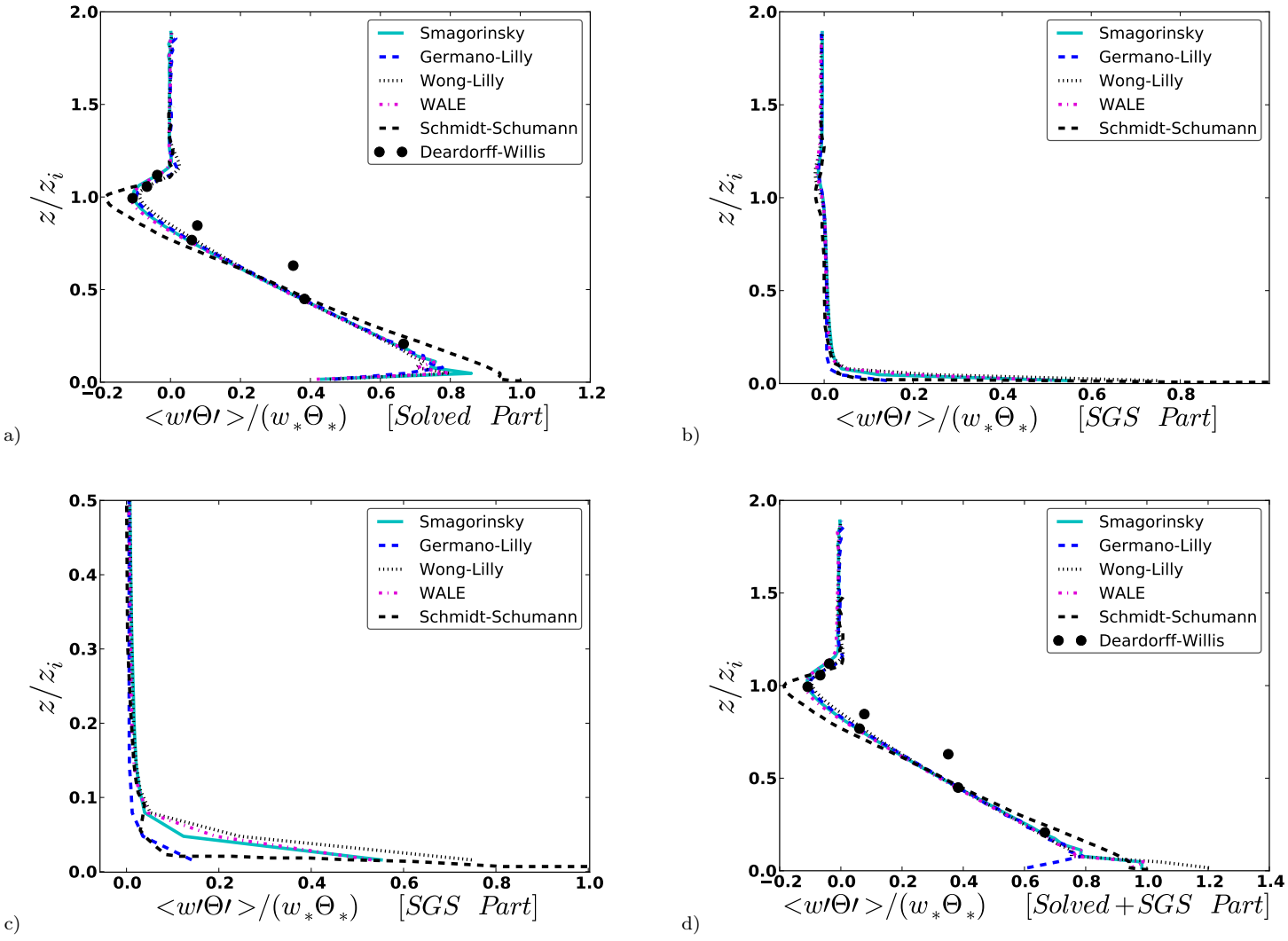



FIGURE 5.10 – *Flux thermiques normalisés* $< \overline{w'\Theta'} > /(w_*\Theta_*)$ *en fonction de* $z/z_i$. *(a) les flux résolus comparés à la somme de la partie résolue et la partie sous-maille de [Schmidt and Schumann, 1989]. (b) la comparaison des contributions sous-maille. (c) représente le zoom de (b) proche de la surface. (d) la comparaison des flux totaux. En bleu clair on retrouve le modèle de Smagorinsky, en tiretés bleus foncés le modèle de Germano-Lilly, en pointillés noirs le modèle de Wong-Lilly et en pointillés-tiretés roses le modèle de WALE. Les symbole ronds noirs représentent les mesures issues de [Deardorff and Willis, 1985].*

Les flux thermiques $< \overline{w'\Theta'} > /(w_*\Theta_*)$, pour leurs parties résolues, se comportent de façon similaire (Fig. 5.10). Quelques très légères différences sont visibles au bas du domaine. Cependant les contributions sous-maille des flux montrent des variations importantes. Ceci paraît logique, du fait que, selon le modèle LES employé, la partie sous-maille du flux $< \overline{w'\Theta'} >$, $\tau_{3\Theta}$, n'est pas calculé à partir des mêmes équations et n'incorpore pas la même physique. Sur la figure 5.10 (c), en dessous de $z/z_i = 0.2$, les flux issus du modèle de Smagorinsky et du modèle de WALE, deux modèles non-dynamiques, sont similaires. Les modèles dynamiques, pour leur part, se comportent très différemment l'un de l'autre. Le modèle de Germano-Lilly ne produit qu'une très faible contribution sous-maille, encore plus petite que les modèles non-dynamiques. Le modèle de Wong-Lilly, au contraire produit un flux sous-maille important se rapprochant de celui de [Schmidt and Schumann, 1989]. Les flux totaux, somme de la partie résolue et sous-maille, sont par conséquent impactés par les différences entre les modèles. Les parties résolues étant quasi identiques la tendance des contributions sous-maille se retrouvent sur les flux totaux. Ainsi les modèles non-dynamiques reproduisent les mêmes flux tandis que le modèle de Germano-Lilly, avec une contribution sous-maille pas assez importante, reste faible à la surface modélisant une inversion de flux à $z/z_i = 0.2$ et le modèle Wong-Lilly produit le flux le plus important à la surface.

Concernant les variances résolues de vitesse horizontale, le modèle de Germano-Lilly se distingue des autres par une valeur plus forte près du sol, superposée aux résultats de [Schmidt and Schumann, 1989] et synonyme de cisaillement plus intense dans la couche de surface 5.11. Sinon, les autres modèles sont proches les uns des autres. Pour la variance de vitesse verticale, c'est au tour du modèle de Wong-Lilly de se distinguer, autour de $z/z_i = 0.4$, par une amplitude plus faible et plus proche des observations de [Deardorff and Willis, 1985]. De même pour $< \overline{\Theta'^2} > /\Theta_*^2$ où, à la différence des autres modèles, le pic de variance est plus important au niveau de $z = z_i$. Le pic de $< \overline{\Theta'^2} > /\Theta_*^2$ est généralement dû à deux phénomènes. Le premier, le plus évident, est la pénétration des cellules convectives dans l'atmosphère stable au-dessus de la couche limite dite libre. Cela crée des fluctuations thermiques importantes du fait de la différence de température entre les thermiques ascendantes et la couche stable qui peuvent générer des ondes de gravité ou de convection (à la fréquence de Brunt-Väisälä) dans l'atmosphère libre [Stull, 1988]. L'autre phénomène pouvant contribuer, à moindre ampleur, à ce pic, sont les instabilités de Kelvin-Helmholtz. Elles sont provoquées par le cisaillement du vent entre la couche de mélange avec un vent sub-géostrophique et l'atmosphère libre avec un vent

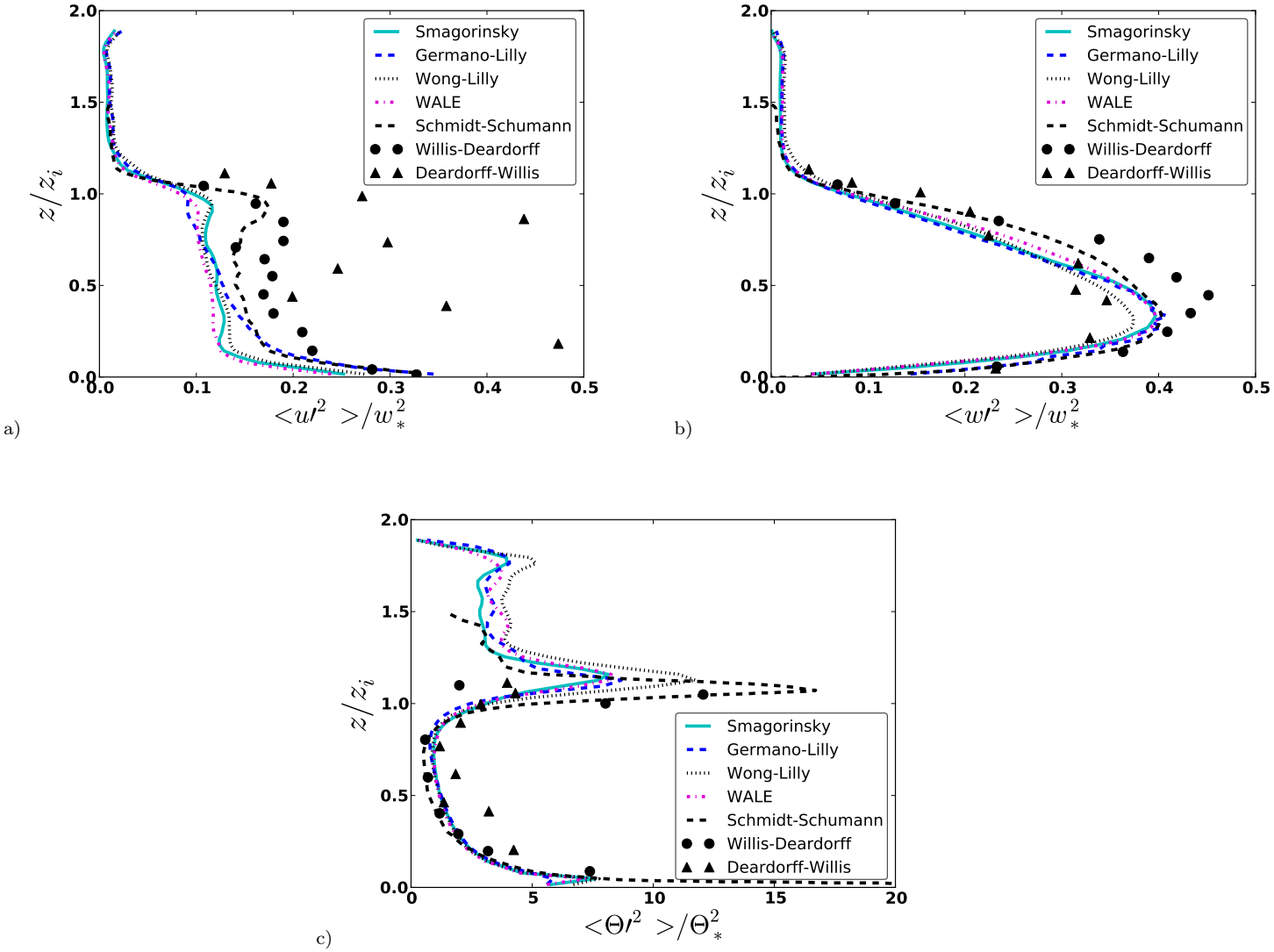



FIGURE 5.11 – *Variances normalisées (a)* $<\overline{u'^2}>/w_*^2$*, (b)* $<\overline{w'^2}>/w_*^2$ *et (c)* $<\overline{\Theta'^2}>/\Theta_*^2$ *en fonction de* $z/z_i$*. Les correspondances des lignes et des symboles sont similaires à la figure 5.10. De plus les symboles triangulaires représentent les mesures issues de [Willis and Deardorff, 1974].*

géostrophique [Stull, 1988]. La somme de ces deux derniers processus physiques semble plus important avec le modèle de Wong-Lilly se rapprochant ainsi des mesures de [Willis and Deardorff, 1974] et du profil de [Schmidt and Schumann, 1989].

De plus il est important d'avoir une idée de l'influence de la partie thermique dans

le modèle Wong-Lilly. On peut imaginer ne pas appliquer de modèle dynamique sous-maille pour la thermique et ainsi déterminer de deux manières différentes la viscosité sous-maille thermique $\nu_\Theta = \nu_t/Pr_t$. La première identique à la section 3.2.2.3, utilisée depuis le début de l'étude, prend en compte le nombre de Prandtl turbulent $Pr_t$ calculé dynamiquement pour déterminer $\nu_\Theta$. La deuxième méthode ne déterminerait $\nu_\Theta$ qu'à partir d'un nombre de Prandtl turbulent constant $Pr_t = cste$. C'est ce qui est fait, pour la partie thermique, dans les trois autres modèles Smagorinsky, Germano-Lilly et WALE. $\nu_\Theta$ n'est alors que la viscosité $\nu_t$, déterminée spécifiquement pour chaque modèle, à une constante $Pr_t$ près. Il n'y a donc plus de dissociation de la partie dynamique et thermique pour le modèle sous-maille.

Sur la figure 5.12, concernant les flux thermiques totaux, il apparaît que le modèle de Wong-Lilly , après avoir substitué l'estimation dynamique du nombre de Prandtl turbulent par un nombre de Prandtl turbulent constant, produit des flux thermiques verticaux plus faibles à la surface. $< \overline{w'\Theta'} > /(w_*\Theta_*)$ se rapproche ainsi du modèle de Smagorinsky et des résultats de [Schmidt and Schumann, 1989] au bas du domaine. Le modèle dynamique du nombre de Prandtl turbulent influe de manière non négligeable sur le flux thermique vertical l'augmentant significativement sur les premières mailles. Pour les variances normalisées de vitesse, peu de différences apparaissent. Nous relèverons cependant, que le profil de variance de température potentielle est le plus impacté. Notamment au-dessus de $z_i$ où le modèle dynamique thermique augmente la variance $< \overline{\Theta'^2} > /\Theta_*^2$. Vers $z/z_i = 1.2$, en enlevant le nombre de Prandtl turbulent dynamique, le pic de variance diminue se rapprochant alors du modèle de Smagorinsky et de Germano-Lilly.

Le test de sensibilité aux modèles sous-maille nous démontre le peu d'impact des modèles sur les profils moyens de température potentielle résolue. Les contributions sous-maille des flux thermiques verticaux semblent les plus sensibles au type de modèle utilisé. Les modèles non-dynamiques de Smagorinsky et WALE se comportent de façon similaire près du sol et sont peu différents de ceux de [Schmidt and Schumann, 1989] à quelques artéfacts près. Toujours concernant les flux, les modèles dynamiques se comportent différemment au bas du domaine : là où le modèle Germano-Lilly semble sous-estimer le flux, le modèle Wong-Lilly semble le surestimer. Malgré tout, les variances, quoique souvent plus faibles que celles de [Schmidt and Schumann, 1989] comprenant, en plus, la partie isotrope, semblent toutes respecter, en moyenne, les mêmes tendances et les mêmes profils. Enfin il était intéressant de tester l'effet de la partie dynamique pour la viscosité

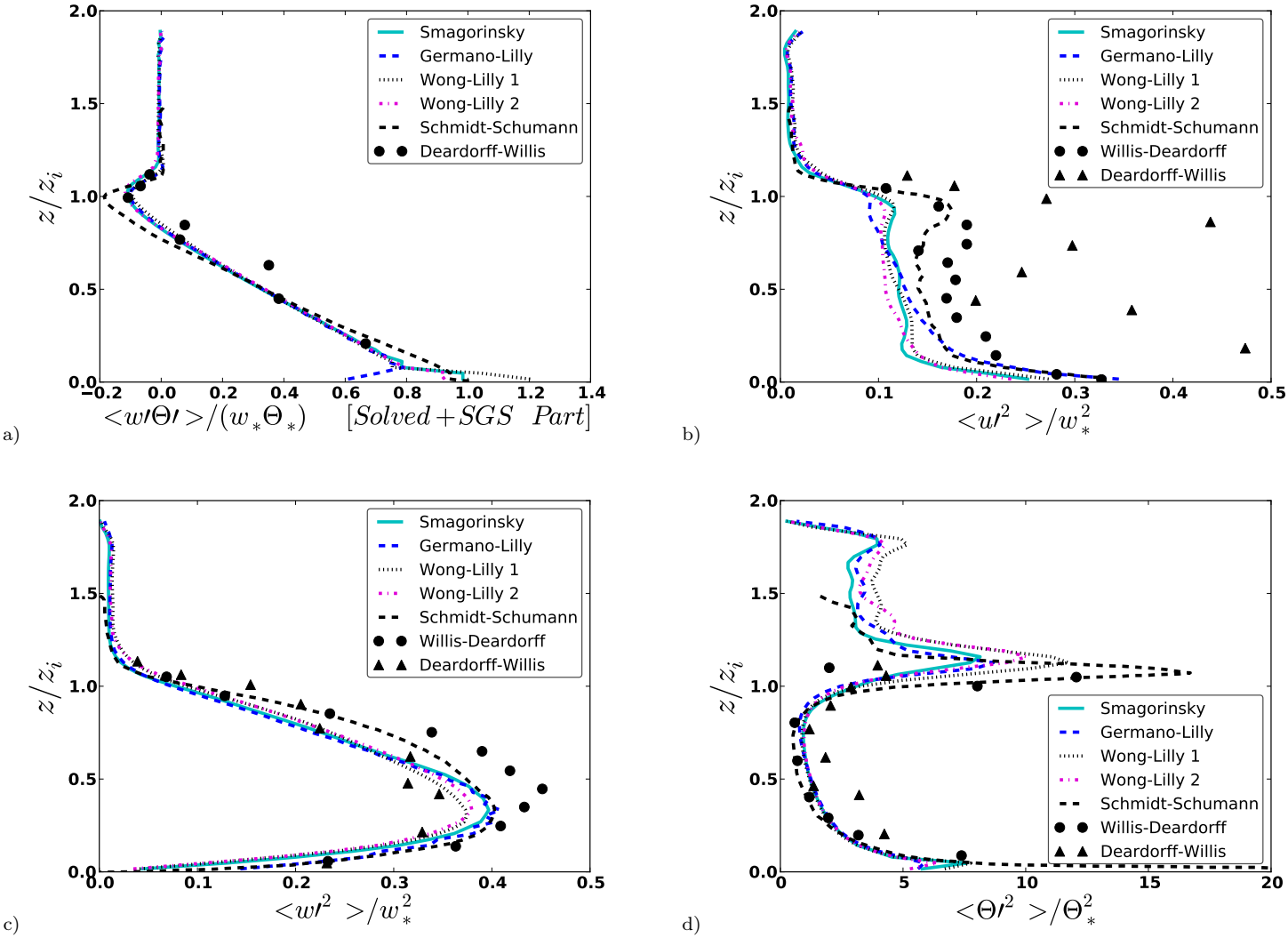



FIGURE 5.12 – *Flux thermiques et variances normalisées (a)* $<\overline{w'\Theta'}>/(w_*\Theta_*)$*, (b)* $<\overline{u'^2}>/w_*^2$*, (c)* $<\overline{w'^2}>/w_*^2$ *et (d)* $<\overline{\Theta'^2}>/\Theta_*^2$ *en fonction de* $z/z_i$*. Les correspondances des lignes et des symboles sont similaires à la figure 5.10, excepté les pointillés-tiretés roses qui représentent le modèle de Wong-Lilly sans calcul dynamique du nombre de Prandtl turbulent [Wong-Lilly 2].*

sous-maille $\nu_\Theta$ et de s'apercevoir qu'elle était en partie responsable de la surestimation du flux thermique vertical au sol. Cette sensibilité aux modèles sera réétudiée dans la suite dans une étude plus complète d'un cas diurne d'évolution de la couche limite atmosphérique.

## 5.5 Les champs instantanés

Les champs de vitesse verticale et de température potentielle seront étudiés plus précisément afin de mieux comprendre la dynamique de l'atmosphère dans les cas convectifs.

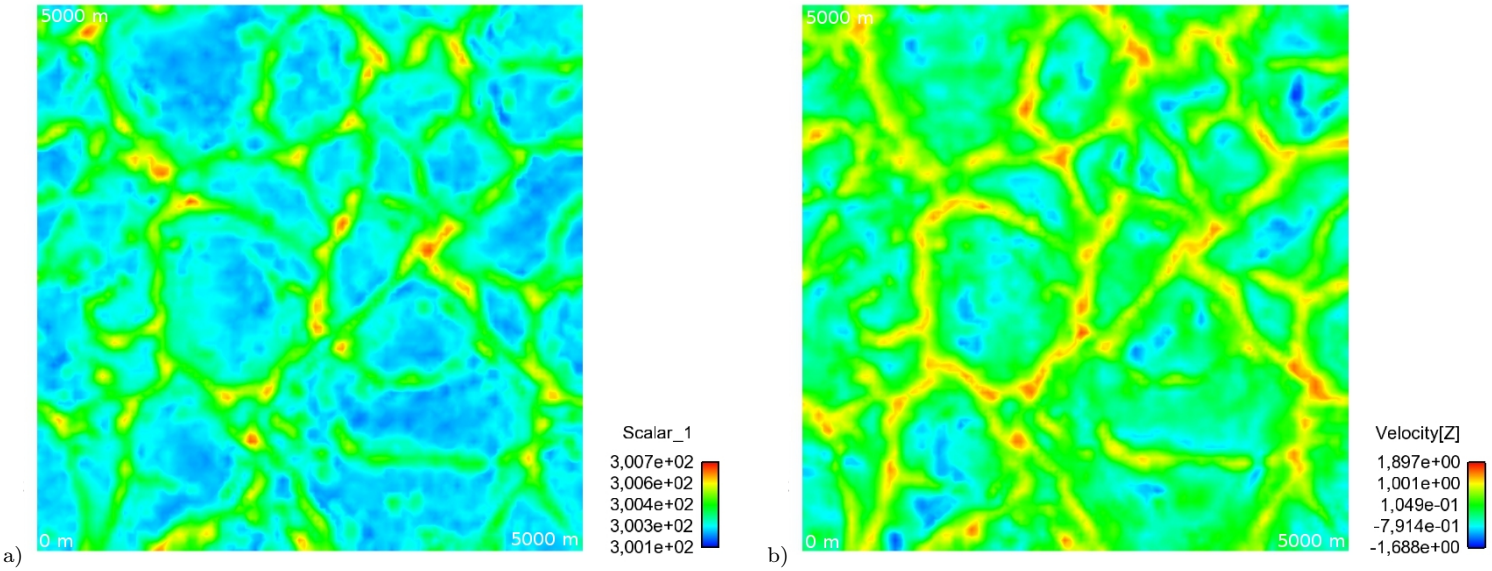



FIGURE 5.13 – *Coupe du domaine à $z = 100$ $m$ des champs 3D résolus de (a) température potentielle $\overline{\Theta}$ (Scalar_1) et (b) vitesse verticale $\overline{w}$ (Velocity[z]).*

Sur la figure 5.13 on observe la corrélation entre la coupe horizontale à 100m de vitesse verticale $\overline{w}$ et celle de la température potentielle $\overline{\Theta}$. Les zones de vitesse verticale positive sont associées à des températures plus fortes que l'air environnant, synonyme de cellules convectives ascendantes. Au contraire, les zones de température potentielle plus faible sont associées à des cellules descendantes. Les parcelles d'air ascendantes sont à 100 $m$ réparties selon de fine formes géométriques. Sur la figure 5.14 à 700 $m$ les coupes des champs instantanés de $\overline{w}$ et $\overline{\Theta}$ perdent en corrélation. Les champs sont moins réguliers et ils perdent leur structure géométrique. Les cellules convectives ont une vitesse verticale et une taille plus importantes mais sont moins nombreuses.

A 1500 $m$, proche du sommet de la couche limite, sur la figure 5.15, les champs perdent encore en corrélation. De plus, les parcelles ascendantes se font plus rares, ne subsistant qu'à quelques endroits qui représentent les lieux où les thermiques pénètrent dans l'atmosphère libre stable. Tous ces phénomènes décrits jusqu'alors sont similaires

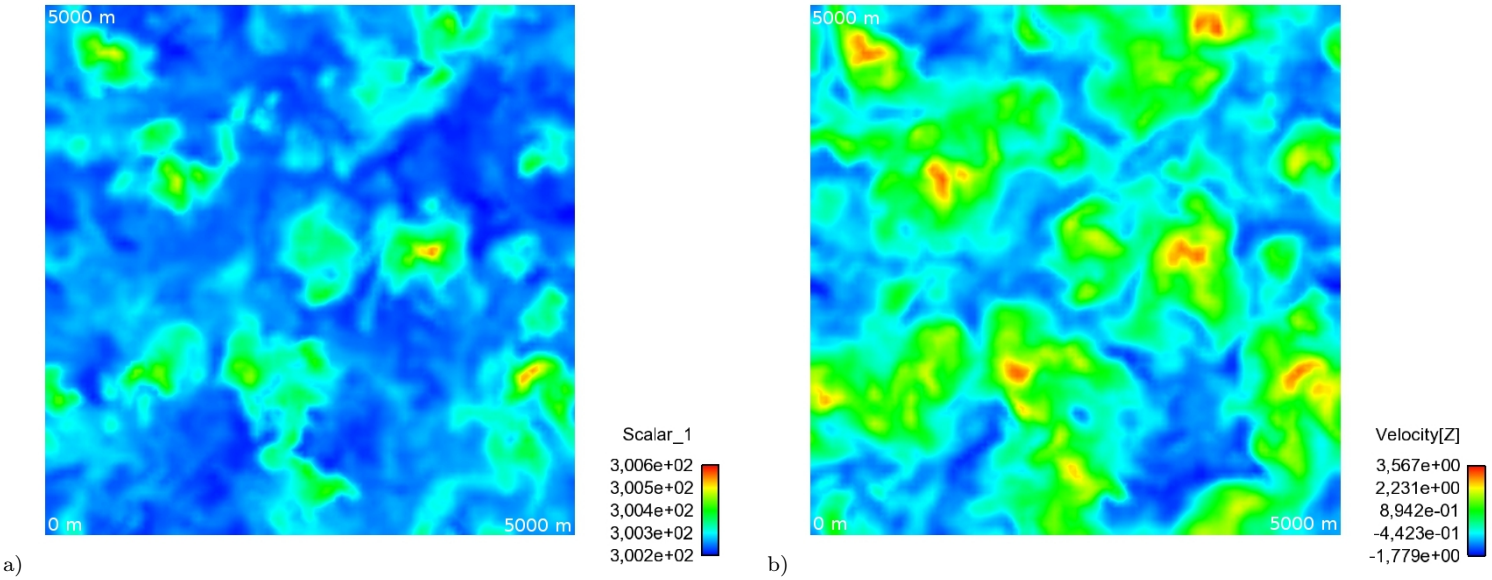



FIGURE 5.14 – *Coupes du domaine à $z = 700$ m du champs 3D résolu de (a) température potentielle $\overline{\Theta}$ (Scalar_1) et (b) vitesse verticale $\overline{w}$ (Velocity[z]).*

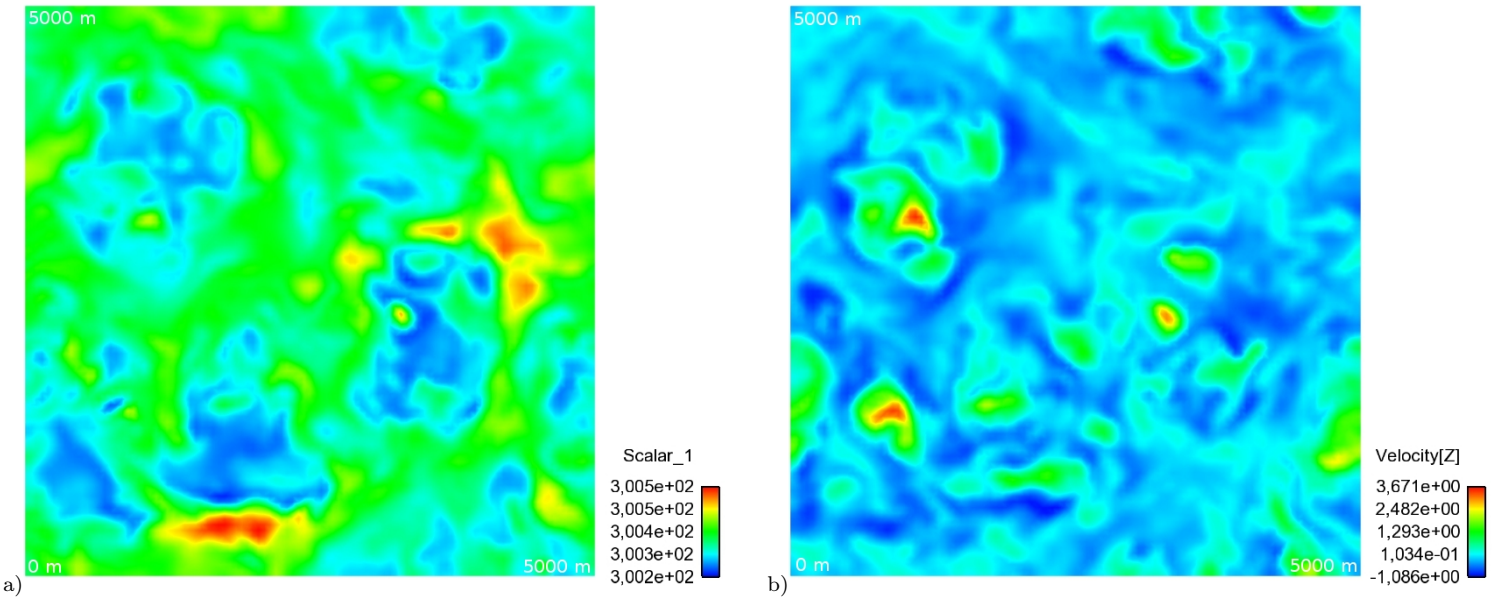



FIGURE 5.15 – *Coupes du domaine à $z = 1500$ m du champs 3D résolu de (a) température potentielle $\overline{\Theta}$ (Scalar_1) et (b) vitesse verticale $\overline{w}$ (Velocity[z]).*

à ceux observés par [Schmidt and Schumann, 1989].

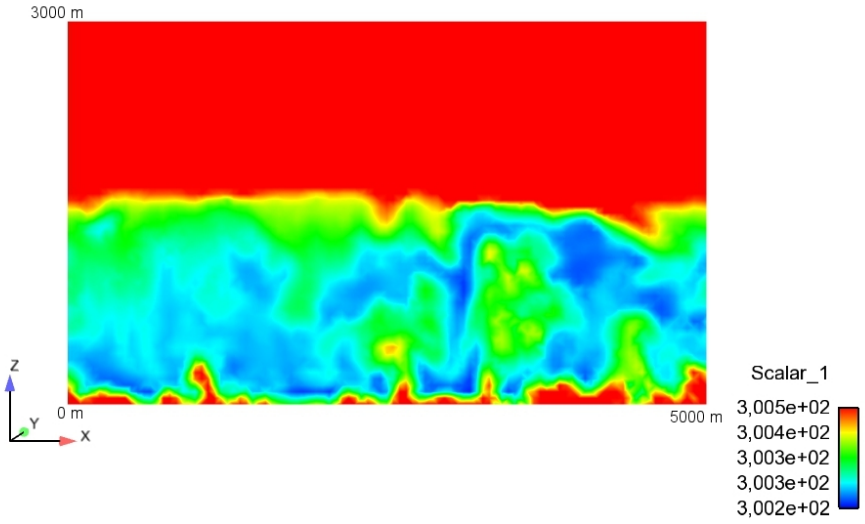



FIGURE 5.16 – *Coupe du domaine selon $x$ à $y = 2500\,m$ du champ 3D résolu de température potentielle $\overline{\Theta}$ (Scalar_1).*

Concernant les figures 5.16 et 5.17, respectivement les coupes verticales des champs de température potentielle et de vitesse verticale, elles confirment les observations faites précédemment. On observe bien une corrélation importante de la température potentielle et de vitesse verticale notamment au bas du domaine. De plus les structures turbulentes ascendantes deviennent plus intenses en s'éloignant du sol jusqu'à être stoppées par la couche stable de l'atmosphère libre, quasi à mi-hauteur de la coupe verticale.

Les isosurfaces de température potentielle (Fig. 5.18) à $\overline{\Theta} = 300.36\ K$ permettent de visualiser les cellules convectives ascendantes. La coloration de ces isosurfaces par la vitesse verticale permet de mieux appréhender la dynamique de la couche limite en dessous de $z_i$ et d'avoir un aperçu du brassage effectué dans l'atmosphère en journée. Ainsi il apparaît clairement que les parcelles ascendantes, lorsqu'elles pénètrent dans la couche stable de l'atmosphère libre, créent des instabilités responsables en partie du pic de variance de température potentielle au sommet de la couche limite.

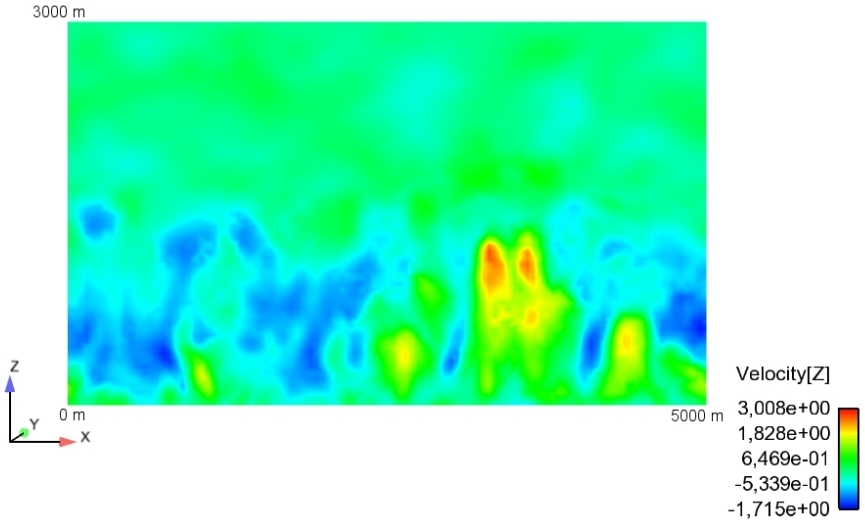



FIGURE 5.17 – *Coupe du domaine selon $x$ à $y = 2500\,m$ du champ 3D résolu de vitesse verticale $\overline{w}$ (Velocity[z]).*

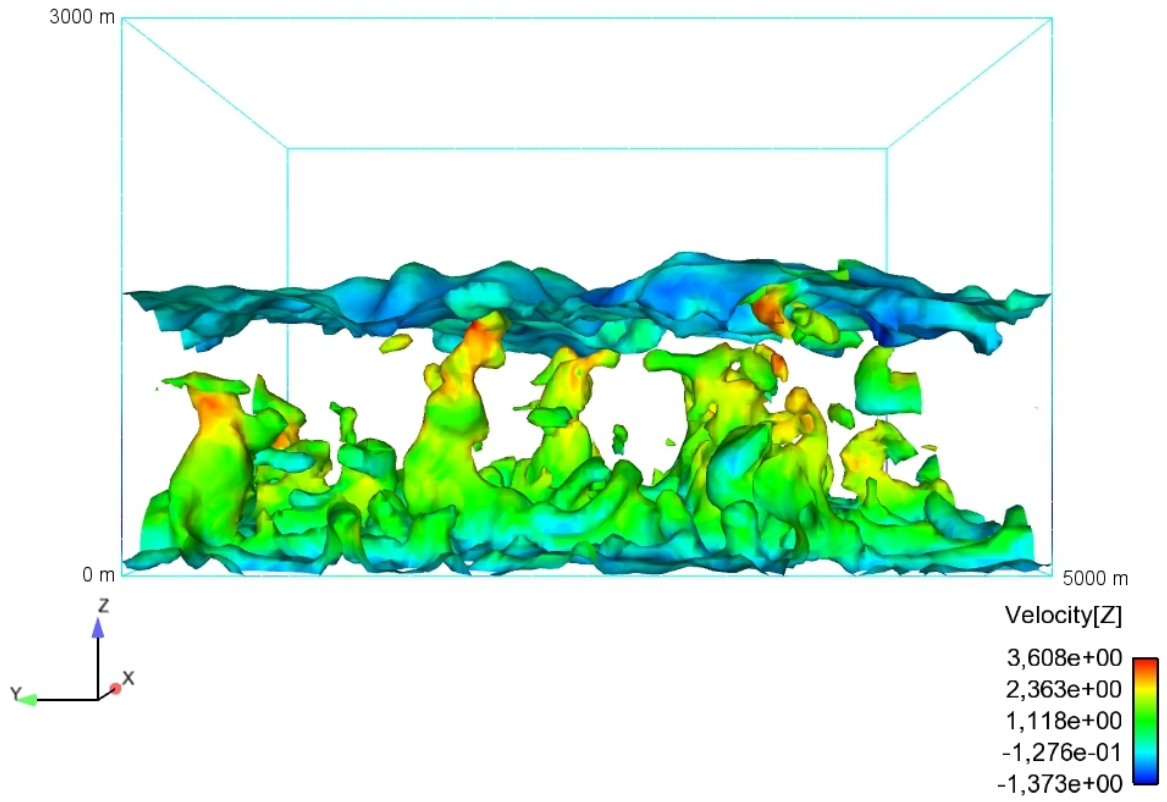



FIGURE 5.18 – *Isosurfaces de température potentielle à* $\overline{\Theta} = 300.36\ K$. *La coloration des isosurfaces correspond à la vitesse verticale* $\overline{w}$ *(Velocity[z]).*

## 5.6 Modification de la flottabilité dans Code_Saturne

La flottabilité peut être appréhendée de deux manières distinctes dans Code_Saturne. Premièrement, comme jusqu'à présent, il est envisageable de considérer une masse volumique constante et d'ajouter un terme de flottabilité dans les équations de Navier-Stokes respectant les variations de température potentielle sur la verticale. L'approximation de Boussinesq est ainsi respectée (3.1.23). Les équations de Navier-Stokes, régissant les mouvements fluides atmosphériques, résolues par Code_Saturne s'écrivent alors :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u_i}\,\overline{u_j} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k}\delta_{ij}\right] + \left(\frac{\overline{\Theta} - <\overline{\Theta}>}{\Theta_0}\right) g\delta_{i3} - \frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ij} \tag{5.6.1}$$

L'alternative à cette méthode consiste à prendre directement en considération les variations de la densité par rapport à un état moyen de référence calculé sur un plan horizontal. Ainsi la flottabilité est commandée par la différence $\overline{\rho} - <\overline{\rho}>$.

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u_i}\,\overline{u_j} = -\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k}\delta_{ij}\right] - \left(\frac{\overline{\rho} - <\overline{\rho}>}{\overline{\rho}}\right) g\delta_{i3} - \frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ij} \tag{5.6.2}$$

Le transfert de la première méthode à la deuxième a été suggéré par le passage du module atmosphérique de Code_Saturne "Constant Density" qui comme son nom l'indique résout les équations de Navier-Stokes à $\rho$ constant, au module "Dry Atmosphere" considérant un $\rho$ variable et prenant en compte la stratification thermique de l'atmosphère. Aucun impact n'a été identifié sur les simulations LES. La manière de prendre en compte la flottabilité ne semble pas influer sur les solutions. La suite des études sera faite à masse volumique variable en considérant la deuxième méthode, plus standard, pour estimer les forces de flottabilité.

## 5.7 Bilan de l'étude de validation

Ce premier chapitre, traitant d'un cas type de couche limite atmosphérique convective, a permis la validation de notre LES faite à partir de Code_Saturne. Les différents tests de sensibilité aux paramétrisations de la couche de surface, aux modèles sous-maille et aux modèles de viscosité thermique sous-maille ont montré une importante

proximité des résultats de Code_Saturne avec ceux des articles [Schmidt and Schumann, 1989], [Deardorff and Willis, 1985] et [Willis and Deardorff, 1974]. De plus nous avons pu conclure a une faible influence des paramètres testés sur les résultats des modélisations de couche limite atmosphérique convective, les profils moyens de température potentielle étant même totalement superposables. Les plus grands impacts ont été enregistrés pour les contributions sous-maille des flux qui, près de la surface, sont affectés par les changements de modèle sous-maille. Enfin l'étude des champs instantanés a permis de mieux appréhender la dynamique de la couche limite atmosphérique et de mettre en évidence le brassage qui s'y passe. Les cellules convectives ascendantes et descendantes ont pu clairement être observées.

Le chapitre suivant traite d'un cycle diurne complet comprenant à la fois une période convective durant la journée et une période stable la nuit compliquant fortement la modélisation de la couche limite atmosphérique.

# Chapitre 6

# Modélisation LES du cycle diurne de l'expérience Wangara

## 6.1 Objectifs de l'étude

Après avoir validé la LES de Code_Saturne sur un cas de couche limite convective [Schmidt and Schumann, 1989], nous allons nous intéresser maintenant à la modélisation de l'ensemble du cycle diurne de la couche limite atmosphérique et de l'atmosphère en condition stable. L'étude des couches limites stables reste un sujet particulièrement difficile, intéressant sur de nombreux points et qui suscite dans l'état de l'art, encore, un grand nombre de questions. La couche limite atmosphérique stable est caractérisée par de petites structures induites par une turbulence faible et intermittente qui résulte de l'équilibre entre les forces de flottabilité et le cisaillement du vent. De ce fait, ce type de situation est difficile à modéliser. La LES en condition stable est un sujet assez récent dont le premier article fut [Mason and Derbyshire, 1990]. Autant la LES en condition convective est largement documentée, autant elle l'est beaucoup moins en condition stable : [Brown et al., 1994], [Andrén, 1995], [Kosovic̀ and Curry, 2000], [Porté-Agel et al., 2000], [Saiki et al., 2000], [Basu and Porté-Agel, 2006], [Beare et al., 2006] et [Stoll and Porté-Agel, 2008]. Comme nous l'avons vu en introduction, parmi ces auteurs certains rapportent des problèmes quant aux estimations de flux de chaleur [Mason and Derbyshire, 1990] ou la présence d'ondes numériques [Saiki et al., 2000]. Si on ajoute à cela que la plupart d'entre eux ne traite que de situations modérément ou faiblement stables, on mesure la difficulté à bien modéliser la couche atmosphérique en

situation très stable. L'évolution du cycle diurne complet jour-nuit en LES reste une étude rare dans la littérature [Brown et al., 2002], [Duynkerke, 2004], [Kumar et al., 2006], [Basu et al., 2008] et [Vinuesa et al., 2008]. La simulation d'un cycle diurne de la couche limite atmosphérique se révèle essentielle pour différents axes d'étude tels que le développement du brouillard, la dispersion atmosphérique ou bien l'étude du potentiel éolien qui nécessite à la fois une bonne estimation des conditions météorologiques le jour et la nuit.

La finalité de notre étude est d'évaluer la modélisation LES d'un cycle diurne à l'aide de Code_Saturne sur un cas largement référencé. Notre choix s'est porté sur l'expérience Wangara [Clarke et al., 1971]. Nous testerons alors la sensibilité de notre modèle à différents modèles sous-maille et à différents types de paramétrisation.

## 6.2 L'expérience Wangara

### 6.2.1 Description de l'expérience

La campagne de mesure Wangara s'est déroulée en 1967 durant juillet-août à Hay au sud-est de l'Australie [Clarke et al., 1971]. Nous avons choisi les journées 33 (16 août 1967) et 34 (17 août 1967) de cette expérience qui ont été de nombreuses fois étudiées et pour lesquelles nous possédons les mesures de température potentielle $\Theta$ et de vent $u$, $v$ et $w$ [Clarke et al., 1971]. Les conditions de ciel clair et d'air sec font de ces deux journées un choix opportun. Différentes études y font référence et tentent de les modéliser à l'aide de divers modèles utilisant des fermetures turbulentes plus ou moins complexes. Pour les modèles RANS on peut citer [Wyngaard and Coté, 1974], [Yamada and Mellor, 1975], [André et al., 1978], [Musson-Genon, 1995], [Ramanathan et al., 1995], [Starchenko and Karyakin, 2000], [Kim et al., 2003], [Milliez and Carissimo, 2009]... Concernant les modèles LES, peu d'articles font référence au cas Wangara et sont, de manière exhaustive : [Deardorff, 1974a], [Deardorff, 1974b], [Moeng, 1984], [Xue et al., 1996], [Basu et al., 2008] et [Vinuesa et al., 2008]. Il est important de noter seuls les deux derniers traitent de la couche stable, nocturne, en LES alors que les autres ne traitent qu'uniquement de la couche convective. Cependant les conditions de la simulation de [Vinuesa et al., 2008] sont similaires en tout point à l'article de [Basu et al., 2008] si ce n'est l'ajout d'un traceur radioactif dans les simulations. De plus, dans la littérature, les articles qui étudient l'évolution complète de la couche limite

atmosphérique sont rares du fait de la complexité du problème. Seulement trois articles y font référence : [Brown et al., 2002], [Duynkerke, 2004] et [Kumar et al., 2006]. Nous tentons, à notre tour, dans ce chapitre de reproduire l'expérience de Wangara à l'aide de Code_Saturne sur la période de 18h allant de 9h00 le jour 33 à 3h00 le jour 34. Cette simulation n'a jamais été faite auparavant en LES avec ce code CFD afin d'étudier, dans la même simulation, des écoulements atmosphériques en situations convectives et en situations fortement stables.

### 6.2.2 Les spécificités liées à la modélisation de la couche atmosphérique stable

Précédemment nous avons décrit les processus physiques régissant l'évolution de la couche limite atmosphérique, le jour et la nuit. Je m'attarde ici sur quelques points spécifiques à la couche limite stable nocturne et à sa simulation afin de mieux comprendre les enjeux de la modélisation de l'expérience Wangara.

#### 6.2.2.1 Le jet de basse couche

Concernant le vent moyen, la nuit, à quelques centaines de mètres au-dessus de la surface, une accélération importante du module de la vitesse apparaît. Cette accélération significative est nommée jet de basse couche (Fig. 6.1). La simulation de ce phénomène physique n'est pas simple et est sensible à plusieurs paramètres comme la stratification thermique de la couche limite stable ou le rayonnement.

Lorsque la force de Coriolis est prise en compte, les équations de Navier-Stokes deviennent :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u_i}\,\overline{u_j} = -\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k}\delta_{ij}\right] - \left(\frac{\overline{\rho} - <\overline{\rho}>}{\overline{\rho}}\right) g\delta_{i3} + f_c(\overline{u_2} - v_g)\delta_{i1} - f_c(\overline{u_1} - u_g)\delta_{i2} - \frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ij} \tag{6.2.1}$$

Le paramètre de Coriolis, $f_c$ correspond à $2\omega\, sin(\alpha_l)$ où $\omega$ est la vitesse de rotation de la terre et $\alpha_l$ la latitude du point considéré. $u_g$ et $v_g$ sont les composantes du vent géostrophique, respectivement, selon les directions $x$ et $y$. Il permet de prendre en compte l'influence des grandes échelles. Ainsi à méso-échelle, l'écoulement est dirigé en partie par la circulation atmosphérique à l'échelle synoptique.

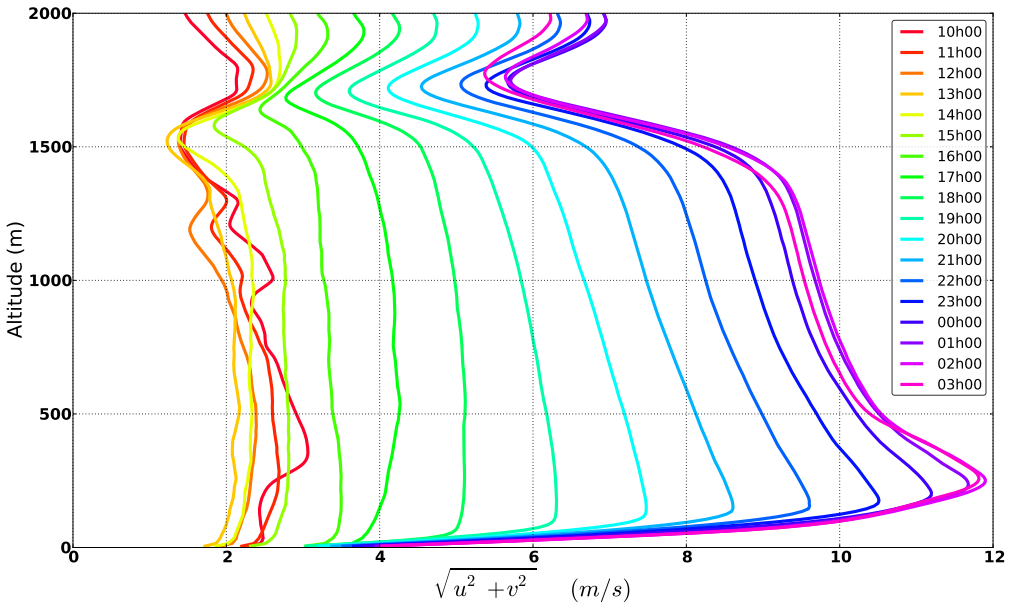



FIGURE 6.1 – *Évolution du jet de basse couche, simulé par LES à l'aide de Code_Saturne, durant l'expérience Wangara de 10h00 le jour 33 jusqu'à 3h00 le jour 34.*

La nuit, les écoulements de la couche limite ont tendance à se laminariser. La stabilité de l'atmosphère a alors pour conséquence la diminution de l'influence du sol en altitude. Ainsi le terme de viscosité peut être négligé. Pour palier la perte de ce terme, la vitesse du vent augmente afin de compenser la force de Coriolis (Fig. 6.2).

Simplifions les équations de Navier-Stokes aux seuls termes de force de Coriolis, de viscosité et de forçage du vent géostrophique :

$$\frac{d\overline{u_i}}{dt} = f_c(\overline{u_2} - v_g)\delta_{i1} - f_c(\overline{u_1} - u_g)\delta_{i2} + \nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) \tag{6.2.2}$$

La nuit, le terme de viscosité devient progressivement négligeable et il disparaît donc des équations :

$$\frac{d\overline{u_i}}{dt} = f_c(\overline{u_2} - v_g)\delta_{i1} - f_c(\overline{u_1} - u_g)\delta_{i2} \tag{6.2.3}$$

La résolution de ce système d'équations différentielles amène à une estimation de la vitesse du vent, pour ses composantes horizontales, sous forme d'une combinaison

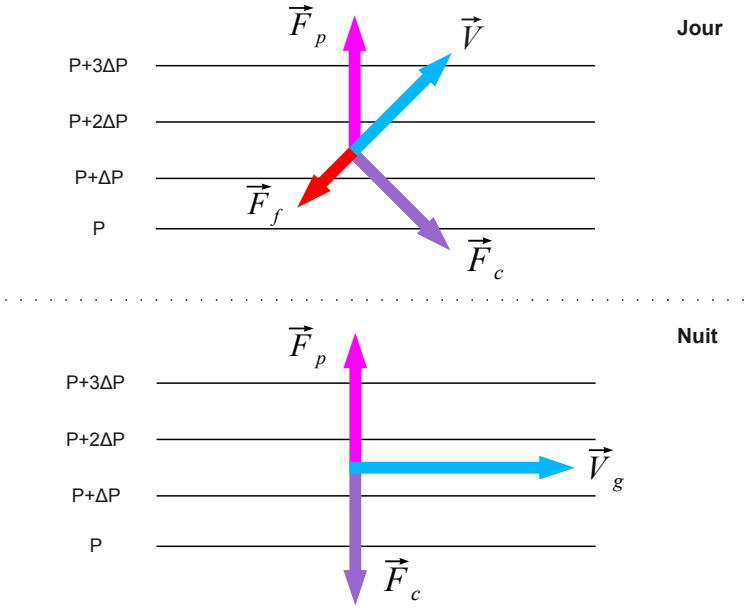



FIGURE 6.2 – *L'influence des forces de frottement du sol $\overrightarrow{F_f}$ sur l'équilibre entre les forces de pression $\overrightarrow{F_p}$, la force de Coriolis $\overrightarrow{F_c}$, le vent géostrophique $\overrightarrow{V_g}$ et le vent $\overrightarrow{V}$ durant le jour et la nuit d'un cycle diurne.*

linéaire de termes trigonométriques nommée oscillations inertielles :

$$\overline{u_i} = [v_g + A_g\ sin(f_c\ t) + B_g\ cos(f_c\ t)]\delta_{i1} - [u_g + B_g\ sin(f_c\ t) + A_g\ cos(f_c\ t)]\delta_{i2} \quad (6.2.4)$$

Avec les paramètres $A_g$ et $B_g$ qui peuvent être déterminés à partir des conditions initiales. Ces oscillations inertielles peuvent avoir comme conséquence l'apparition de vent supergéostrophique, c'est à dire ayant une vitesse plus importante que celui du vent géostrophique : c'est le jet de basse couche nocturne. Au-dessus de ce jet le module de vitesse se relaxe vers la valeur du vent géostrophique de l'atmosphère libre. La modélisation du jet de basse couche est un élément complexe des simulations du cas Wangara et plus généralement des couches limites stables. La capacité à bien reproduire cette accélération du vent dans la couche atmosphérique stable est un critère important pour l'évaluation de notre LES avec Code_Saturne.

#### 6.2.2.2 LES transitoire entre une atmosphère convective et stable

La modélisation d'un cycle diurne d'une couche limite atmosphérique nécessite différentes adaptations du modèle. Premièrement concernant le maillage, le défi consiste à

utiliser un domaine dont les limites sont assez étendues pour que, de jour, les grandes structures convectives soient bien modélisées et de résolution assez fine, de nuit, pour capter les fines structures turbulentes. Ces conditions nécessitent donc un large maillage avec un grand nombre de cellules et requièrent l'utilisation de ressources informatiques importantes par l'intermédiaire de calculs massivement parallèles.

Deuxièmement, le choix du modèle sous-maille utilisé pour la LES parait être plus déterminant dans les cas stables que dans les cas convectifs. Comme nous l'avons vu précédemment, le jour, les écoulements dans la couche limite sont dominés par de grandes structures turbulentes, plus grandes que la taille de maille et donc étant résolues explicitement par le code. La nuit l'essentiel de la production turbulente se fait à des échelles proches de celles de la maille. La partie de la turbulence modélisée par le modèle sous-maille sera alors prépondérante sur la partie résolue. Plus la résolution du maillage est faible plus le rôle du modèle sous-maille est important. De manière opposée, plus la résolution est fine plus l'action du modèle sera faible, devenant même quasi négligeable, selon [Beare et al., 2006] dans un cas modérément stable, pour des résolutions verticales plus petites ou de l'ordre de 1 $m$. Seulement pour des cas fortement stables, les structures turbulentes deviennent très petites. De ce fait à coupure de filtre fixe, donc à taille de maille constante, plus la stabilité de l'écoulement est importante plus le modèle sous-maille devient anormalement dissipatif et la partie résolue de la turbulence disparaît.

De plus la turbulence près du sol est fortement anisotrope ce qui constitue une difficulté supplémentaire pour la modélisation du cas Wangara. Les modèles sous-maille sont pour la plupart construits sur une hypothèse d'isotropie de la turbulence qui n'est pas souvent vérifiée, près du sol, dans les cas stables.

## 6.3 Simulation numérique LES avec Code_Saturne

Détaillons maintenant les différents paramètres de la simulation numérique avec Code_Saturne. Le maillage utilisé pour la suite de l'étude a une résolution de grille de 20m $\times$ 20m $\times$ 10m pour un domaine d'une taille totale de 5000m $\times$ 5000m $\times$ 2000m. Le maillage comprend donc 250$\times$250$\times$200 mailles. Il est régulier. Suivant les directions $x$ et $y$ sont définies des conditions limites périodiques. Au sommet nous retrouvons des conditions de symétrie. Elles impliquent une vitesse verticale nulle $w = 0$ à la paroi et des conditions de Neumann nulles pour les composantes en $x$ et $y$ de la vitesse i.e.

$\partial v/\partial z = 0$ et $\partial u/\partial z = 0$ au sommet du maillage. Nous utilisons un pas de temps de $\Delta t = 1s$.

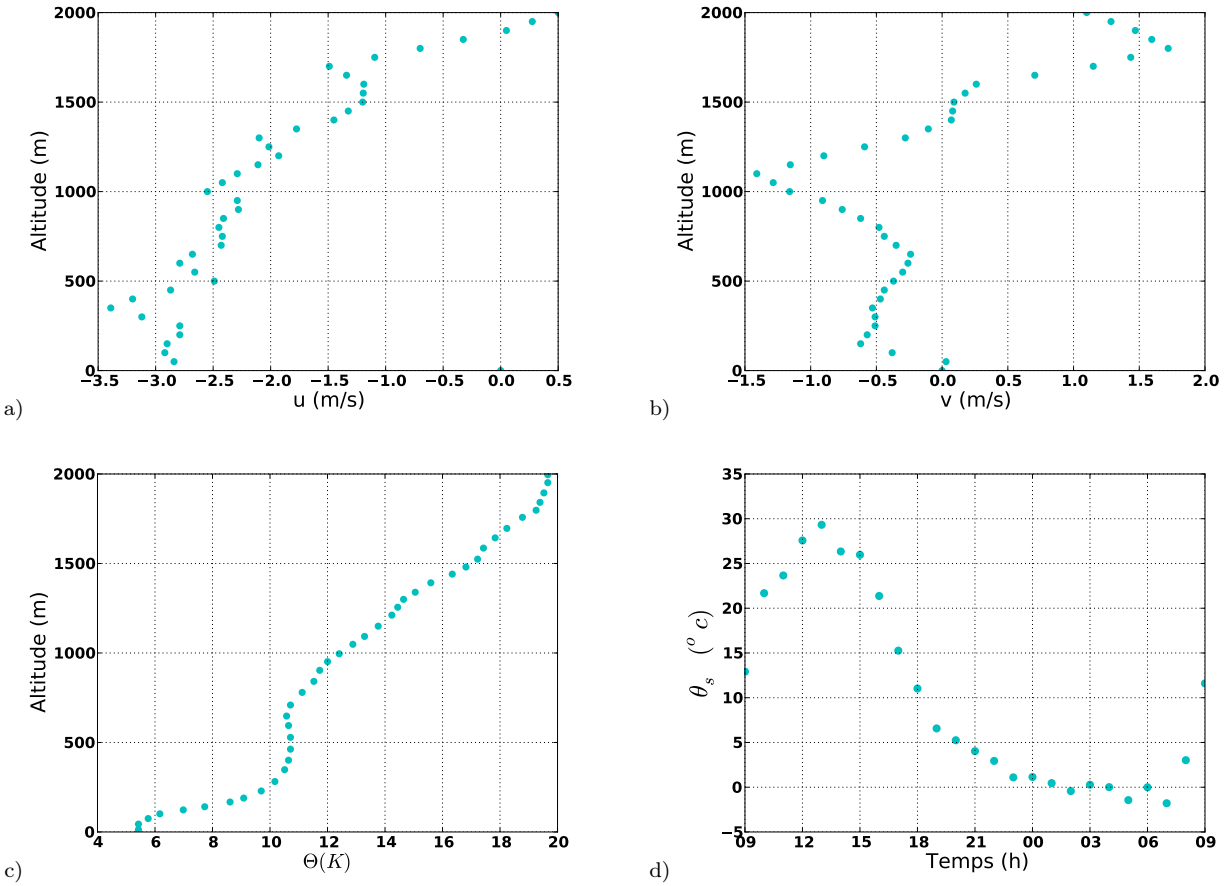
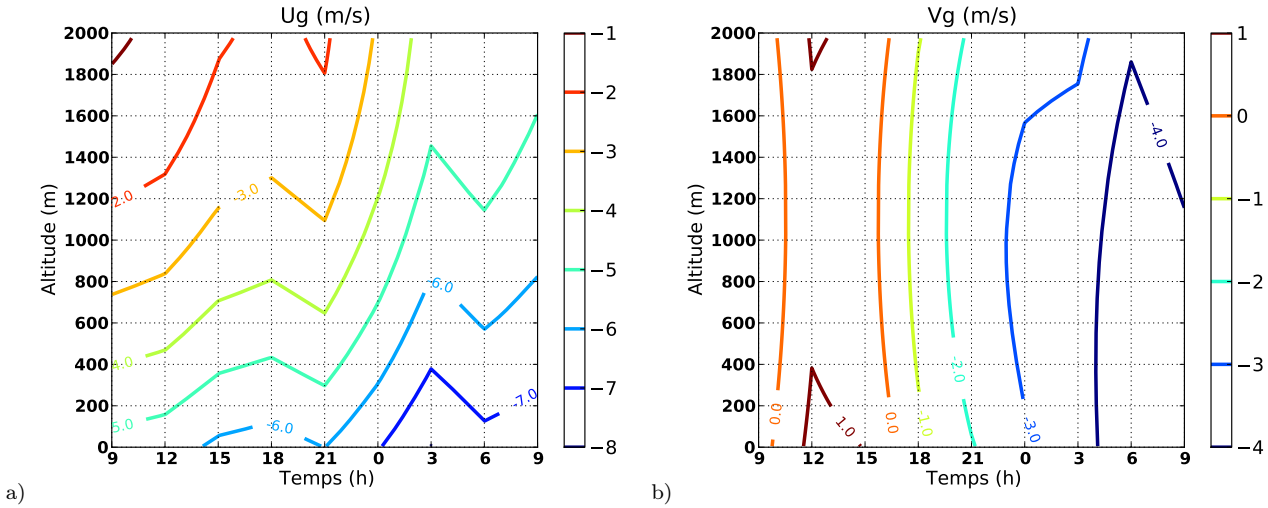



FIGURE 6.3 – *Conditions initiales pour (a) u, (b) v et (c) Θ issues des observations de la campagne de mesure Wangara à 9h00 le jour 33. De plus on retrouve (d) les températures potentielles au sol recalculées à partir des températures observées à 1m et 4m durant Wangara et imposées en tant que conditions de Dirichlet durant la simulation LES.*

Les profils imposés en tant que conditions initiales pour $u$, $v$ et $\Theta$ sont extraits des profils mesurés pendant l'expérience Wangara à 9h00 le jour 33 (Fig 6.3 (a,b,c)). Les profils mesurés sont appliqués uniformément sur tout le domaine au début du calcul. Au sol, est imposée une condition de Dirichlet sur la température potentielle. Les valeurs horaires de la température potentielle $\Theta_s$ imposées en surface sont recalculées à partir des méthodes de reconstruction de Louis [Musson-Genon et al., 2007] considérant les températures à 1m et 4m issues des mesures réalisées durant la campagne de mesure

Wangara (Fig. 6.3 (d)). Ces mesures sont interpolées linéairement entre chaque heure durant toute la simulation. La paramétrisation de Louis est appliquée dans la couche limite de surface pour le calcul de vitesse et de température potentielle au premier centre de maille avec une rugosité dynamique et une rugosité thermique qui sont fixées à $z_0 = 1.2\ mm$ de manière similaire à [Yamada and Mellor, 1975].

$u_g(z)$ et $v_g(z)$ sont respectivement les composantes du vent géostrophique selon les directions $x$ et $y$. Elle sont calculées en fonction de l'altitude $z$ toutes les heures et sont interpolées linéairement dans le temps selon [Yamada and Mellor, 1975] (Fig. 6.4). La prise en compte du vent géostrophique permet de prendre en compte l'influence des grandes échelles sur notre simulation. Ainsi notre modèle méso-échelle est piloté en partie par la circulation atmosphérique à l'échelle synoptique.




a) b)

FIGURE 6.4 – *Composantes du vent géostrophique $u_g$ et $v_g$ respectivement selon (a) $x$ et (b) $y$ calculées d'après [Yamada and Mellor, 1975] sur 24h de 09h00 le jour 33 à 09h00 le jour 34.*

Trois différents modèles sous-maille sont utilisés dans cette étude afin d'évaluer leur influence sur les résultats de nos simulations. Le modèle classique de Smagorinsky (cf. Section 3.2.1.1) et les deux modèles dynamiques de Germano-Lilly (cf. Section 3.2.2.2) et Wong-Lilly (cf. Section 3.2.2.3). Il est important de noter que, dans un premier temps, les simulations LES seront faites sans tenir compte du rayonnement et du transfert radiatif.

## 6.4 Résultats LES sur le cas Wangara avec le modèle de Smagorinsky

Cette section restitue les résultats LES obtenus à l'aide de Code_Saturne sur l'expérience Wangara avec le modèle de Smagorinsky. La constante de Smagorinsky est fixée à $C_s = 0.065$, une valeur faible pour s'adapter aux situations nocturnes stables. L'ensemble du cycle diurne de la couche limite atmosphérique est considéré. Les profils des situations convectives de jour seront distingués des conditions stables de nuit.

### 6.4.1 Le jour

Les résultats LES obtenus à l'aide du modèle de Smagorinsky sont comparés aux observations faites durant la campagne de mesure Wangara [Clarke et al., 1971]. Les mesures ne rapportent que les résultats des profils moyens de vitesse de vent et de température potentielle.

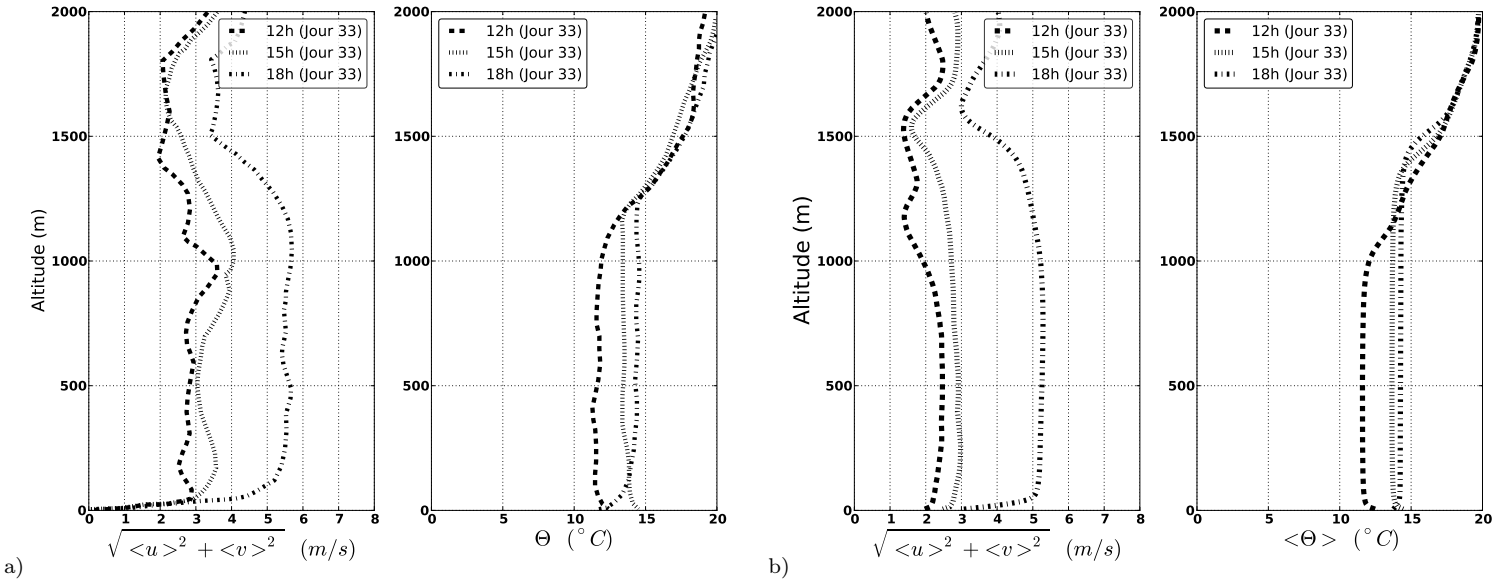



FIGURE 6.5 – *Les profils de vitesse de vent et de température potentielle, le jour, (a) observés durant la campagne de mesure Wangara et (b) simulés par LES à l'aide du modèle sous-maille de Smagorinsky.*

Le jour Code_Saturne reproduit convenablement les mesures faites durant l'expérience Wangara (Fig. 6.5). Les profils des modules de vitesse et de température poten-

tielle sont très similaires. Ceci renforce les conclusions obtenues durant la simulation du cas [Schmidt and Schumann, 1989], à savoir que la LES de Code_Saturne est capable de reproduire très convenablement les conditions convectives la journée. Malgré tout il peut être relevé quelques différences. Au milieu de la couche de mélange le module de vitesse est plus faible pour nos résultats. De plus au sommet du domaine le gradient de vitesse n'est pas le même. Les conditions de symétrie imposées à 2000m pour Code_Saturne se répercutent par un gradient nul de vitesse ce qui n'est pas le cas pour les mesures.

Concernant la température potentielle on observe à 15h et 18h pour le modèle de Smagorinsky une inversion du gradient thermique plus haut que pour les observations. Il en résulte une hauteur de la couche limite plus importante. Enfin à 18h le gradient de température potentielle devient légèrement stable près du sol. Cet effet, majoritairement dû au refroidissement de la température potentielle de surface, est plus accentué sur les mesures. Néanmoins nous pouvons conclure que Code_Saturne à l'aide du modèle de Smagorinsky reproduit avec succès la couche limite convective durant l'expérience Wangara. Il peut être mentionné que, de façon similaire, [Moeng, 1984] réussissait déjà à simuler, par LES et de manière satisfaisante, l'évolution de la couche limite de Wangara la journée.

### 6.4.2 La nuit

La nuit (Fig. 6.6), l'apparition du jet de basse couche nocturne est quasi inexistante. Une légère accélération du module de vitesse est identifiable sur les profils simulés à 200m alors que, à la même altitude, le module de la vitesse mesurée atteint son maximum $13.4 m.s^{-1}$ à 3h le jour 34. Le modèle de Smagorinsky ne parvient pas à simuler un vent assez fort à 200m. Ce phénomène a été très souvent observé. Bien qu'il soit moins important, un effet similaire est visible sur les simulations 1D de [Musson-Genon, 1995] avec les fermetures turbulentes du type $e - \epsilon$ et [Louis, 1979] ou dans le cas de [André et al., 1978] considérant une fermeture du troisième ordre. Les auteurs de ces deux articles utilisent, en plus, un couplage radiatif qui semble déterminant pour la simulation d'un jet de basse couche de vitesse plus importante. Nous étudierons l'influence du rayonnement plus tard dans une autre section. Un autre point intéressant concernant le vent, est la hauteur à laquelle se trouve le jet. La LES est plus apte à simuler une altitude de jet semblable à celle mesurée, à savoir 200m. Les modèles RANS évoqués précédemment sous-estiment cette valeur. [André et al., 1978], avec une fermeture du

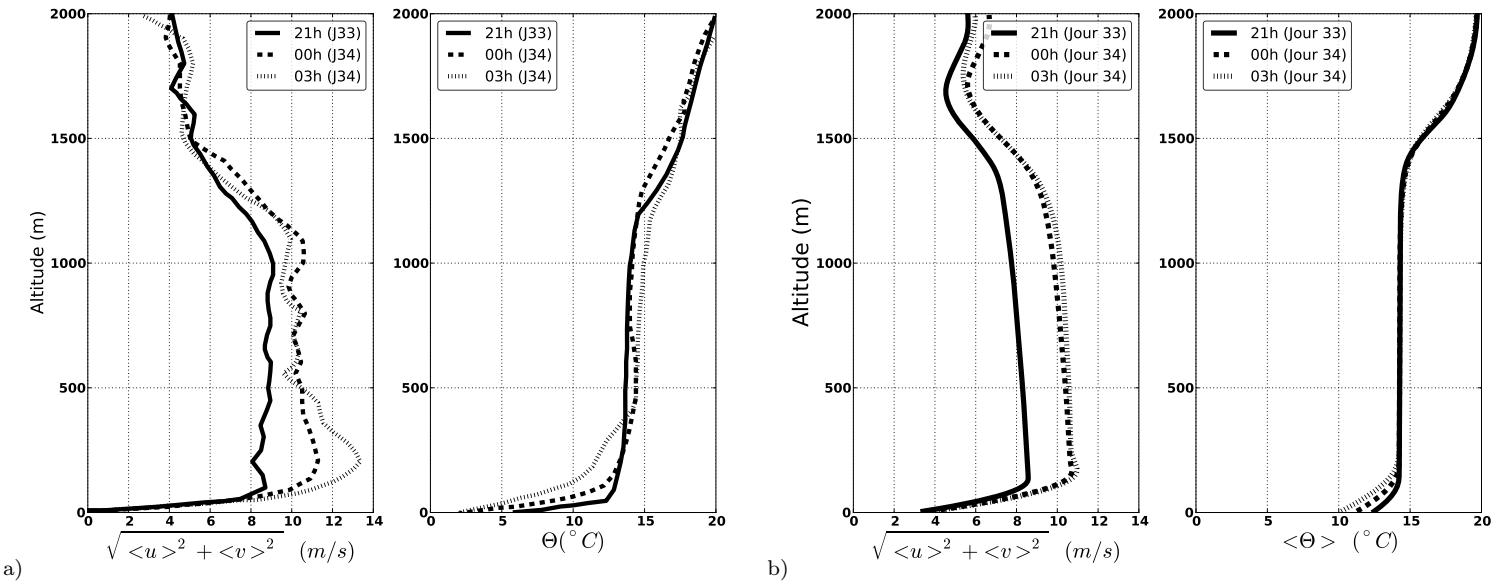



FIGURE 6.6 – *Les profils de vitesse de vent et de température potentielle (a) observés, la nuit, durant la campagne de mesure Wangara et (b) simulés par LES à l'aide du modèle sous-maille de Smagorinsky.*

troisième ordre, montrent très clairement un jet de basse couche qui se développe à une hauteur de seulement 100m environ au-dessus du sol. De même pour [Musson-Genon, 1995] avec la fermeture $e - \epsilon$ ou de [Bougeault and Lacarrère, 1989]. Cependant il est à noter que dans [Musson-Genon, 1995] la fermeture turbulente de [Louis, 1979] testée semble mieux se comporter.

L'évolution de la température est cohérente avec les mesures au-dessus de 400m bien que le modèle de Smagorinsky ne semble pas capable de capter l'important gradient de température potentielle de la couche limite stable près de la surface. La couche limite stable n'est pas assez refroidie ce qui génère un gradient de $< \Theta >$ plus faible et donc une stabilité thermique dans l'atmosphère près du sol moins importante. La courbure et l'intensité du gradient sont liées à la force du jet de basse couche et la mauvaise prise en compte de la température potentielle dans les basses couches se répercute ici dans le jet quasi inexistant. Sur les champs moyens on perçoit déjà toute la difficulté à bien simuler à l'aide de la LES la couche limite atmosphérique stable de nuit. Le coefficient de Smagorinsky qui est ici constant peut être un des responsables de cet échec. [Basu et al., 2008], avec le modèle LASDD, rapportent des coefficients de Smagorinsky extrêmement faibles, inférieurs à 0.05, dans la couche limite stable, la nuit. Cette constatation va être

une des motivations qui va nous amener à tester les modèles dynamiques Germano-Lilly et Wong-Lilly dans le cas Wangara. C'est l'objet de la prochaine section.

## 6.5 Comparaison de l'influence des différents modèles sous-maille

Le cas Wangara va être simulé dans cette section à l'aide de Code_Saturne avec trois modèles sous-maille différents : le modèle de Smagorinsky, avec une constante $C_s = 0.065$ comme utilisé précédemment et deux modèles dynamiques, le modèle de Germano-Lilly et le modèle Wong-Lilly. La comparaison de nos résultats se fera par rapport aux résultats LES de [Basu et al., 2008] utilisant un modèle sous-maille LASDD. [Basu et al., 2008] utilisent un domaine de taille similaire au notre avec une résolution légèrement plus grossière $160 \times 160 \times 160$ avec des mailles de 31.5m $\times$ 31.5m $\times$ 12.58m. De plus, il utilise une rugosité de $z_0 = 1.0\,cm$ avec une paramétrisation du type Monin-Obukhov. La campagne de mesure Wangara ne rapportant pas d'observations concernant les flux où les variances, nous nous confronterons systématiquement à [Basu et al., 2008].

### 6.5.1 Les résultats le jour en situation convective

Les profils moyens :

La proximité des résultats, le jour, pour les quatre modèles est flagrante sur la figure 6.7. L'évolution des couches limites atmosphériques simulées sont similaires. Entre les trois simulations provenant de Code_Saturne (Fig. 6.7 (b,c,d)) les profils sont même quasi identiques, aussi bien pour la température potentielle que pour le module de vitesse. [Basu et al., 2008] parviennent à modéliser une inversion de $\Theta$ à une altitude plus faible que nous. Ceci s'explique en grande partie par la relaxation vers le profil initial appliquée à partir de 1500m sur la température potentielle qui permet une meilleure concordance avec les mesures. A propos du vent, la vitesse au-dessus de 1200m est un peu plus forte sur les profils Code_Saturne, ce qui semble correspondre à une meilleure estimation du vent. Ces observations confirment le peu d'importance du modèle sous-maille appliqué le jour. Comme nous l'avons vu précédemment dans le cas de validation (cf. Chapitre 5), l'écoulement en journée est dominé par de grandes structures turbulentes bien plus importantes que la taille de maille. L'essentiel des tourbillons est alors

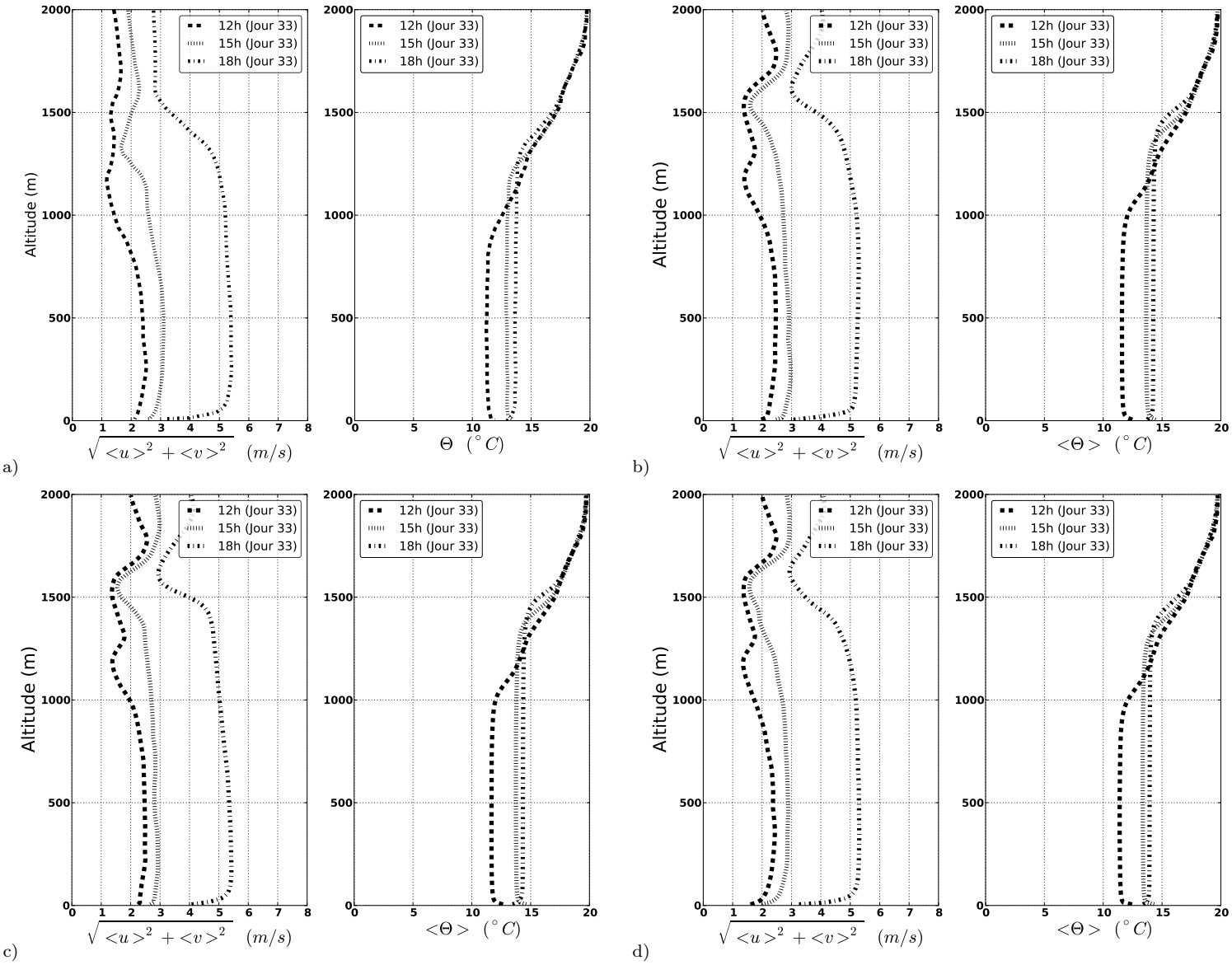



FIGURE 6.7 – *Profils moyens de vitesse* $\sqrt{<\overline{u}>^2 + <\overline{v}>^2}$ *et de température potentielle* $<\overline{\Theta}>$ *en fonction de l'altitude, le jour 33, à 12h, 15h et 18h. Les résultats des modèles sous-maille de (a) [Basu et al., 2008] (LASDD), (b) Smagorinsky, (c) Germano-Lilly et (d) Wong-Lilly.*

résolu par le code, rendant la composante sous-maille comparativement négligeable. Du coup peu importe le type de modèle choisi, ce qui se traduit par des profils moyens similaires. Code_Saturne reproduit plus que convenablement l'évolution de la couche limite la journée.

Les flux de chaleur et les variances résolues :

L'analyse des flux thermiques verticaux $\overline{w'\Theta'}$ et des variances résolues $\overline{u'^2}$, $\overline{v'^2}$, $\overline{w'^2}$ et $\overline{\Theta'^2}$ va permettre d'estimer la capacité de Code_Saturne à reproduire des statistiques correctes de l'écoulement. Précédemment, le cas convectif de [Schmidt and Schumann, 1989] a permis de mettre en évidence le bon comportement du code LES utilisé en journée. De même nous allons commencer par l'étude des profils moyennés sur l'horizontale $< \overline{w'\Theta'} >$, résolu et sous-maille, pour la partie convective du cycle diurne.

Les flux de chaleurs sont similaires à ceux issus de [Basu et al., 2008] dans l'ensemble de la couche de mélange (Fig. 6.8). [André et al., 1978] rapportent des profils semblables le jour. Les composantes résolues reproduisent bien le minimum négatif de flux dans la couche d'entraînement. Ce minimum est à une altitude plus ou moins importante, de manière corrélée avec la hauteur de l'inversion de température potentielle au sommet de la couche limite atmosphérique. Ces minima traduisent ainsi l'arrêt par la force de rappel subie par les parcelles d'air ascendantes pénétrant dans le gradient stable de l'atmosphère libre. Ils sont en moyenne plus bas d'environ 100m pour Code_Saturne ce qui est aussi le cas pour l'inversion de $\overline{\Theta}$ sur la figure 6.7. La composante sous-maille des flux, $\tau_{\Theta 3} = -\nu_\Theta(\partial\Theta/\partial z)$, est dirigée par le signe du gradient de $\overline{\Theta}$. Ainsi un minimum apparait, comme sur les profils de flux résolu, au niveau de la couche d'entraînement puis reste nulle jusqu'à 100m. La composante sous-maille n'a que peu d'effet sur la couche limite, l'essentiel de la turbulence étant dominée par de grandes structures convectives plus grandes que la taille de la maille. La partie résolue du flux est alors prépondérante sur la partie sous-maille. En-dessous de 100m, dans la couche de surface, cette démonstration n'est plus valable du fait que, près de la surface, les structures turbulentes deviennent de plus en plus petites jusqu'à atteindre des grandeurs de l'ordre ou inférieur à la résolution du maillage. La partie sous-maille du flux devient alors plus importante que la partie résolue. Le modèle dynamique de Wong-Lilly admet un flux sous-maille de l'ordre de celui de Smagorinsky ($\simeq 0.1\ K.m.s^{-1}$) alors que pour le modèle de Germano-Lilly il est moitié moins important. Comparativement à [Basu et al., 2008] les flux au sol sont plus fort avec Code_Saturne ce qui pourrait expliquer la différence de hauteur de couche limite, plus haute dans nos cas.

Près du sol on a une oscillation du flux de chaleur résolu en dessous de 125m pour les modèles de Smagorinsky et de Germano-Lilly. Le même phénomène avait été en partie

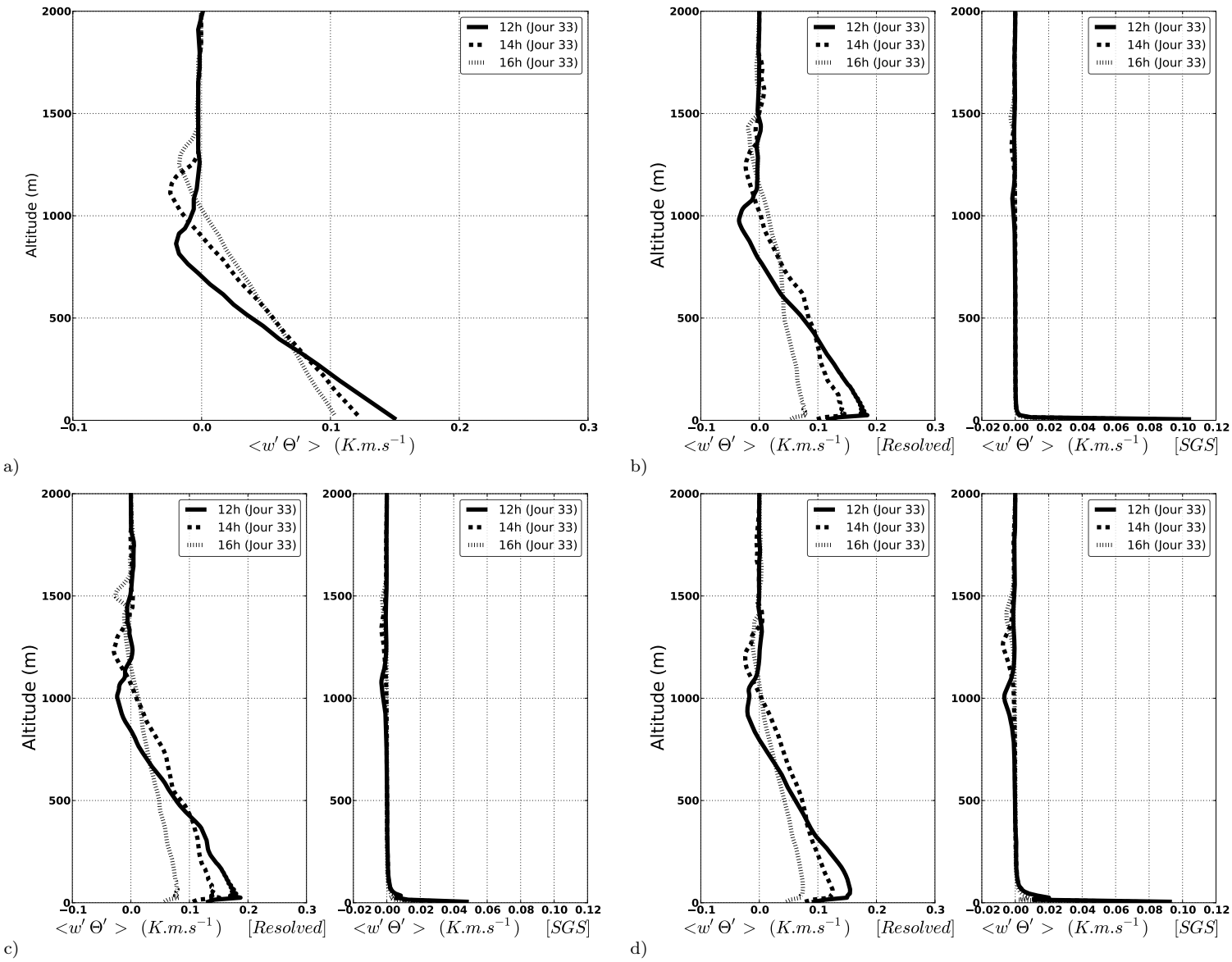



FIGURE 6.8 – *Profils des flux thermiques verticaux* $<\overline{w'\Theta'}>$ *en fonction de l'altitude, le jour 33, à 12h, 14h et 16h. (a) Le flux thermique total pour le modèle LASDD de [Basu et al., 2008]. Les résultats des flux thermiques résolus [Resolved] et sous-maille [SGS] pour les modèles de (b) Smagorinsky, (c) Germano-Lilly et (d) Wong-Lilly.*

observé lors du cas de validation. Ces oscillations ont pour origine un effet de "clic-clac" sur le champs de $\overline{w}$ qui affecte le calcul de nos flux. Cet effet, encore plus conséquent la nuit, sera le sujet d'une section suivante (Sec. 6.9). L'analyse des viscosités turbulentes

sous-maille $\nu_t$ montre un lien entre la valeur de la dissipation et l'amplitude de ses oscillations. Ainsi plus $\nu_t$ est important plus la dissipation de l'énergie de notre modèle est forte moins l'effet de ces oscillations se fait ressentir. Le test de différents $C_s$ pour le modèle de Smagorinsky nous amènera à confirmer cette hypothèse.

Concernant les variances résolues comme pour le cas de [Schmidt and Schumann, 1989] nous arrivons à correctement reproduire les profils de $< \overline{u'^2} >$, $< \overline{v'^2} >$, $< \overline{w'^2} >$ et $< \overline{\Theta'^2} >$ (Fig. 6.9). La variance $< \overline{u'^2} >$ est très similaire à celle observée avec le modèle LASDD. Elle est en moyenne, dans la couche de mélange, plus forte concernant Code_Saturne mais plus proche de ce qui est rapporté par [Moeng, 1984], avoisinant les 0.2. Au sol $< \overline{u'^2} >$ est assez différents selon les modèles. La rugosité du sol est fixée, comme dans [André et al., 1978], à $z_0 = 1.2\ mm$ alors qu'elle est de $z_0 = 1\ cm$ dans le cas de [Basu et al., 2008]. [Stoll and Porté-Agel, 2006b] montrent que l'augmentation de $z_0$ à tendance à diminuer la variance de vitesse près de la surface. La différence de $< \overline{u'^2} >$ entre le modèle LASDD et le modèle de Germano-Lilly, près du sol, pourrait s'expliquer ainsi. Si nous ne tenons pas compte de cette différence de rugosité, le modèle de Smagorinsky semble le plus proche au sol de la LES de référence alors que le modèle de Wong-Lilly semble trop faible à 12h et 14h. La variance de $\overline{w}$ adopte en fonction de l'altitude la même évolution pour les quatre simulations, les profils étant comparables à [Moeng, 1984] et [André et al., 1978]. La plus grande nuance entre les simulations se trouve être le maxima de $< \overline{\Theta'^2} >$ dans la zone de la couche d'entraînement où les cellules thermiques froides descendantes et celles ascendantes de température potentielle plus importante s'entrecroisent. Code_Saturne simule un pic de variance beaucoup plus important que [Basu et al., 2008]. Une des raisons est la relaxation du profil de température potentielle appliquée à partir de 1500m qui restreint quelque peu les fluctuations de $\overline{\Theta}$ et donc la valeur de la variance de température potentielle.

Dans l'ensemble les variances et les flux de chaleur sont simulés avec succès. Des difficultés liées à Code_Saturne concernant les oscillations présentes sur les flux ont été mises en évidence une nouvelle fois alors que les variances sont similaires à ceux de [Basu et al., 2008], [Moeng, 1984] et [André et al., 1978]. Le parallèle avec le cas de validation montre la proximité des statistiques observées dans les simulations de Wangara et celles de [Schmidt and Schumann, 1989].

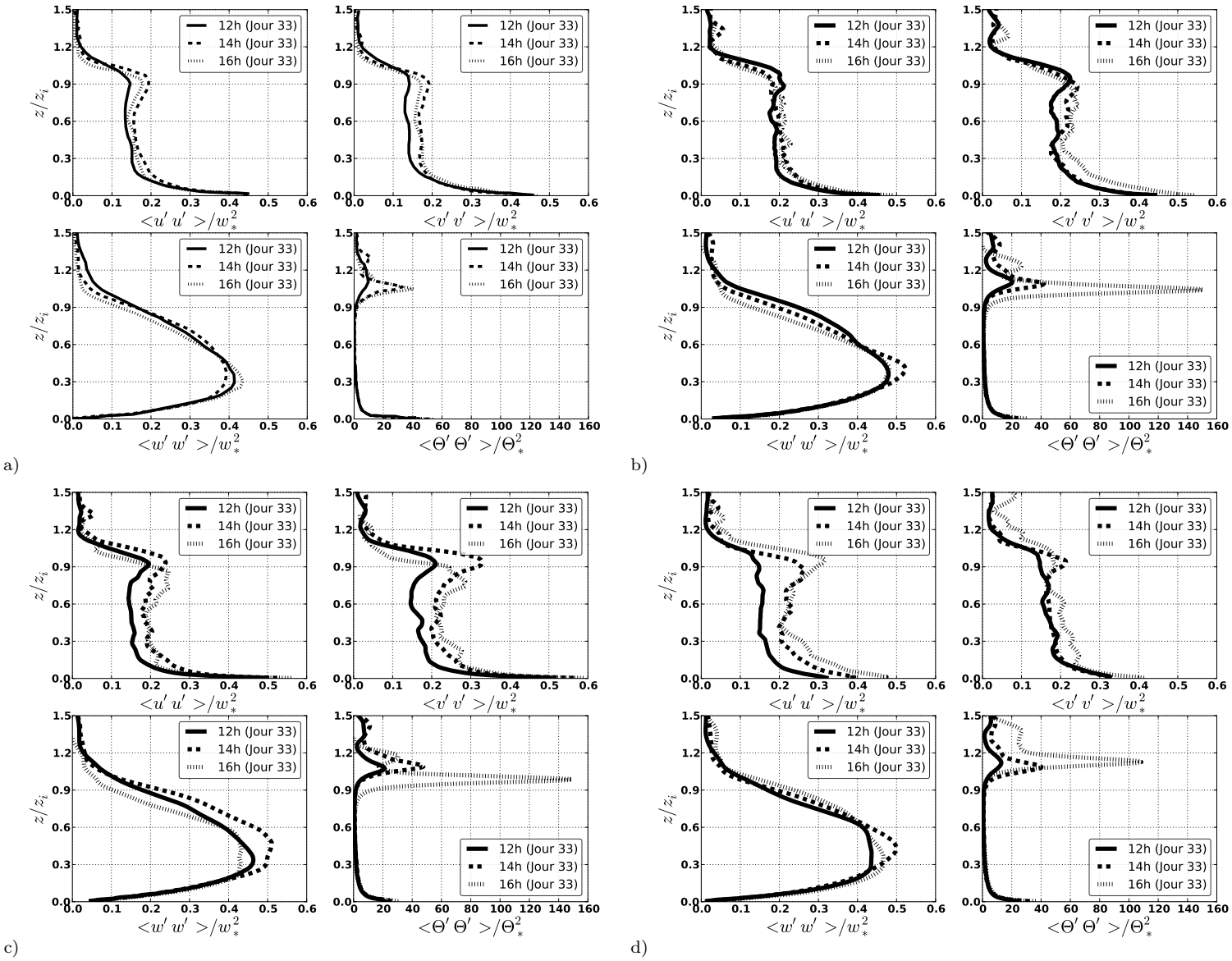



FIGURE 6.9 – *Variances normalisées* $<\overline{u'^2}>/w_*^2$, $<\overline{v'^2}>/w_*^2$, $<\overline{w'^2}>/w_*^2$ *et* $<\overline{\Theta'^2}>/\Theta_*^2$ *en fonction de l'altitude, le jour 33, à 12h, 14h et 16h. Les résultats de (a) [Basu et al., 2008] avec le modèle sous-maille LASDD, (b) du modèle de Smagorinsky, (c) du modèle Germano-Lilly et (d) du modèle Wong-Lilly.*

### 6.5.2 Les résultats la nuit en situation stable

Les profils moyens :

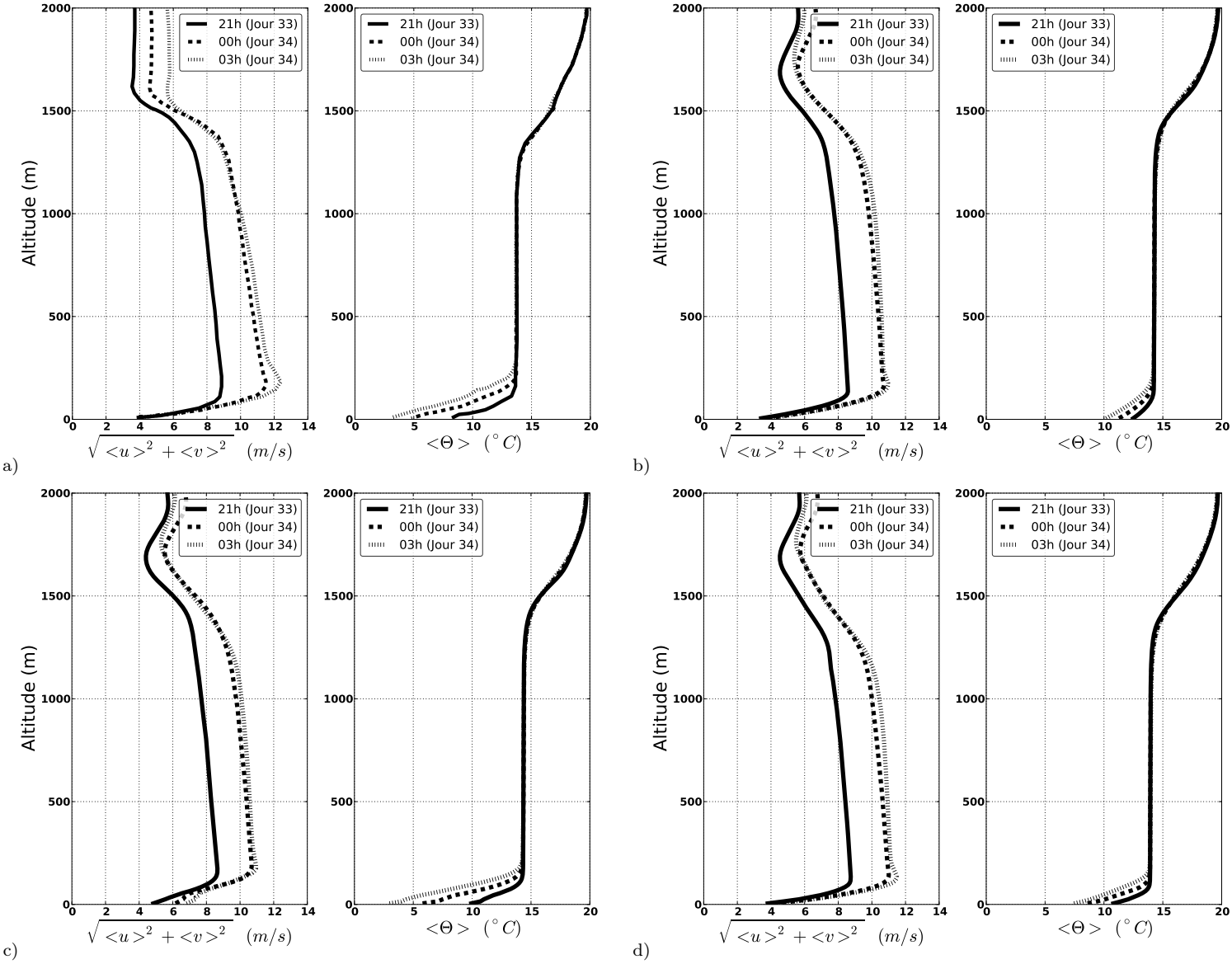



FIGURE 6.10 – *Profils moyens de vitesse* $\sqrt{<\overline{u}>^2 + <\overline{v}>^2}$ *et de température potentielle* $<\overline{\Theta}>$ *en fonction de l'altitude, la nuit, à 21h le jour 33, 00h et 03h le jour 34. Les résultats des modèles sous-maille de (a) [Basu et al., 2008] (LASDD), (b) Smagorinsky, (c) Germano-Lilly et (d) Wong-Lilly.*

La nuit (Fig.6.10 ), la comparaison à [Basu et al., 2008] met en avant les difficultés de Code_Saturne, premièrement à reproduire un gradient de température potentielle convenable dans les premières centaines de mètres au-dessus du sol et deuxièmement,

un jet de basse couche significatif. Le jet de basse couche de [Basu et al., 2008] auquel on se compare a une vitesse maximale d'environ $12.3\,m.s^{-1}$ qui est déjà moins forte que sur les mesures de l'expérience Wangara rapportant un jet de basse couche maximum de $13.4\,m.s^{-1}$ à 200m [Clarke et al., 1971]. Aucun des modèles testés avec Code_Saturne ne semblent capable de simuler un jet de basse couche de vitesse assez importante. [Basu et al., 2008] mettent en avant les même difficultés avec le modèle non-dynamique de [Brown et al., 1994] (3.2.1.4), correspondant à un modèle de Smagorinsky auquel est ajouté une relaxation fonction du nombre de Richardson et donc fonction de la stabilité de l'atmosphère. Pour ce modèle le jet est même totalement inexistant. Les modèles de Smagorinsky et de Wong-Lilly simulent tout de même un très faible jet à une altitude similaire aux mesures, à savoir environ 200m. [Musson-Genon, 1995] et [André et al., 1978] comme [Basu et al., 2008] reproduisent eux aussi des jets de basse couche importants. Les simulations RANS bien que réussissant à reproduire un jet de basse couche, l'altitude à laquelle il se développe est très faible, environ 100m. Le gradient de température potentielle est pour le modèle Germano-Lilly correctement reproduit. Les modèles de Smagorinsky ou de Wong-Lilly ne parviennent pas à modéliser un gradient assez fort proche de la paroi. De plus, la température potentielle au premier centre de maille n'est pas assez froide pour reproduire le comportement du modèle Germano-Lilly et du modèle LASDD. La modélisation du gradient thermique près de la surface semble très dépendant du modèle sous-maille employé.

[Musson-Genon, 1995] et [André et al., 1978] ajoutent tous les deux un couplage radiatif à leurs modèles RANS. Le refroidissement infrarouge la nuit est important et influence les profils de température potentielle, près du sol, dans la couche limite stable. Il est alors difficile de distinguer la part du jet que l'on peut attribuer à l'influence du rayonnement et ainsi se comparer à leurs résultats.

[Basu et al., 2008] avec le modèle sous-maille LASDD semblent bien plus apte à reproduire à la fois un jet de basse couche convenable et un gradient de température conforme aux observations. La part du couplage dû au rayonnement, la nuit notamment, est non négligeable et paraît être une nécessité en RANS. Qu'en est il pour la LES ? Nous étudierons cette question dans la section 6.6.1 dédiée aux effets radiatifs sur la LES.

Les flux de chaleur et les variances résolues :

La nuit, la comparaison au modèle LASDD est bien plus difficile. Premièrement car

nos résultats sont différents de ceux de [Basu et al., 2008] et deuxièmement car aucun consensus sur les flux et les variances ne peut être trouvé, tant les articles traitant de la campagne de mesure Wangara sont disparates concernant leurs observations. Regardons les flux de chaleur présents sur la figure 6.11. L'aspect le plus visible sur les profils de $< \overline{w'\Theta'} >$ est sans conteste les oscillations très importantes sur les flux résolus lorsque les modèles sous-maille dynamiques sont utilisés. Ce phénomène de clic-clac près du sol, lorsqu'il est trop important, prend le dessus sur le flux sous-maille et devient prépondérant dans le calcul du flux de chaleur total. Ainsi pour le modèle dynamique Germano-Lilly les oscillations étant de l'ordre de $-0.3\ K.m.s^{-1}$ et le flux sous-maille n'étant que de $-0.02\ K.m.s^{-1}$ maximum, lors du calcul du flux total, il n'apparaît au final que le flux résolu bruité. Plus la diffusion du modèle sous-maille est importante plus les oscillations semblent faibles d'où un effet progressif, dans l'ordre croissant, pour les modèles de Smagorinsky, Wong-Lilly et Germano-Lilly. L'étude des viscosités turbulentes sous-maille entre le modèle de Germano-Lilly, où la viscosité est plus faible dans les 200 premiers mètres, et celui de Smagorinsky, où elle est plus forte, permet d'avancer cette hypothèse (cf. Annexes 8.2).

Logiquement la partie résolue, comme pour le modèle de Smagorinsky, devrait être négligeable dans la couche stable. Ce modèle est le seul a reproduire une évolution de flux conforme à nos attentes, sans oscillation apparente et avec une composante sous-maille dominante considérant la résolution de notre maillage. Néanmoins la valeur au premier centre de maille de $\tau_{\Theta 3}$ reste forte, $-0.01\ K.m.s^{-1}$ en moyenne contre plus de $-0.03\ K.m.s^{-1}$ pour 21h, 00h et 03h avec le modèle LASDD. A 03h le modèle de Smagorinsky donne un flux de $-0.014\ K.m.s^{-1}$ et le modèle de Wong-Lilly donne un flux sous-maille de $-0.015\ K.m.s^{-1}$ quand le modèle LASDD simule un flux de $-0.038\ K.m.s^{-1}$ beaucoup plus stable. Comparativement [André et al., 1978] observent une valeur de flux total au centre de la première maille proche de $-0.018\ K.m.s^{-1}$ et [Yamada and Mellor, 1975] de manière similaire rapportent un flux au centre de la première maille supérieur à $-0.02\ K.m.s^{-1}$. La campagne de mesure de Wangara ne donnant pas de valeur expérimentale de flux il est difficile de se comparer aux mesures et de vérifier la validité de notre modèle. Cependant les flux de nos simulations, négativement plus faibles, sont plus proches de ceux relevés dans [André et al., 1978] et [Yamada and Mellor, 1975] ce qui semble signifier que [Basu et al., 2008] produisent un flux de chaleur trop faible traduisant une stabilité excessive.

Pour $Q_0$ il est possible de diagnostiquer les flux de chaleur de surface expérimentaux

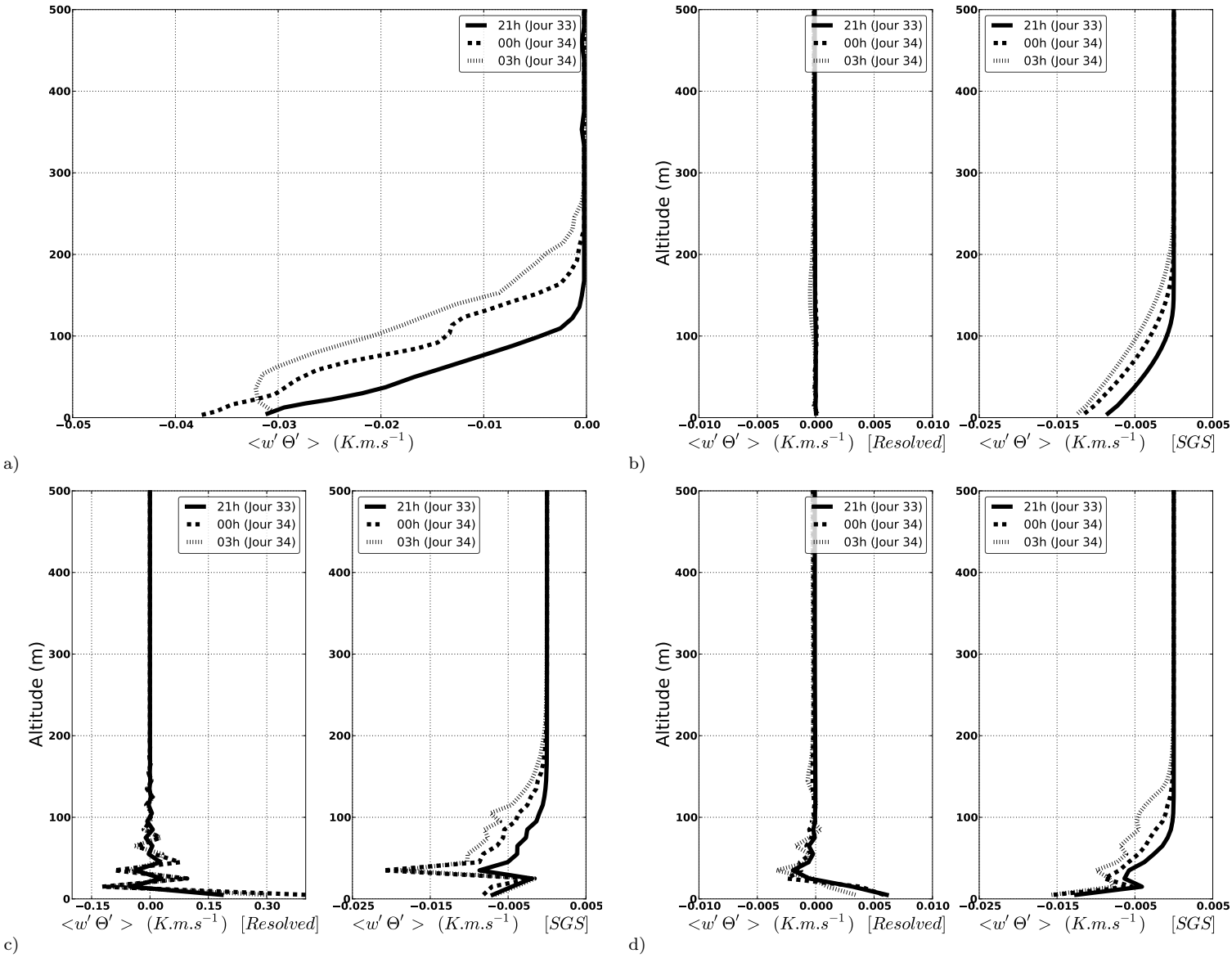



FIGURE 6.11 – *Profils des flux thermiques verticaux* $< \overline{w'\Theta'} >$ *en fonction de l'altitude, la nuit, à 21h le jour 33, 00h et 03h le jour 34. (a) Le flux thermique total pour le modèle LASDD de [Basu et al., 2008]. Les résultats des flux thermiques résolus [Resolved] et sous-maille [SGS] pour les modèles de (b) Smagorinsky, (c) Germano-Lilly et (d) Wong-Lilly.*

à l'aide d'une méthode de reconstruction qui utilise les températures potentielles et les vitesses entre les premiers niveaux de mesures. De ce fait, l'analyse de $Q_0 =< \overline{w'\Theta'} >_0$ à la surface donne des résultats différents selon la méthode de reconstruction des flux

| | 21h | 00h | 03h |
|---|---|---|---|
| [Basu et al., 2008] ($z_0 = 1.0cm$) | -0.03 | -0.035 | -0.03 |
| [Basu et al., 2008] (Hicks - $z_0 = 1.0cm$) | -0.03 | -0.032 | -0.03 |
| [Yamada and Mellor, 1975] ($z_0 = 1.2mm$) | 0.00 | 0.00 | -0.008 |
| [Yamada and Mellor, 1975] (Businger - $z_0 = 1.2mm$) | -0.006 | -0.005 | -0.006 |
| [André et al., 1978] ($z_0 = 1.0cm$) | -0.011 | -0.013 | -0.017 |
| [André et al., 1978] (Businger - $z_0 = 1.2mm$) | -0.006 | -0.006 | -0.006 |

TABLE 6.1 – *Tableau récapitulatif des valeurs de $Q_0$ $(K.m.s^{-1})$ répertoriées dans la littérature durant l'expérience Wangara à 21h, 00h et 03h selon les méthodes de reconstruction utilisées et les rugosités considérées.*

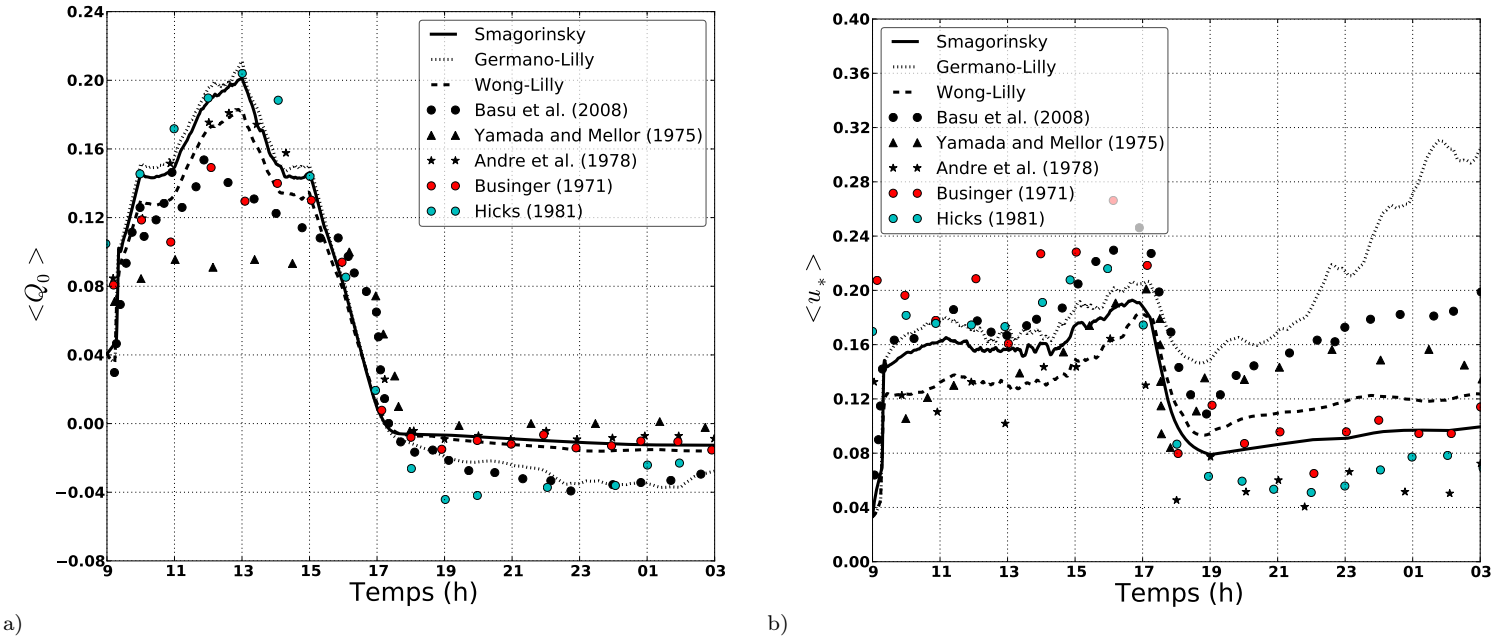



FIGURE 6.12 – *Évolution temporelle (a) du flux de chaleur au sol $< Q_0 > (K.m.s^{-1})$ et (b) de la vitesse de frottement $< u^* > (m.s^{-1})$.*

appliquée et la rugosité imposée au sol (Tab. 6.1). Par exemple, [André et al., 1978], avec une rugosité $z_0 = 1.0cm$ et [Yamada and Mellor, 1975], avec une rugosité $z_0 = 1.2mm$, comparent leurs résultats obtenus aux valeurs de $Q_0$ estimées avec une méthode de reconstruction itérative du type [Businger et al., 1971] avec $z_0 = 1.2mm$. Ces deux

articles s'appuient sur les températures potentielles et les vitesses de vent issues des mesures faites au centre de la zone d'expérience. [Basu et al., 2008] avec une rugosité $z_0 = 1.0cm$ se comparent aux flux de chaleur au sol provenant de [Hicks, 1981] considérant les données de l'expérience Wangara sur l'ensemble du site. Le détail des méthodes de reconstruction peut être trouvé dans [Musson-Genon et al., 2007]. Sur la figure 6.12 (a) on compare les évolutions temporelles de $< Q_0 >$ pour différents modèles, aux résultats de la littérature. Excepté pour les modèles Germano-Lilly et LASDD, la nuit, les flux de chaleur à la surface sont faibles de l'ordre de $-0.01\ K.m.s^{-1}$ conformément à ce qui est trouvé par la méthode de [Businger et al., 1971]. [André et al., 1978] et [Yamada and Mellor, 1975] produisent même des flux chaleur au sol inférieur à $-0.01\ K.m.s^{-1}$. Les modèles dynamiques Germano-Lilly et LASDD réussissent à produire des $< Q_0 >$ plus faibles qui évoluent tout deux de façon identique tout en restant proches des résultats de [Hicks, 1981].

La nuit, la vitesse de frottement $< u^* >$ évolue différemment selon les modèles. Si ce n'est pour [André et al., 1978], on observe dans tout les cas une surestimation de $< u^* >$ par rapport aux estimations de [Hicks, 1981]. Cette tendance se retrouve aussi très clairement dans [Yamada and Mellor, 1975] avec un modèle RANS. Le modèle de Smagorinsky et celui de Wong-Lilly sont les plus proches de [Hicks, 1981]. La question de la capacité des méthodes de Louis ou Monin-Obukhov à bien capter l'intensité des flux en conditions stables est posée par [Basu et al., 2008] et suscite encore de nombreuses recherches. Le modèle Germano-Lilly produit un $< u^* >$ bien trop fort qui pourrait être une conséquence des oscillations de vitesses qu'il engendre en proche paroi. Notamment la nuit en condition stable, il est ici évident que le type de modèle sous-maille utilisé génère de fortes différences sur les évolutions des flux au sol $< Q_0 >$ et $< u^* >$.

Les variances (Fig. 6.13) montrent clairement que le modèle de Smagorinsky, du fait de sa diffusivité plus importante, tue toute turbulence près de la surface, ce qui se retranscrit par des variances de vitesse nulles dans la couche limite stable. La valeur de $C_s$ ayant déjà été prise très basse ($C_s = 0.065$) comparativement aux constantes de Smagorinsky habituellement utilisées en modélisation atmosphérique démontre la difficulté de ce modèle à retranscrire une turbulence correcte en situation stable. Il n'y a que le modèle Wong-Lilly, au niveau des ordres de grandeur, qui peut être comparé au modèle LASDD. Mais, à la surface, les variances s'annulent mettant en avant une dissipation de l'énergie trop importante sur les premiers centres de maille pour le modèle Wong-Lilly. Le modèle dynamique Germano-Lilly est lui comparable à [Basu et al., 2008]

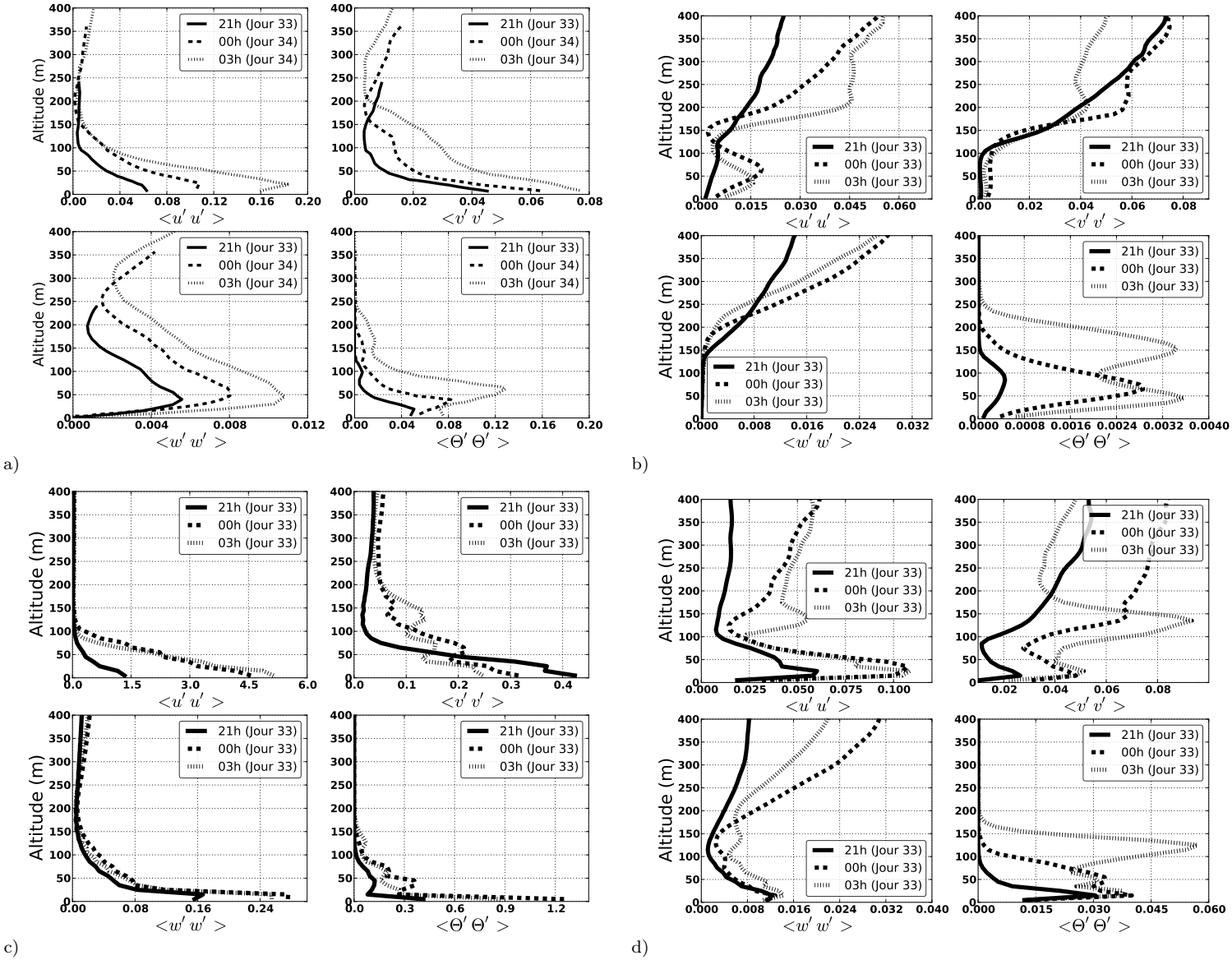



FIGURE 6.13 – *Variances* $<\overline{u'^2}>$, $<\overline{v'^2}>$, $<\overline{w'^2}>$ *et* $<\overline{\Theta'^2}>$ *en fonction de l'altitude, la nuit, à 21h le jour 33, 00h et 03h le jour 34. Les résultats de (a) [Basu et al., 2008] avec le modèle sous-maille LASDD, (b) du modèle de Smagorinsky, (c) du modèle Germano-Lilly et (d) du modèle Wong-Lilly.*

au niveau de l'évolution verticale des variances résolues mais les valeurs sont, cette fois, trop fortes aussi bien pour les composantes de la vitesse que pour la température potentielle. Ici la dissipation ne semble pas suffisante dans la couche stable. Il est donc

difficile de déterminer quel modèle est le meilleur pour la modélisation de situations nocturnes.

De même, la confrontation des variances résolues de [Basu et al., 2008] avec celles relevées dans différents articles montrent de grands écarts. Le tableau 6.2 met en avant cette disparité des résultats pour des cas stables. Ceci ne valide en rien les résultats Code_Saturne mais souligne le fait que le modèle LASDD ne peut être considéré comme une référence absolue.

| | $\overline{u'^2}$ | $\overline{v'^2}$ | $\overline{w'^2}$ | $\overline{\Theta'^2}$ |
|---|---|---|---|---|
| [Basu et al., 2008] | 0.12 | 0.06 | 0.01 | 0.12 |
| [Yamada and Mellor, 1975] | 0.4 | 0.35 | 0.1 | / |
| [André et al., 1978] | / | / | 0.01 | 0.001 |
| [Brown et al., 1994] | 0.3 | 0.24 | 0.1 | / |
| [Kleissl et al., 2006] | 0.08 | / | 0.2 | / |
| [Basu and Porté-Agel, 2006] | 0.3 | 0.22 | 0.08-0.16 | 0.008 |

TABLE 6.2 – *Tableau récapitulatif des ordres de grandeur des maximum de variances résolues, la nuit dans les cent premiers mètres, répertoriés dans la littérature.*

### 6.5.3 Conclusions

La simulation du cas diurne de la journée 33-34 de l'expérience Wangara permet, une nouvelle fois, de mettre en avant la capacité de Code_Saturne à reproduire, le jour, une évolution de la couche limite atmosphérique réaliste et en adéquation avec les résultats présents dans la littérature. Les profils moyens, les flux et les variances résolues sont alors similaires à [Basu et al., 2008], [Yamada and Mellor, 1975] et [André et al., 1978]. La nuit les profils moyens de vitesse ne parviennent pas à reproduire de jet de basse couche important et les profils de température potentielle, dans la couche stable, ne sont pas assez importants, excepté pour le modèle Germano-Lilly. Le rôle à attribuer au forçage radiatif dans le développement de la couche stable est à étudier plus en détails. De plus, des oscillations apparaissent sur les flux de chaleur qui semblent provenir des champs de vitesse verticale $\overline{w}$. Seul le modèle de Smagorinsky la nuit ne présente pas d'oscillation mais, en contre partie, annihile toute turbulence au bas du domaine du fait de sa trop grande diffusivité. Le modèle de Wong-Lilly se situe entre les deux autres

modèles avec moins d'oscillations et plus de turbulence générée dans la couche stable. La section suivante nous amène à mesurer l'impact du rayonnement sur nos simulations.

## 6.6 Effets du rayonnement radiatif

### 6.6.1 Forçage Radiatif

Le forçage radiatif est pris en compte par l'insertion d'un terme source dans l'équation d'évolution de la température potentielle. Les divergences de flux radiatifs servant à la constitution du terme source proviennent d'une précédente simulation RANS $e-\epsilon$ réalisée avec Code_Saturne.

Le terme source, ou taux de réchauffement (en $K.s^{-1}$), ajouté à l'équation d'évolution de la température potentielle s'exprime par la relation :

$$-\frac{1}{\overline{\rho}C_p}\frac{\overline{\Theta}}{\overline{T}}\frac{\partial F_{net}(z)}{\partial z} \tag{6.6.1}$$

$F_{net}(z)$ correspond au flux radiatif net exprimé en $W.m^{-2}$ qui est fonction de l'altitude. Il est composé de la différence du flux net solaire et infrarouge $F_{net} = F_{sol} + F_{ir}$. Chaque flux est composé de sa partie descendante et ascendante calculées pour chaque couche atmosphérique $F_{sol}(z) = F^{\uparrow}_{sol}(z) - F^{\downarrow}_{sol}(z)$ et $F_{ir}(z) = F^{\uparrow}_{ir}(z) - F^{\downarrow}_{ir}(z)$. Pour l'infrarouge l'absorption est prise en compte pour la vapeur d'eau et ses dimères, le gaz carbonique $CO_2$ et l'ozone $O_3$. Pour le solaire, n'est pris en compte que l'absorption de la vapeur d'eau et celle du $O_3$. Cependant pour les courtes longueurs d'onde, est ajoutée la prise en compte de la diffusion de Rayleigh. De plus, l'interaction des diffusions multiples est aussi considérée en agrégeant les effets des couches au-dessus et en dessous. La diffusion dans l'infrarouge n'étant importante qu'en présence de nuages formés d'eau à l'état liquide, elle est négligée en ciel clair. L'absorption et la diffusion du dioxygène $O_2$ sont négligées aussi bien pour les courtes longueurs d'onde que pour les longues. Ce schéma radiatif est similaire à celui explicité dans [Musson-Genon, 1987].

Le taux de réchauffement total utilisé (Fig. 6.14(c)) est composé de la différence du réchauffement solaire (Fig. 6.14(a)) et infrarouge (Fig. 6.14(b)). Le jour, il y a donc une compétition entre la composante solaire et infrarouge. Au-dessus de 100m, le refroidissement infrarouge compense quasi parfaitement le réchauffement dû aux courtes longueurs d'onde. Il en résulte une valeur positive faible du réchauffement total dans la

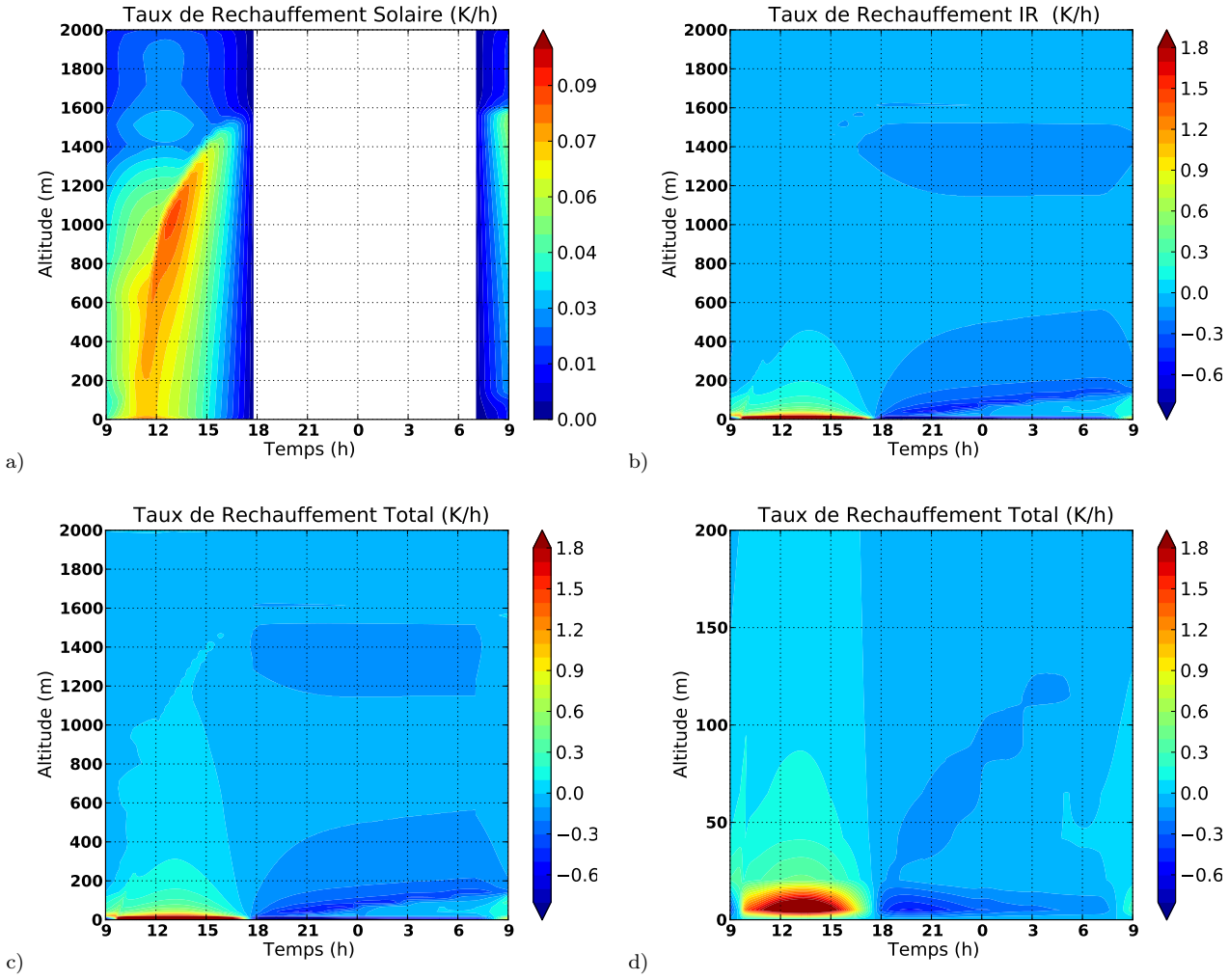



FIGURE 6.14 – *Évolutions temporelles (a) des forçages radiatifs solaires, (b) infrarouges, (c) totaux exprimés en taux de réchauffement (K/h) et (d) agrandissement du taux de réchauffement total dans la couche atmosphérique comprise entre 0 et 200m.*

couche de mélange. Dans les premières couches près du sol, en journée, le rayonnement infrarouge produit un taux de réchauffement important qui s'ajoute au faible réchauffement solaire. La couche de mélange, jusqu'à 18h, se trouve alors réchauffée dans son ensemble. Au-delà de la hauteur de couche limite le refroidissement infrarouge est plus fort et provoque un refroidissement de l'atmosphère libre.

La nuit la composante solaire devient nulle et il ne reste que l'action du refroidissement infrarouge. Il est assez fort dans les 500 premiers mètres, pouvant atteindre

-1.7K/h au premier niveau (Fig. 6.14(d)). Il en résulte un gradient plus fort de température potentielle et une stabilité accrue pour cette couche, impactant directement le jet de basse couche.

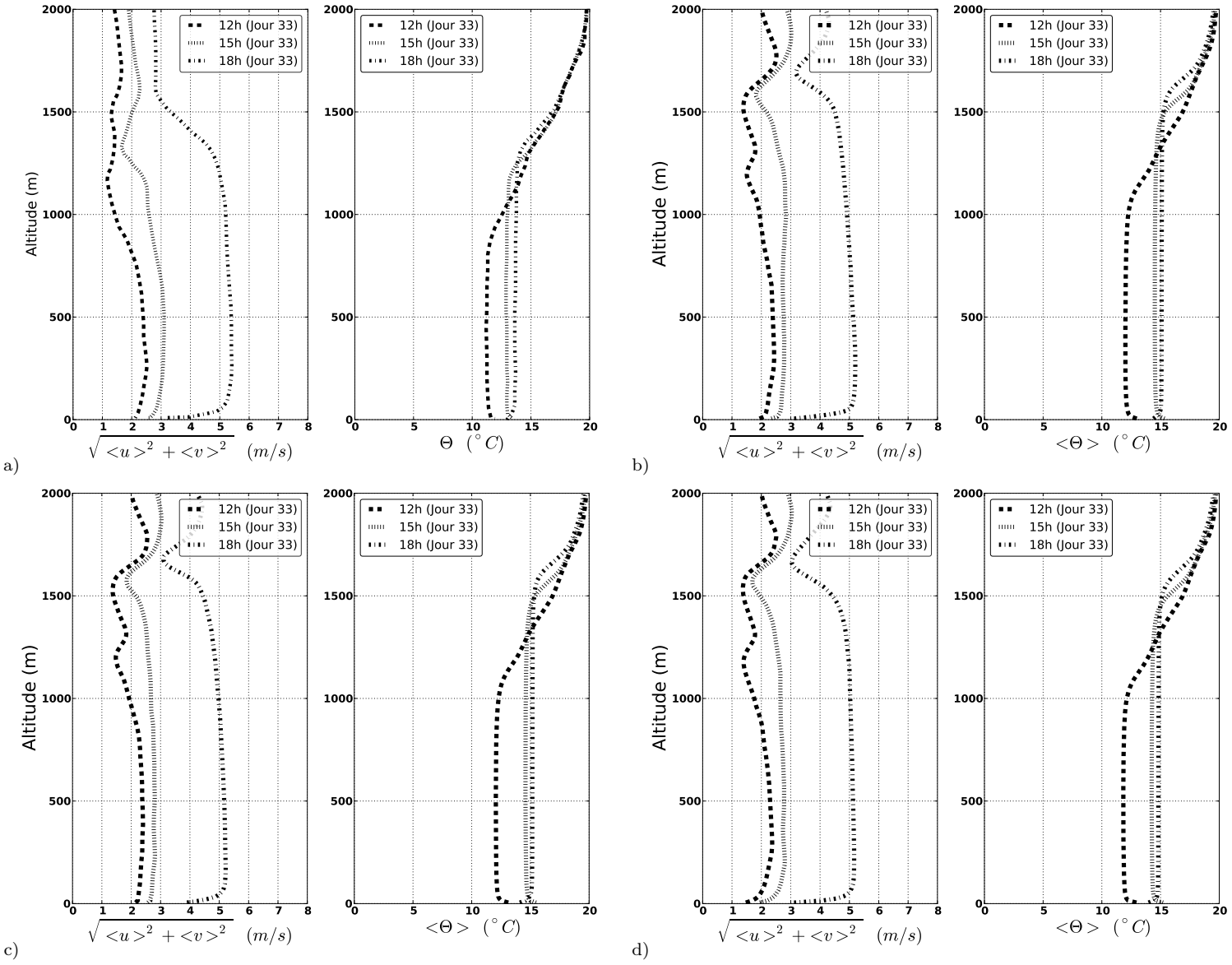



FIGURE 6.15 – *Profils moyens de vitesse et de température potentielle, avec forçage radiatif, en fonction de l'altitude, le jour, à 12h, 15h et 18h. Les résultats des modèles sous-maille de (a) [Basu et al., 2008] (LASDD), (b) Smagorinsky, (c) Germano-Lilly et (d) Wong-Lilly*

Le forçage radiatif a peu d'action sur les profils de vitesse et de température poten-

tielle en journée du fait qu'il existe un équilibre entre le réchauffement et le refroidissement des couches. Nous remarquons sur la figure 6.15 que le vent n'est que très peu affecté. Le profil de température potentielle admet une inversion de gradient plus en altitude que précédemment, simulant ainsi une hauteur de couche limite atmosphérique plus importante. De plus la température potentielle est très légèrement plus chaude dans la couche de mélange, de l'ordre de quelques dixièmes de Kelvin selon les modèles, mais dans l'ensemble les conditions n'ont pas radicalement changé, les profils respectant une évolution similaire aux mesures et au modèle LASDD. Comme vu précédemment, excepté dans les couches les plus proches du sol où le rayonnement infrarouge provoque un réchauffement local, au-dessus de 100m, le refroidissement infrarouge compense quasiment le réchauffement solaire d'où le peu d'action du rayonnement sur l'ensemble de la couche de mélange.

La nuit l'effet du forçage radiatif se fait beaucoup plus ressentir (Fig. 6.16). L'effet du soleil disparaissant la nuit, le refroidissement infrarouge est le seul à jouer un rôle dans les échanges radiatifs. On remarque un réchauffement léger du profil de température potentielle pour les trois modèles dans la couche résiduelle. Cette observation est corrélée à l'augmentation de $\overline{\Theta}$ le jour dans la couche de mélange dont hérite la couche résiduelle la nuit. De plus, le rayonnement infrarouge refroidit les couches les plus proches du sol, annihilant la turbulence et augmente ainsi le gradient de $\overline{\Theta}$ pour chaque modèle au-dessous de 300m. Le modèle Germano-Lilly parvient à reproduire quasi à l'identique le comportement de la température potentielle de [Basu et al., 2008] (Fig. 6.16 (c)). Les deux autres modèles améliorent sensiblement la valeur de $\overline{\Theta}$ au premier centre de maille mais restent, malgré tout, loin du modèle Germano-Lilly. Le modèle de Smagorinsky semble être le plus éloigné du cas LES de référence de [Basu et al., 2008].

Le module de vitesse du vent est lui aussi très impacté par le rayonnement. Le plus important est l'effet sur le jet de basse couche. Il apparaît clairement que tout les modèles réussissent dorénavant à modéliser un jet important. Plus la stabilité de la couche limite et le gradient de $\overline{\Theta}$ sont importants, plus les couches les plus basses se désolidarisent les unes des autres, moins le frottement du sol se fait ressentir et plus le jet de basse couche semble être fort. Le modèle Germano-Lilly en plus de reproduire un gradient de température potentielle correct, réussi à reproduire un jet de basse couche important et ainsi se rapprocher de [Basu et al., 2008]. Le modèle Wong-Lilly simule aussi un jet nocturne important, de vitesse moins importante que le précédant modèle et plus étendu sur la verticale. Le modèle non-dynamique de Smagorinsky n'est pas capable pour sa

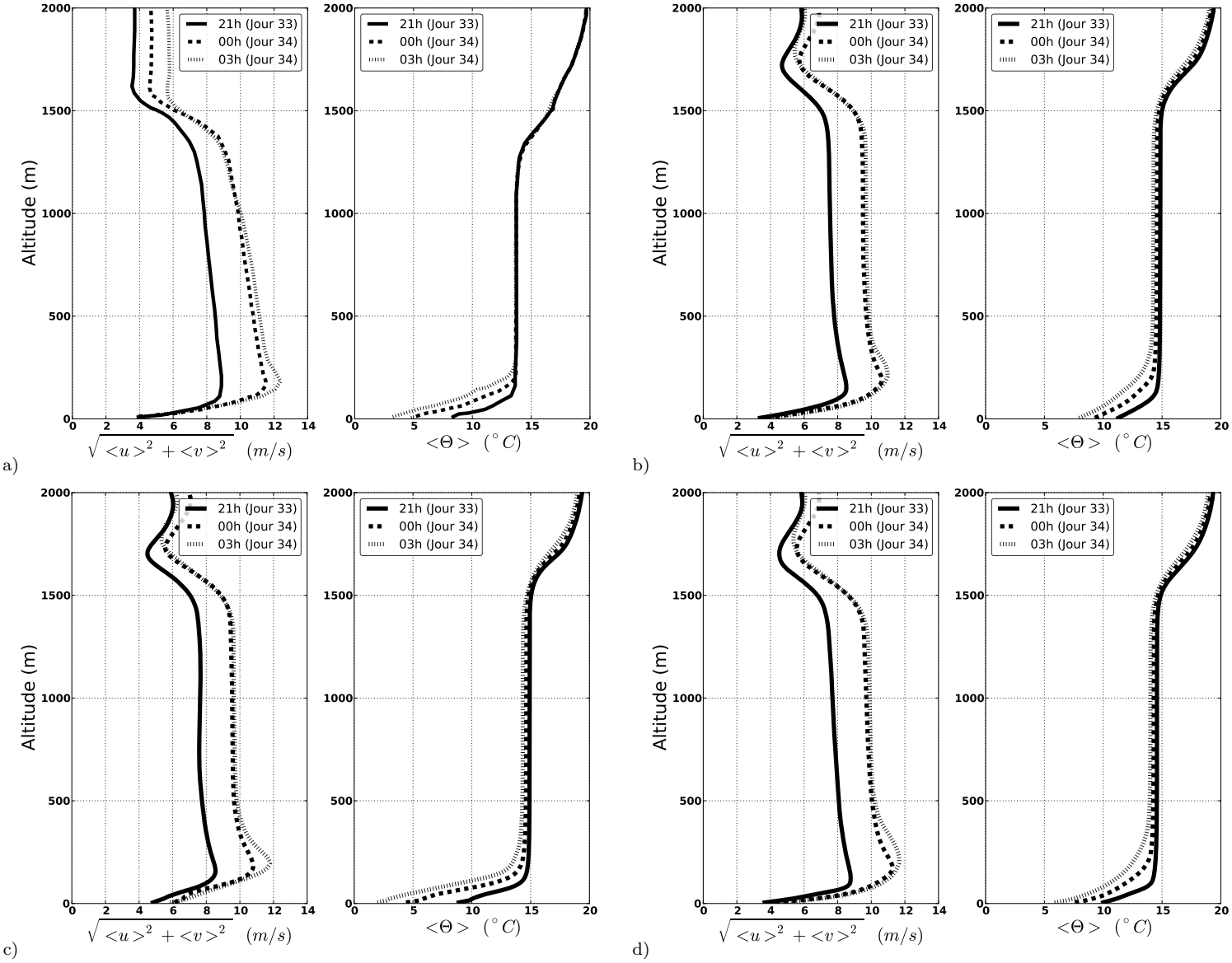



FIGURE 6.16 – *Profils moyens de vitesse et de température potentielle, avec forçage radiatif, en fonction de l'altitude, la nuit, à 21h le jour 33, 00h le jour 34 et 03h le jour 34. Les résultats des modèles sous-maille de (a) [Basu et al., 2008] (LASDD), (b) Smagorinsky, (c) Germano-Lilly et (d) Wong-Lilly.*

part de reproduire ni un jet suffisamment important ni un gradient de $\overline{\Theta}$ assez stable. Le modèle de Smagorinsky ne possède aucune adaptation de sa constante de Smagorinsky $C_s$, le rendant bien trop diffusif la nuit alors que les modèles dynamiques admettent un

coefficient variable $C$ pouvant mieux s'adapter à la petite taille des structures turbulentes la nuit, en conditions stables.

Pour parfaire cette étude le cas Wangara a été reproduit dans les même conditions, avec une fermeture RANS $e-\epsilon$ (Fig. 6.17). Toujours à l'aide de Code_Saturne nous avons réalisé un cas avec et un cas sans couplage radiatif. L'évolution des résultats est similaire à celle étudiée en LES. En l'absence de couplage radiatif et donc de refroidissement infrarouge dans la couche stable, il y a un réchauffement des 500 premiers mètres de l'atmosphère se traduisant par une turbulence accrue et donc un gradient plus faible de la température potentielle. Le jet de basse couche est alors fortement impacté puisqu'il disparaît totalement des profils. Le modèle $e-\epsilon$ se révèle donc dépendant du modèle radiatif étant, comme la LES et de manière encore plus critique, incapable de produire un quelconque jet de basse couche sans refroidissement infrarouge. Les articles de [Yamada and Mellor, 1975] [André et al., 1978] et [Musson-Genon, 1995] utilisent tout les trois des modèles RANS associés à un couplage radiatif et il serait intéressant d'avoir une estimation précise de l'influence du rayonnement sur leurs résultats la nuit.

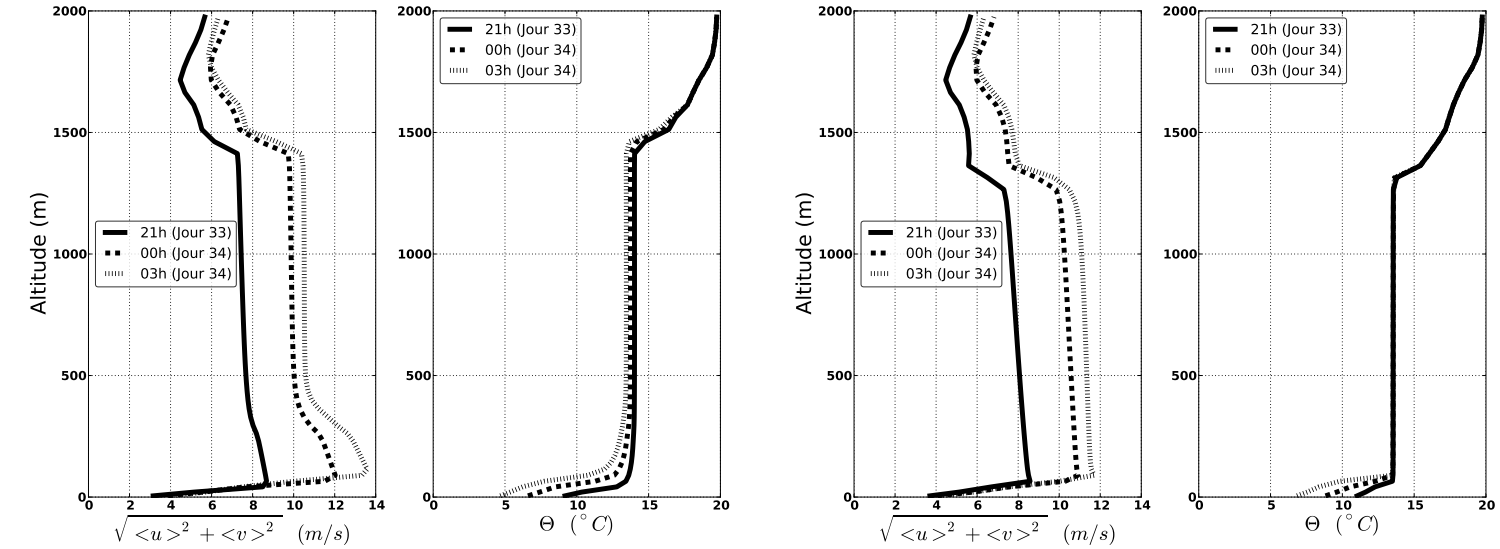



FIGURE 6.17 – *Résultats du cas Wangara avec le modèle RANS $e-\epsilon$. Profils de vitesse et de température potentielle, (a) avec couplage radiatif et (b) sans couplage radiatif, la nuit, à 21h le jour 33, 00h le jour 34 et 03h le jour 34.*

Le forçage, ici, utilisé pour la LES, issu d'une modélisation RANS n'est pas corrélé à la dynamique de notre système. Les taux de réchauffement sont calculés à partir des

profils moyens de température potentielle issus de d'une simulation $e-\epsilon$. Ainsi les taux estimés par le modèle radiatif couplé au RANS ne sont pas rigoureusement adaptés aux profils de température potentielle en LES. Les schémas radiatifs sont très sensibles aux gradients près du sol que nous avons vu être très différents entre les simulations RANS et les différents modèles sous-maille de la LES. Il y a donc une incohérence entre le terme source utilisé issu du RANS $e-\epsilon$ et les conditions atmosphériques simulées par la LES. L'étape suivante est donc de ne plus faire seulement appel à un forçage radiatif mais à un couplage entre un modèle radiatif et notre LES afin de tenter d'améliorer nos résultats de simulation LES.

### 6.6.2 Couplage Radiatif

Après l'analyse de l'apport du forçage radiatif sur nos simulations LES, en particulier la nuit en conditions stables, nous modélisons un couplage radiatif. Le schéma radiatif 1D utilisé est celui évoqué au début de la section précédente et déjà testé avec succès sur un cas RANS $e-\epsilon$. Pour plus de précisions concernant le schéma radiatif concernant le flux radiatif infrarouge, nous allons le décrire plus en détail. Concernant l'infrarouge, le modèle utilisé est celui issu de [Sasamori, 1968], intégrant l'équation du transfert radiatif à l'aide de l'approximation d'émissivité, à la différence près que l'on considère l'émissivité du sol $\epsilon_g$ [Musson-Genon, 1987, André et al., 1978] :

$$\begin{aligned}\frac{\partial F}{\partial z} = (1-\epsilon_g)\left[B_{rad}(0) - \int_0^\infty B_{rad}(z')\frac{A_{rad}(0,z')}{\partial z'}dz'\right]\frac{A_{rad}(0,z)}{\partial z} \\ + \int_0^z \frac{A_{rad}(z,z')}{\partial z'}\frac{\partial B_{rad}}{\partial z'}dz' + \int_z^{zt}\frac{A_{rad}(z,z')}{\partial z'}\frac{\partial B_{rad}}{\partial z'}dz' \\ - \frac{A_{rad}(z,\infty)}{\partial z}B_{rad}(zt)\end{aligned} \tag{6.6.2}$$

Où $A_{rad}(z)$ représente l'absorption totale, fonction de l'absorption des gaz atmosphériques et $B_{rad}(z)$ représente l'émission d'un corps noir à la température $T(z)$.

Concernant le solaire, le modèle utilisé est similaire au schéma produit par [Lacis and Hansen, 1974] prenant en compte deux bandes spectrales : $0.2\mu m$ à $0.7\mu m$ où l'absorption de l'ozone et la diffusion de Rayleigh sont prépondérantes et $0.7\mu m$ à $4.0\mu m$ où l'absorption de la vapeur d'eau est la plus importante. Rappelons que la diffusion des couches adjacentes est aussi considérée.

Le module "humid atmosphere" de Code_Saturne sera utilisé pour ce cas pour tenir compte de l'humidité, donc de la vapeur d'eau et d'hypothétiques nuages. Ce module

prend en considération, en plus des vitesses u,v et w, non plus la température potentielle mais la température potentielle liquide $\Theta_l$ en Kelvin, le contenu en eau total $q_w$ en $kg/kg$ et le nombre de gouttelette $N_c$ en $cm^{-3}$. $\Theta_l$ contrairement à la température potentielle prend en compte le contenu en eau liquide $q_l$ $(kg/kg)$ et la chaleur latente $L$ :

$$\Theta_l = \Theta \left(1 - \frac{L}{C_p T} q_l\right) \tag{6.6.3}$$

$q_w$ correspondant à la teneur en eau totale est constituée de la somme de la teneur en eau liquide $q_l$ et de la teneur en vapeur d'eau $q_v$ :

$$q_w = q_v + q_l \tag{6.6.4}$$

Pour l'expérience Wangara, en ciel clair le contenu en eau liquide sera nul ainsi que le nombre de gouttelettes. $\Theta_l$ et $q_w$ seront donc respectivement égaux à $\Theta$ et $q_v$. Les équations d'évolution de ces deux scalaires seront :

$$\frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{\Theta j} - \frac{1}{\overline{\rho}\, C_p}\frac{\overline{\Theta}}{\overline{T}}\frac{\partial F_{net}}{\partial z} \tag{6.6.5}$$

$$\frac{\partial \overline{q_v}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{q_v}}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{q_v j} \tag{6.6.6}$$

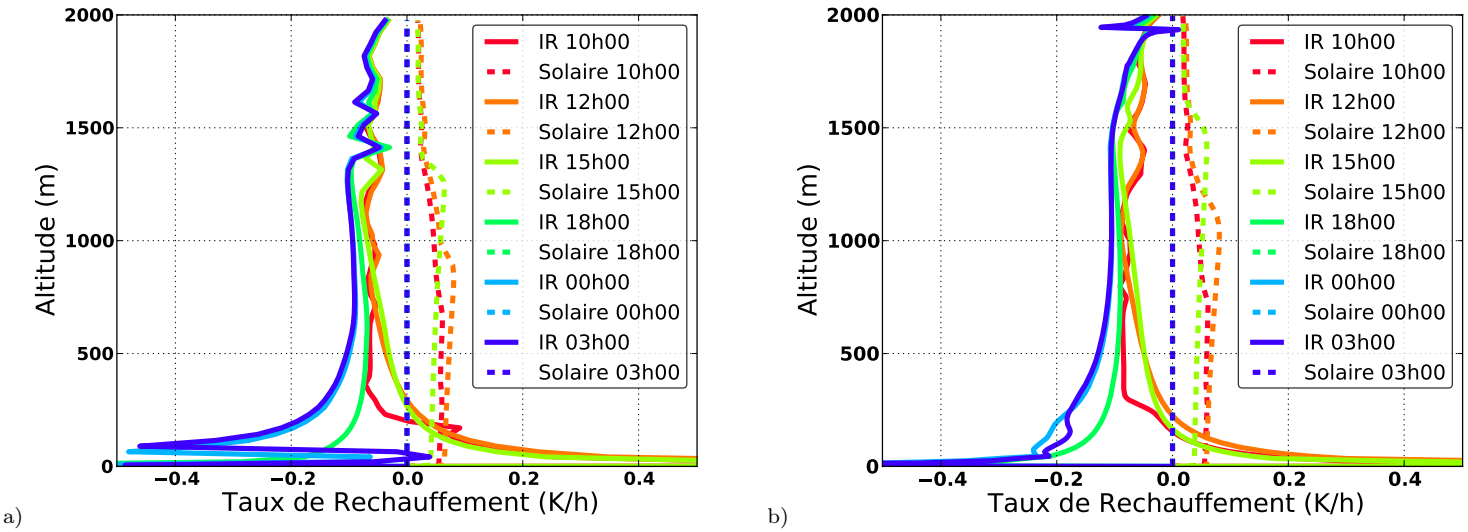



FIGURE 6.18 – *Évolution temporelle des taux de réchauffement infrarouge et solaire pour (a) la modélisation RANS ($e - \epsilon$) et (b) la modélisation LES du cas Wangara.*

Avec les tenseurs sous-maille :

$$\tau_{\Theta_j} = -\frac{\nu_t}{Pr}\frac{\partial\overline{\Theta}}{\partial x_j} \tag{6.6.7}$$

$$\tau_{q_v j} = -\frac{\nu_t}{Pr}\frac{\partial\overline{q_v}}{\partial x_j} \tag{6.6.8}$$

Les taux de réchauffement sont calculés à l'aide des profils de température potentielle, d'humidité et de masse volumique, moyennées horizontalement à chaque pas de temps. Ainsi il y a une correspondance directe entre les conditions simulées par LES et les taux de refroidissement estimés par le modèle de rayonnement. Il s'agit donc bien d'un couplage radiatif et non plus d'un simple forçage radiatif, comme précédemment.

Les taux de réchauffement et les profils moyens :

Les taux de réchauffement provenant des simulations RANS en $e-\epsilon$ et LES utilisant un modèle de Smagorinsky considérant le couplage radiatif sont en journée quasi similaires (Fig. 6.18). Pour la simulation RANS, le taux de refroidissement infrarouge compense bien en journée le réchauffement solaire permettant d'avoir dans la couche de mélange un réchauffement presque nul. Le couplage du schéma radiatif avec la LES produit un refroidissement infrarouge plus important provoquant ainsi un refroidissement de la couche limite au-dessus de 350m dont nous verrons l'effet sur les profils moyens de température potentielle. Le maximum de réchauffement infrarouge près du sol au premier centre de maille est plus important pour le RANS ($\backsimeq 3.72\ K/h$) que pour la LES ($\backsimeq 3.09\ K/h$). La nuit les taux de refroidissement infrarouge comportent plus de nuances entre le RANS et la LES. Premièrement sur le modèle $e-\epsilon$, il est observé un pic positif de réchauffement en-dessous de 100m qui n'est pas présent en LES. Il a pour origine le gradient moins lisse de $\overline{\Theta}$ près de la surface du fait, déjà, de la résolution verticale moins importante du modèle RANS. Nous avons vu préalablement l'importance du taux de réchauffement sur le gradient de température potentielle et donc sur le jet de basse couche. Du fait que le taux de refroidissement est plus important pour la LES, un jet de basse couche de vitesse plus grande est donc attendu. Deuxièmement, au premier centre de maille, à 5m, le taux de refroidissement LES est bien plus fort ($\backsimeq -1.65\ K/h$) que pour le RANS ($\backsimeq -0.81\ K/h$) ce qui renforce l'idée que $\Theta$ sera plus froid près du sol. Au-delà de 500m les taux évoluent de manière comparable mais avec un refroidissement qui semble légèrement plus important pour la LES.

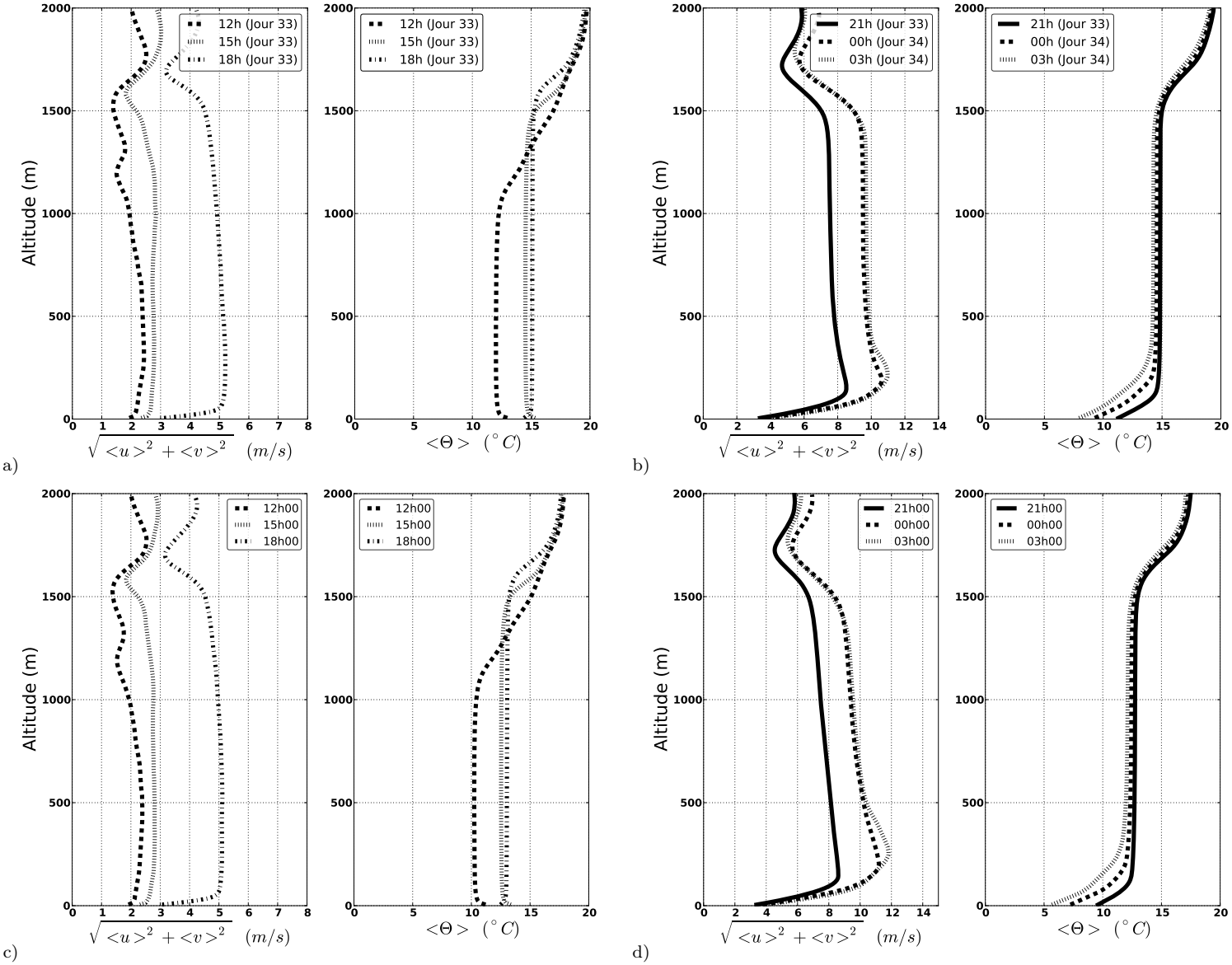



FIGURE 6.19 – *Profils de vitesse et de température potentielle, avec forçage radiatif et un modèle sous-maille du type Smagorinsky, en fonction de l'altitude, (a) le jour et (b) la nuit. De même, avec cette fois un couplage radiatif, (c) le jour et (d) la nuit.*

Si on confronte les résultats du forçage radiatif, issus de la modélisation RANS, avec ceux du couplage radiatif il est évident que le schéma radiatif couplé améliore la simulation LES faite avec un modèle sous-maille du type Smagorinsky (Fig 6.19). La journée le vent est identique pour les deux tests. Cependant pour la température

potentielle il apparaît, comme prévu un réchauffement global de toute la couche limite. L'évolution en fonction de l'altitude et du temps est la même mais avec une température plus faible de environ deux degrés. L'étude des taux de réchauffement avait permis d'anticiper ces observations le jour.

La nuit le constat est le même avec une couche limite bien plus froide dans son ensemble en LES. La température potentielle est déjà plus faible pendant la journée, le refroidissement infrarouge continuant à être plus important avec le couplage en LES il n'est pas étonnant d'observer, la nuit, une couche limite encore plus froide. De plus, le taux de refroidissement est plus fort près du sol que dans les couches supérieures. Il en résulte un gradient plus fort de $\Theta$ dans la couche stable. La stabilité est donc plus importante avec le couplage que le forçage. Comme expliqué précédemment, ceci a pour influence d'augmenter sensiblement le jet de basse couche. Il est à noter que le jet à 3h est à une altitude plus élevée. Si on regarde le profil de $\Theta$, la courbure entre la couche stable et la couche résiduelle est plus importante pour le forçage que pour le couplage. On passe donc d'un fort gradient à un gradient nul plus rapidement et plus bas dans le cas du forçage que dans le cas du couplage. Ceci explique que l'effet du sol disparaît plus haut pour le couplage et ainsi produit un jet de basse couche à altitude plus importante.

[Basu et al., 2008] en ne tenant pas compte du rayonnement, s'affranchit d'un processus physique qui se révèle primordial pour reproduire convenablement le cas Wangara. De plus, il paraît imparfait de modéliser des écoulements atmosphériques, stables nocturnes, sans considérer l'influence du rayonnement. Nous avons démontré que le couplage radiatif améliore fortement nos résultats. La nuit notamment, le gradient de température potentielle près du sol se trouve être renforcé et la vitesse maximale du jet de basse couche augmentée. L'effet du rayonnement radiatif tend à améliorer notre simulation par rapport aux mesures expérimentales. La section suivante nous amènera a mesurer l'impact de différents paramètres sur les résultats de nos simulations.

L'évolution temporelle des champs moyens :

La comparaison des évolutions temporelles des champs moyens souligne le bon comportement de Code_Saturne couplé au modèle de rayonnement radiatif avec un modèle de Smagorinsky. Les deux composantes $< \overline{u} >$ et $< \overline{v} >$ de la vitesse évoluent de manière similaire aux mesures et se trouvent être quasi identiques avec les résultats de [Basu et al., 2008] (Fig. 6.20). Concernant $< \overline{v} >$, peu de différences sont visibles, si

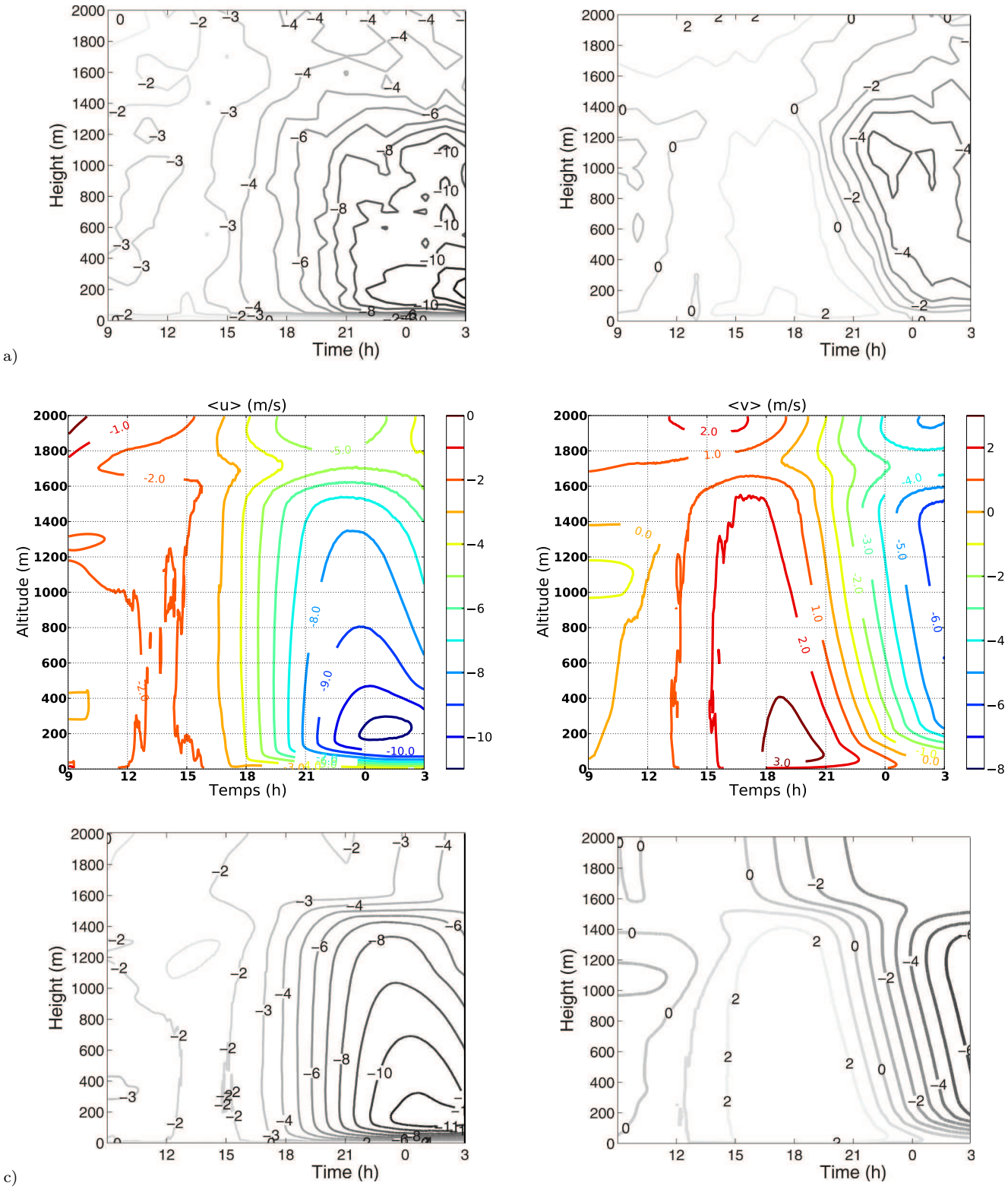



FIGURE 6.20 – *Évolution au cours du temps des vitesses moyennes* $< \overline{u} >$ *(à gauche) et* $< \overline{v} >$ *(à droite), (a) issues des mesures pendant Wangara, (b) avec Code_Saturne couplé au modèle de rayonnement et (c) avec le modèle LASSD selon [Basu et al., 2008].*

ce n'est la nuit, dans la couche résiduelle, où les mesures rapportent des vitesses moins importantes : $-4\,m/s$ pour les observations contre $-6\,m/s$ pour les deux modèles LES. Cependant dans la couche limite stable $< \overline{v} >$ est similaire sur les trois graphiques. La nuit, l'écart maximum, survient sur la composante $< \overline{u} >$ dans les 400 premiers mètres. Cet écart est responsable de la différence d'amplitude des jets de basse couche. Les observations relèvent un jet basse couche bien plus important que les simulations, ce qui s'explique part une vitesse $< \overline{u} >$ bien plus importante de l'ordre de $12\,m/s$ à 3h00. Code_Saturne ne parvient pas à maintenir un $< \overline{u} >$ assez fort à 3h. Le vitesse maximale ($11\,m/s < < \overline{u} > < 12\,m/s$) est maintenue que de 0h00 à 2h00 puis diminue jusqu'à 3h00 ($10\,m/s < < \overline{u} > < 11\,m/s$). Ainsi le jet nocturne est moins intense que celui issu des mesures. Le modèle LASDD est plus à même de maintenir un $< \overline{u} >$ plus important jusqu'à 3h00 qui se traduit, pour [Basu et al., 2008], par un jet légèrement plus important que pour Code_Saturne.

Les températures potentielles issues de Code_Saturne, [Basu et al., 2008] et [Yamada and Mellor, 1975] évoluent, le jour, de façon semblable aux mesures. Ceci est en accord avec nos remarques faites sur les profils moyens : en situations convectives peu de différence subsiste. La nuit, Code_Saturne, sous l'influence du refroidissement infrarouge, semble trop froid par rapport aux observations. Cet effet est notamment visible lorsque l'on suit l'isoligne correspondant à $13\,°C$ à partir de 18h00, heure de l'apparition du gradient thermique stable près de la surface. De même la nuit, en haut du domaine, dans l'atmosphère libre, $< \overline{\Theta} >$ n'excède jamais $18\,°C$ alors que les mesures et [Basu et al., 2008] montrent des températures potentielles plus importantes ($< \overline{\Theta} > > 19\,°C$). Les gradients thermiques dans la couche limite stable sont similaires entre les simulations LES et les mesures. [Yamada and Mellor, 1975] ont plus de mal a reproduire une évolution temporelle conforme aux observations durant Wangara. À 3h00, La couche résiduelle nocturne est réduite à environ 200m au-dessus de 500m d'altitude. Enfin le gradient de $< \overline{\Theta} >$ ne paraît pas assez homogène, très fort dans les 100 premiers mètres puis très faible jusqu'à 500m. Cette remarque peut être liée au fait que [Yamada and Mellor, 1975] trouvent un jet de basse couche trop bas, à une altitude de seulement 100m au-dessus de la surface.

Dans l'ensemble, nos résultats et ceux de [Basu et al., 2008] sont très similaires et se comparent de manière satisfaisante avec les mesures. Les deux simulations LES se différencient par une composante de vitesse $< \overline{u} >$ plus importante dans la couche atmosphérique stable et une atmosphère plus froide la nuit dont le refroidissement infrarouge

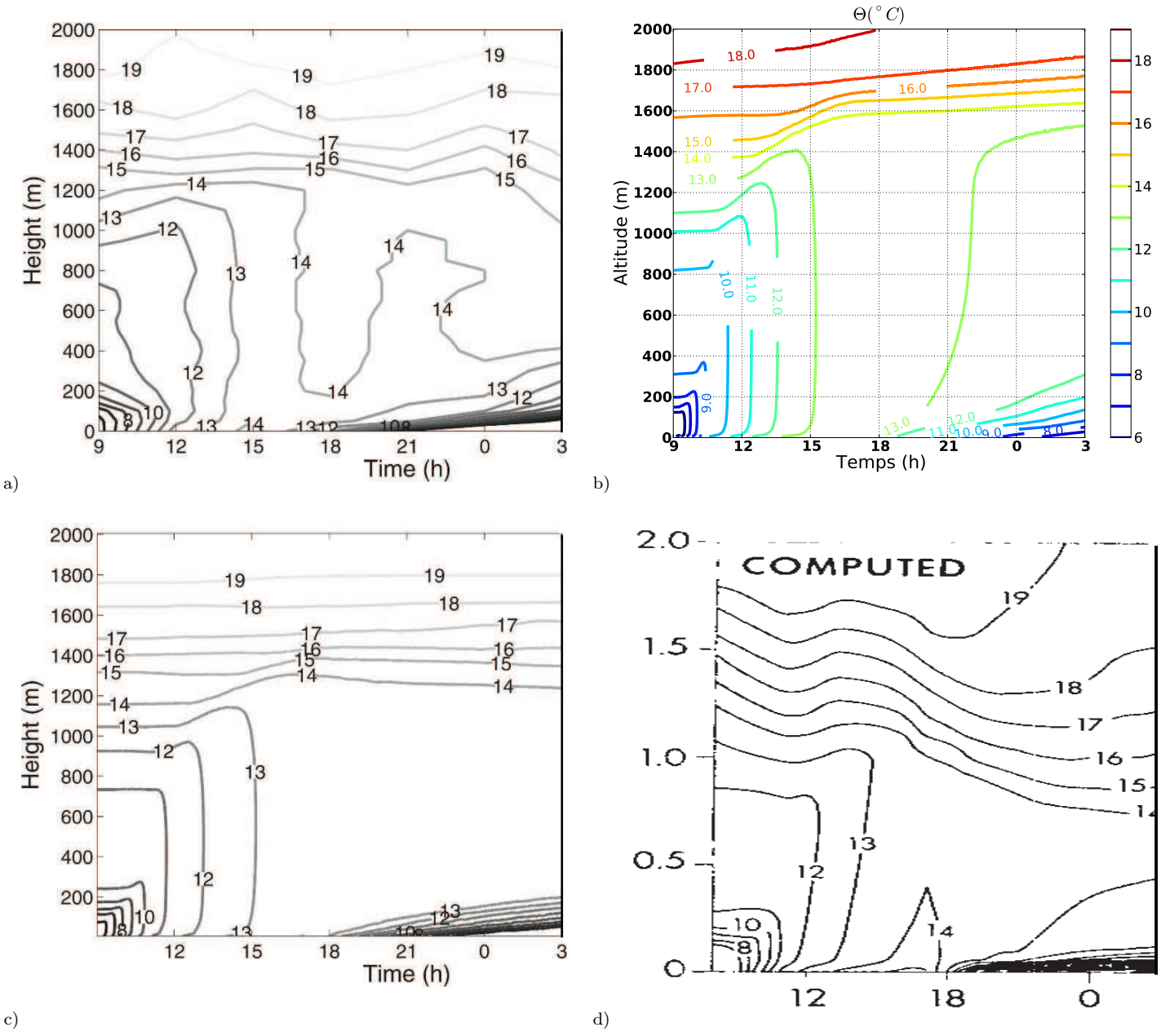



FIGURE 6.21 – *Évolution au cours du temps des températures potentielles moyennes* $< \overline{\Theta} >$, *(a) issues des mesures pendant Wangara, (b) avec Code_Saturne couplé au modèle de rayonnement, (c) avec le modèle LASSD selon [Basu et al., 2008] et d) selon les résultats de [Yamada and Mellor, 1975].*

est, en partie, responsable. Ces deux observations se répercutent, notamment, par un jet de basse couche très légèrement plus important pour [Basu et al., 2008] avec le modèle LASDD ($12.3\,m/s$) que pour Code_Saturne ($12\,m/s$).

Les champs instantanés :

Concernant les champs 3D instantanés, le jour, on retrouve des structures similaires à celles observées dans l'étude du cas de [Schmidt and Schumann, 1989] (Fig. 6.22, 6.23, 6.24).

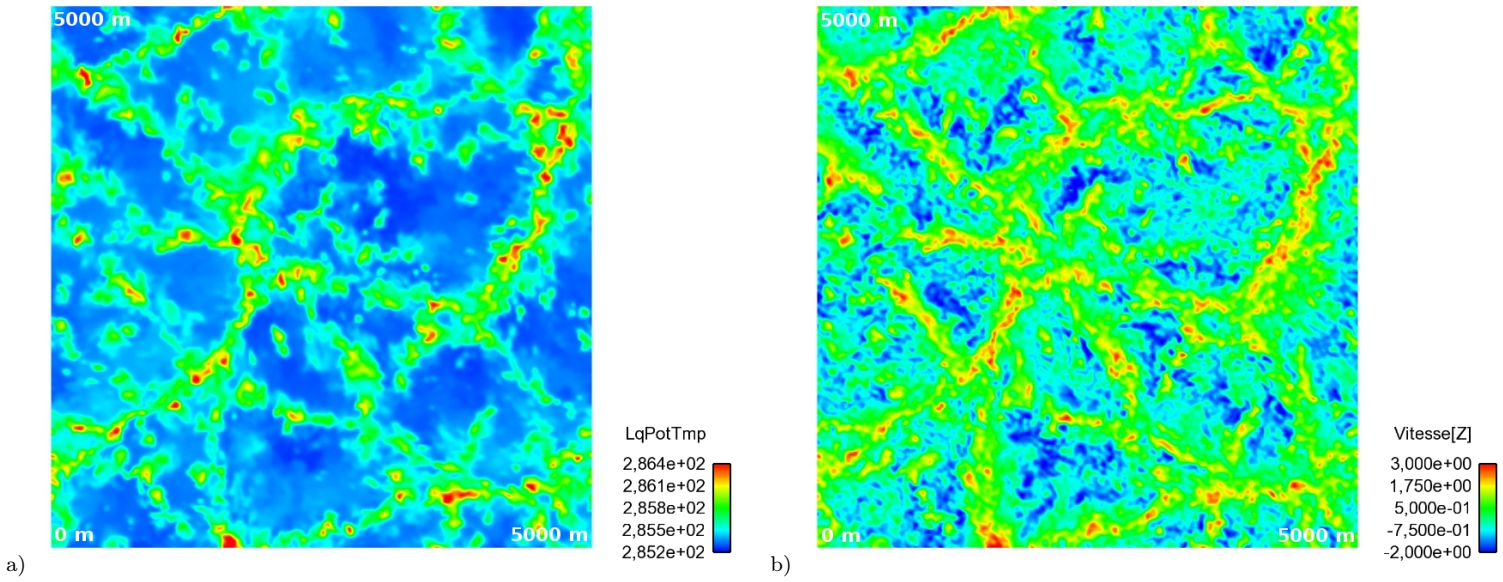
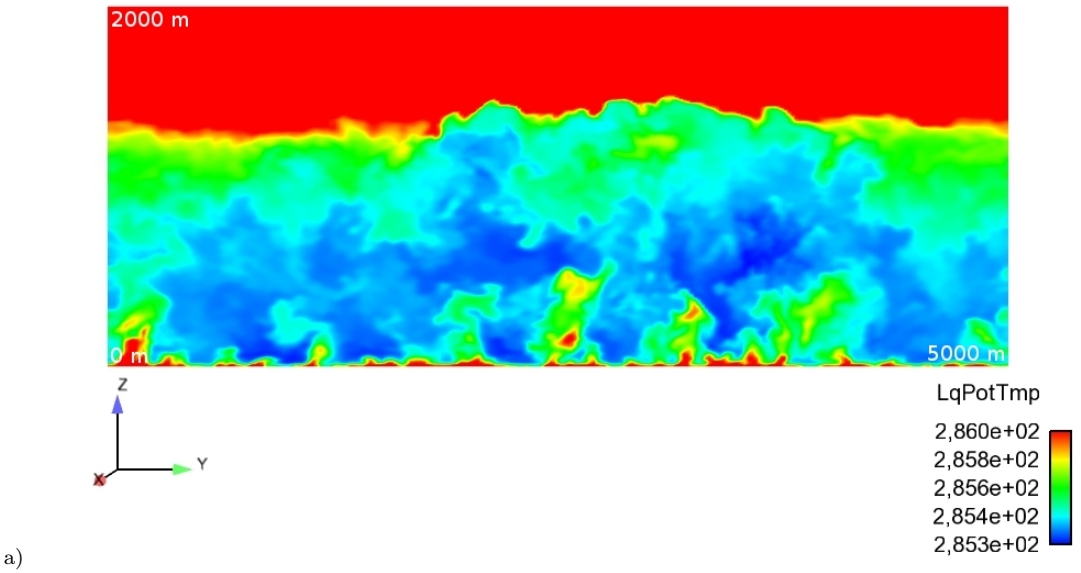


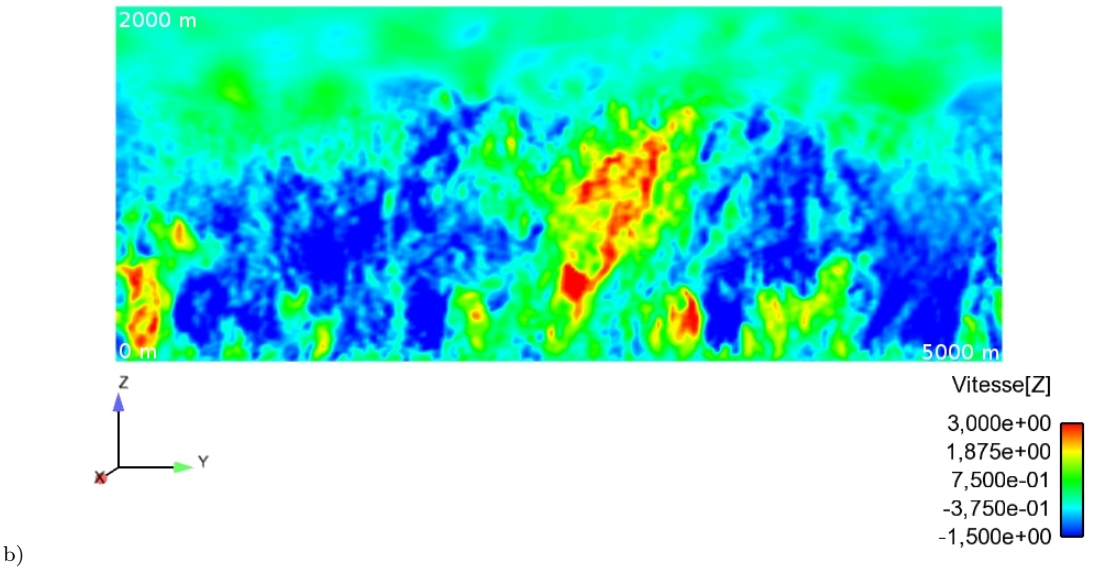

FIGURE 6.22 – *Coupe horizontale à $z = 100\,m$ du champ 3D de (a) température potentielle $\overline{\Theta}$ (LqPotTmp) et (b) vitesse verticale $\overline{w}$ (Vitesse[z]) à 14h.*

Ainsi, les coupes horizontales du domaine, à 100m du sol, montrent une forte corrélation de la température potentielle et de la vitesse verticale à 14h00 (Fig. 6.24). On reconnaît l'arrangement géométrique des fines cellules ascendantes correspondant aux fortes températures potentielles, comme observé précédemment, typique de cas de convection dans la couche limite atmosphérique la journée.

Sur les coupes verticales à 14h00, la convection dans la couche limite, initiée par le chauffage du sol, produit des ascendances d'air chaud et des subsidences d'air froid (Fig. 6.23). Au milieu de la coupe, on aperçoit une importante ascendance qui s'étale sur




a)




b)

FIGURE 6.23 – *Coupe du domaine selon y à $x = 2500\,m$ du champ 3D de (a) température potentielle $\overline{\Theta}$ (LqPotTmp) et (b) vitesse verticale $\overline{w}$ (Vitesse[z]) à 14h.*

toute la hauteur de la couche convective jusqu'à atteindre avec une vitesse importante, parfois supérieure à $3\,m/s$ la zone stable de l'atmosphère libre vers 1400m. Cette cellule crée alors des instabilités au niveau de la zone d'entraînement.

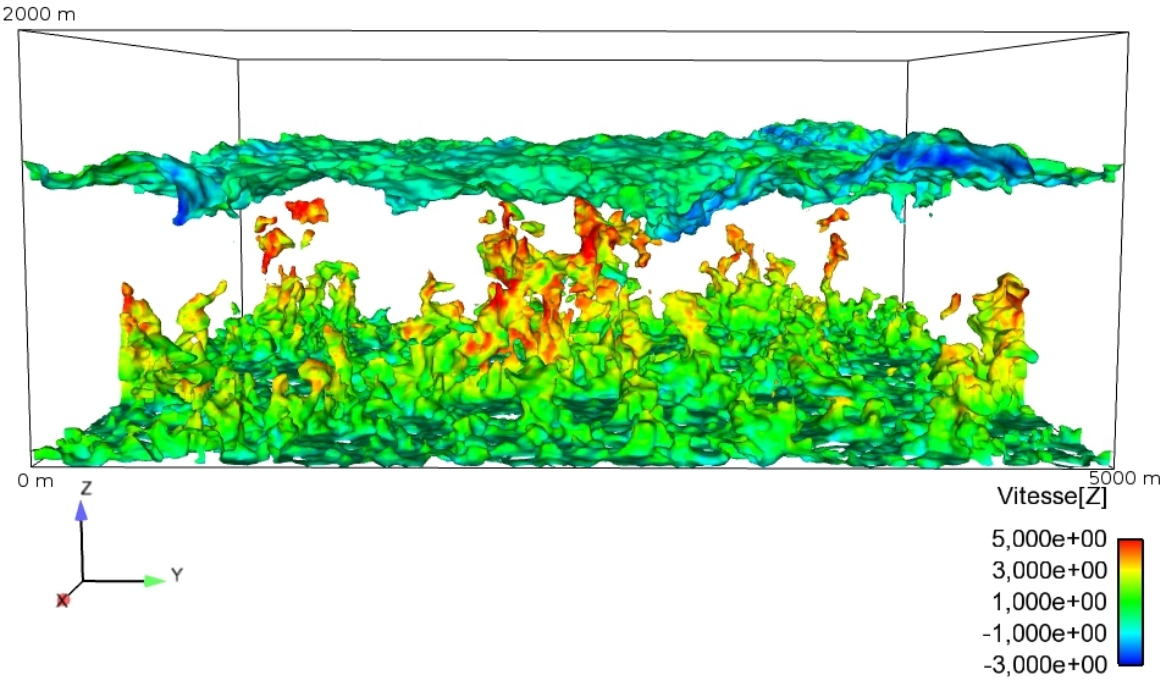
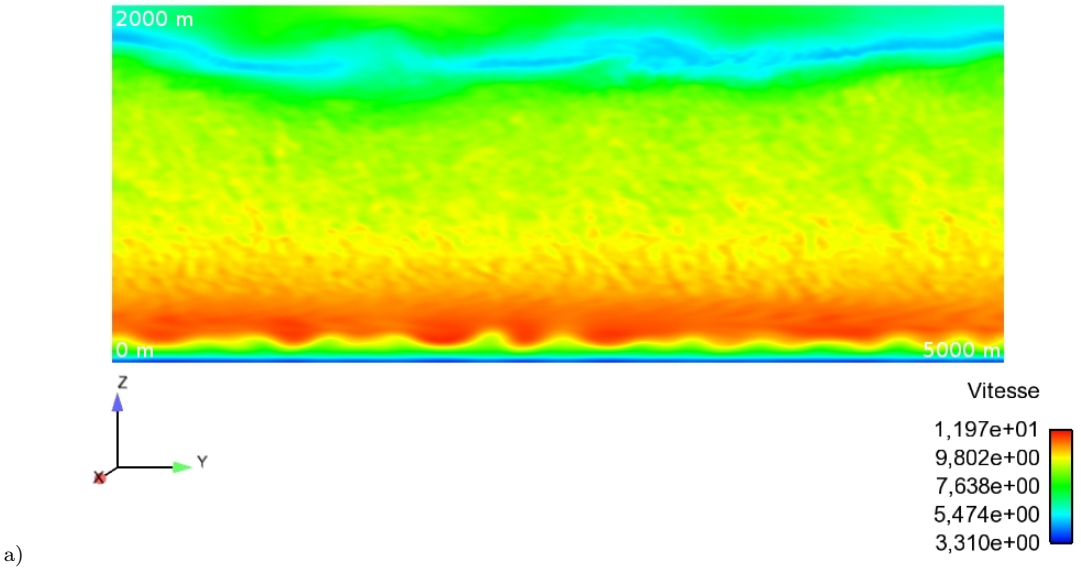


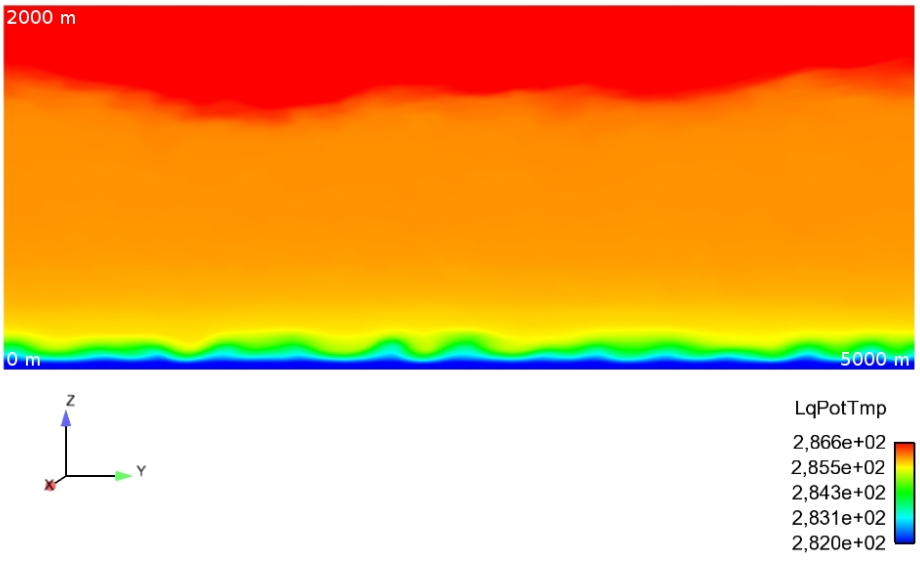

FIGURE 6.24 – *Isosurfaces de température potentielle pour* $\overline{\Theta} = 285.75\,K$ *à 14h00. La coloration correspond à la vitesse verticale* $\overline{w}$ *(Vitesse[z]).*

Sur l'isosurface de température potentielle, la cellule convective observée sur les coupes verticales est, ici, aussi clairement identifiable (Fig. 6.24). La coloration étant faite par la vitesse verticale, les ascendances d'air chaud dans la couche de mélange, sont représentées en rouge ou orange. Cela signifie qu'elles sont de vitesse verticale positive et importante. Ici encore, le brassage dans la couche convective, la journée, met en évidence la domination des échelles intégrales sur les écoulements atmosphériques.

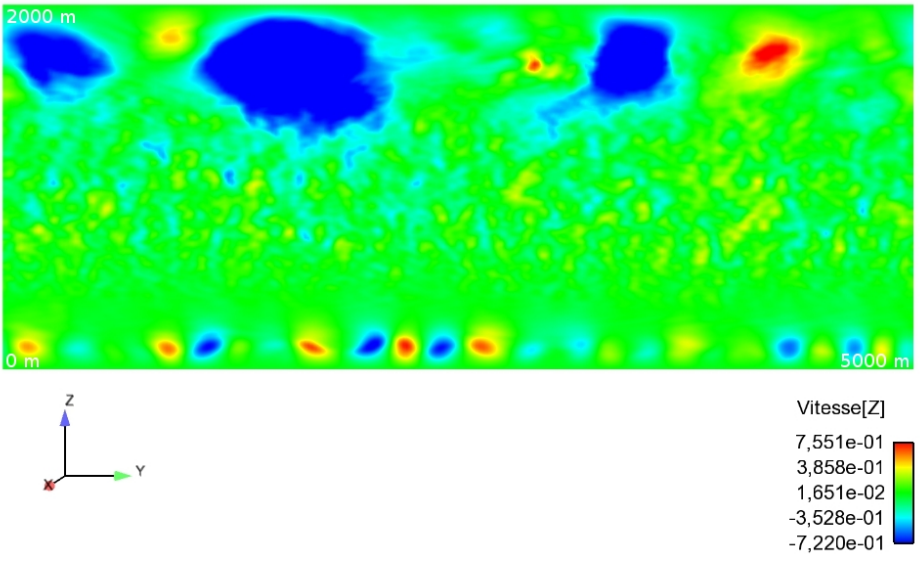
La nuit, le jet de basse couche est visible sur la coupe verticale du champ de vitesse $\sqrt{\overline{u}^2 + \overline{v}^2}$ (Fig. 6.25 (a)). Il se matérialise, ici, par une bande rouge sur toute la largeur du domaine, à 200m environ au-dessus du sol, proche de $12\,m/s$. Juste au dessous du jet, se trouve une zone où la vitesse oscille sous l'action d'ondes. En haut du domaine une onde sur la vitesse est aussi observée, mais de nombre d'onde moins important. De même sur la température potentielle $\overline{\Theta}$, en haut du domaine, on distingue des ondes près du sol qui sont corrélées aux ondes aperçues sur la vitesse (Fig. 6.25 (b)). Ces phénomènes surviennent, conformément aux ondes de gravité, dans les zones de fort




a)




b)




c)

FIGURE 6.25 – *Coupe du domaine selon y à $x = 2500\,m$ du champ 3D (a) vitesse $\sqrt{\overline{u}^2 + \overline{v}^2}$ (Vitesse), (b) température potentielle $\overline{\Theta}$ (LqPotTmp) et (c) vitesse verticale $\overline{w}$ (Vitesse[z]) à 00h.*

gradient thermique stable. Les ondes de gravité se propagent, alors à une fréquence $N_B$, la fréquence de Brunt-Väisälä, notamment fonction du gradient de température potentielle dans la couche considérée, sous l'action des forces de flottabilité. La propagation de ces ondes est nettement visible sur la vitesse verticale $\overline{w}$ où se trouve une successions, à altitude constante, de zones d'ascendance et de subsidence (Fig. 6.25 (c)). Près du sol, le nombre d'onde est nettement plus important qu'en haut de la coupe. De plus, entre les deux zones de gradient stable, se trouve la couche résiduelle qui, du fait de son gradient thermique quasi nul, est dépourvue d'ondes.

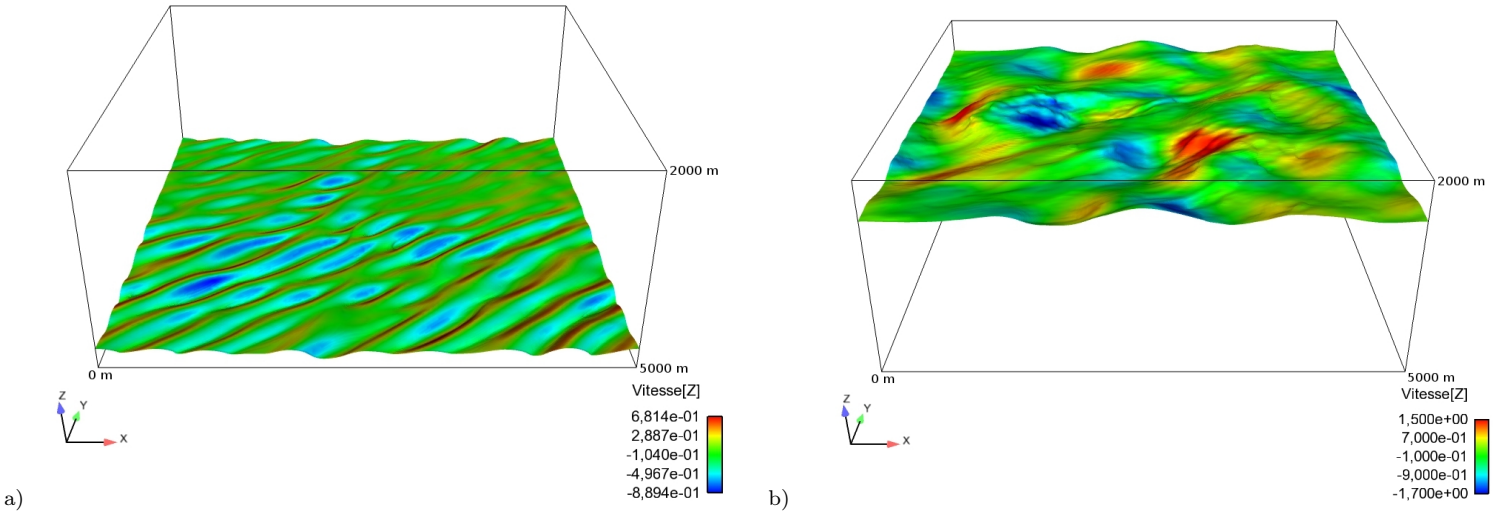



FIGURE 6.26 – *Isosurfaces de température potentielle pour (a)* $\overline{\Theta} = 284,49\,K$ *et pour (b)* $\overline{\Theta} = 286,36\,K$ *à 00h. L'échelle de couleur correspond à la vitesse verticale* $\overline{w}$ *(Vitesse[z]).*

Les isosurfaces de $\overline{\Theta}$ colorées selon la vitesse verticale mettent en relief les ondes de gravité déjà perçues précédemment en bas (Fig. 6.26 (a)) et en haut (Fig. 6.26 (b)) du domaine. Proche du sol, les ondes sont organisées de manière parallèle entre elles et perpendiculaire à la direction du vent. Les ondulations sont plus désorganisées au sommet, avec des amplitudes et des longueurs d'onde plus importantes. Enfin la figure 6.27 met en évidence la corrélation des ondes entre la vitesse verticale et la température potentielle à 100m. Les conditions de stabilité thermique semblent donc responsables de l'apparition et de la propagation d'ondes de gravité dans la couche limite atmosphérique, la nuit.

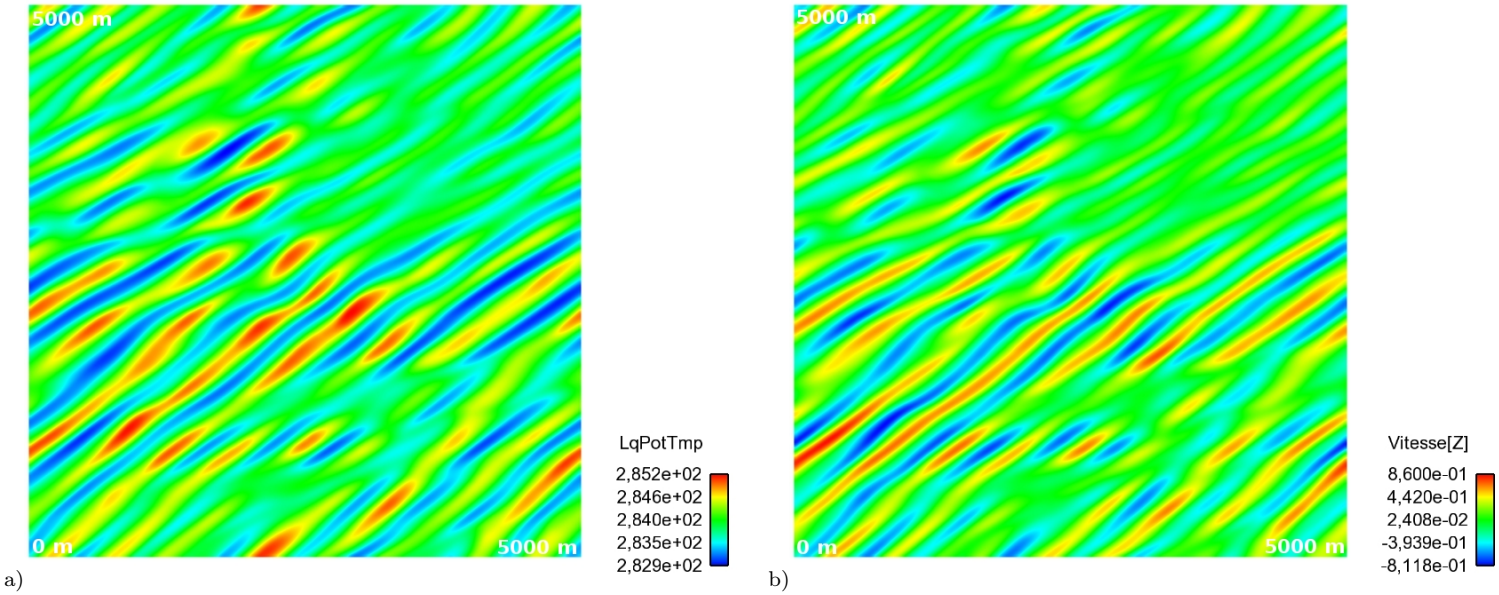



FIGURE 6.27 – *Coupe horizontale à $z = 100\,m$ du champ 3D (a) de température potentielle $\overline{\Theta}$ (LqPotTmp) et (b) de vitesse verticale $\overline{w}$ (Vitesse[z]) à 00h.*

## 6.7 Études de sensibilité

### 6.7.1 Les méthodes de paramétrisation et la rugosité

La dépendance des résultats aux méthodes de paramétrisation et à la rugosité au sol a été étudiée sur les flux de surface. Pour rappel, concernant Code_Saturne nous disposons de deux méthodes pour estimer les flux de surface $u^*$ et $Q_0$ : une analytique selon Louis et une autre itérative selon la théorie de Monin-Obukhov utilisant les formules de [Cheng and Brutsaert, 2005]. Pour chaque modèle sous-maille (Smagorinsky, Germano-Lilly, Wong-Lilly) l'influence de la paramétrisation de la couche de surface utilisée a été analysée (Fig. 6.28).

Si on considère le flux de chaleur de surface $< Q_0 >$ il est plus important le jour avec la méthode de Monin-Obukhov pour tous les modèles sous-maille. Entre 10h00 et 15h00 $< Q_0 >$ gagne pratiquement 4 $K.m.s^{-1}$. La nuit le choix de la méthode itérative ou de la méthode analytique semble moins déterminant. Pour le modèle de Smagorinsky et de Wong-Lilly la méthode de Monin-Obukhov tend à diminuer le flux de chaleur, à nous rapprocher des résultats de [Hicks, 1981] vu précédemment sur la figure 6.12

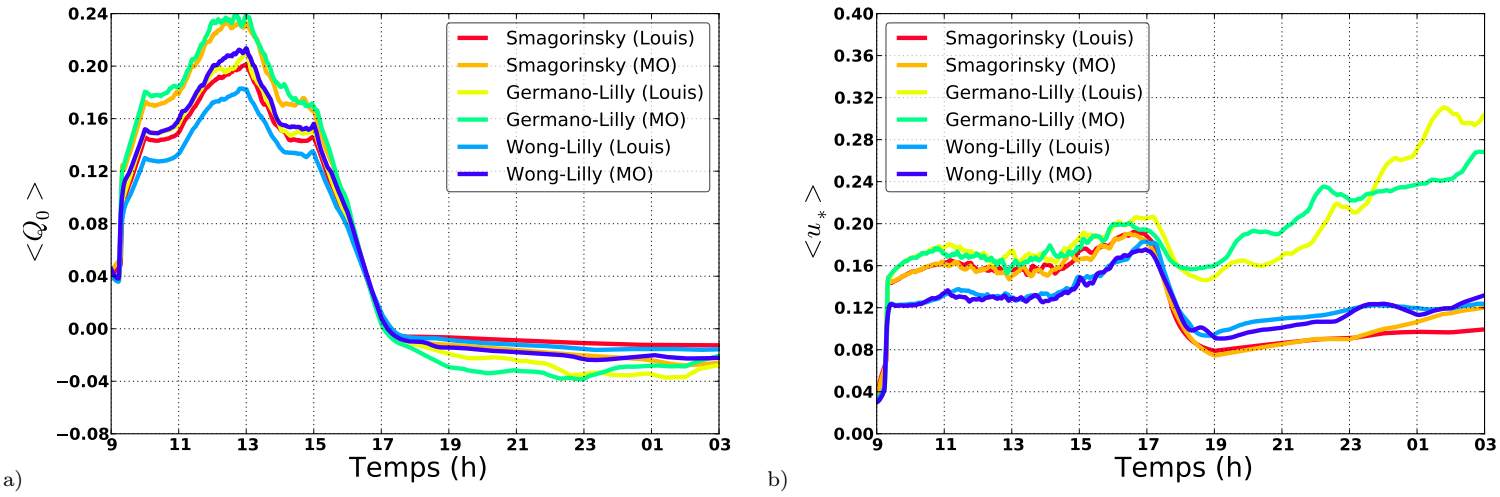



FIGURE 6.28 – *Évolution temporelle (a) du flux de chaleur au sol* $< Q_0 >$ $(K.m.s^{-1})$ *et (b) de la vitesse de frottement* $< u^* >$ $(m.s^{-1})$ *selon la méthode de paramétrisation de la couche de surface : méthode de Louis ou méthode de Monin-Obukhov (MO).*

et à renforcer la stabilité dans la couche stable. Le modèle de Germano-Lilly produit le $< Q_0 >$ le plus fort négativement pour les deux méthodes. La paramétrisation de Monin-Obukhov produit un flux plus important jusqu'à 23h00 mais au-delà, la tendance s'inverse. L'analyse de l'évolution de $< u^* >$ est plus difficile. Le type de modèle sous-maille est déterminant sur l'évolution de la vitesse de frottement et le choix de la paramétrisation n'a que peu d'effet. La nuit $< u^* >$ ne donne pas de signal net quant à l'influence des différents paramétrisations.

La rugosité est généralement un facteur qui influe aussi sur les flux de surfaces. Deux rugosités ont été testées : $z_0 = 1.2\,mm$, la rugosité utilisée jusqu'à maintenant dans notre modèle et par [André et al., 1978] et $z_0 = 1.0\,cm$ la rugosité utilisée par [Basu et al., 2008] et [Yamada and Mellor, 1975] (Fig. 6.29). Une rugosité plus importante dans Code_Saturne se traduit par un $< Q_0 >$ plus faible et un $< u^* >$ plus fort le jour. Une rugosité de $1.0\,cm$ diminue la valeur absolue de $< Q_0 >$ la nuit. Ce constat est plus important concernant le modèle de Louis. De plus $u^*$ diminue dans la couche limite stable avec l'augmentation de la rugosité (Fig. 6.29 (b)).

La sensibilité à la rugosité et à la paramétrisation de la couche de surface restent plus faibles la nuit que le jour. En conclusion, il apparaît clairement que les modèles sous-maille ont bien plus d'influence sur $< Q_0 >$ et $< u^* >$ que la rugosité ou la paramétrisation de la couche de surface.

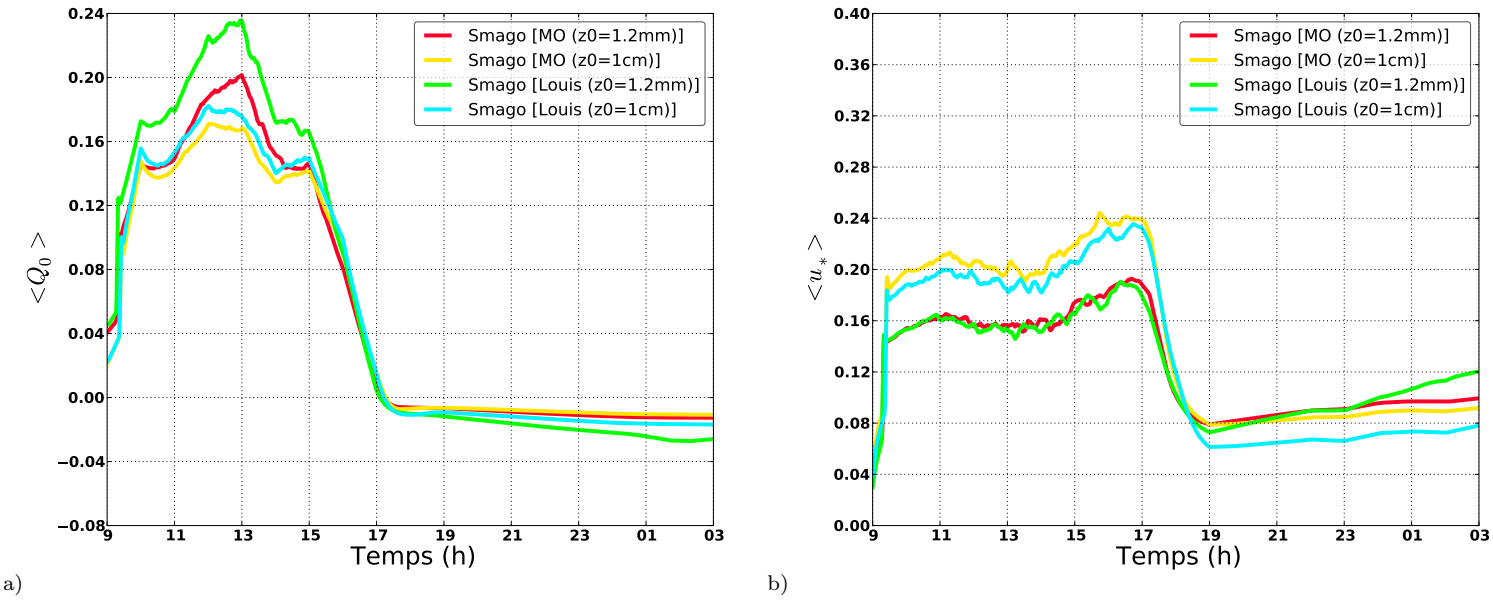



FIGURE 6.29 – *Évolution temporelle (a) du flux de chaleur au sol* $< Q_0 >$ $(K.m.s^{-1})$ *et (b) de la vitesse de frottement* $< u^* >$ $(m.s^{-1})$ *selon la méthode de paramétrisation de la couche de surface en fonction de différentes rugosités* $z_0$.

### 6.7.2 Le coefficient de Smagorinsky

La sensibilité des simulations LES à la constante de Smagorinsky $C_s$ a été étudiée afin d'analyser l'effet de ce paramètre sur les résultats de nos simulations de la couche limite stable. Les six valeurs qui ont été utilisées sont : 0.065, 0.10, 0.13 et 0.18 quatre constantes usuelles en LES que l'on retrouve régulièrement dans des cas atmosphériques ou de mécanique des fluides et deux constantes "extrêmes" 0.0065 et 0.65, ces derniers nous permettant de mieux appréhender l'évolution de nos résultats lorsque $C_s$ tend vers 0 ou vers des valeurs très fortes. Cette étude a été réalisée en tenant compte de l'influence du forçage radiatif.

L'augmentation de la constante de Smagorinsky provoque la perte de la structure stable du gradient de température potentielle dans les 200 premiers mètres (Fig. 6.30 (a)). Le coefficient de Smagorinsky $C_s = 0.065$ utilisé jusqu'à maintenant est déjà très faible comparativement à ce qui est utilisé dans l'atmosphère ($C_s$=0.1-2.3) [Beare et al., 2006]. Cependant il est ici le plus à même de reproduire un gradient thermique fort dans la couche limite stable. [Beare et al., 2006] comparent les résultats obtenus, pour trois codes, avec différentes valeurs de $C_s$ (0.1,0.14,0.15,0.2,0.23) considérant une résolution

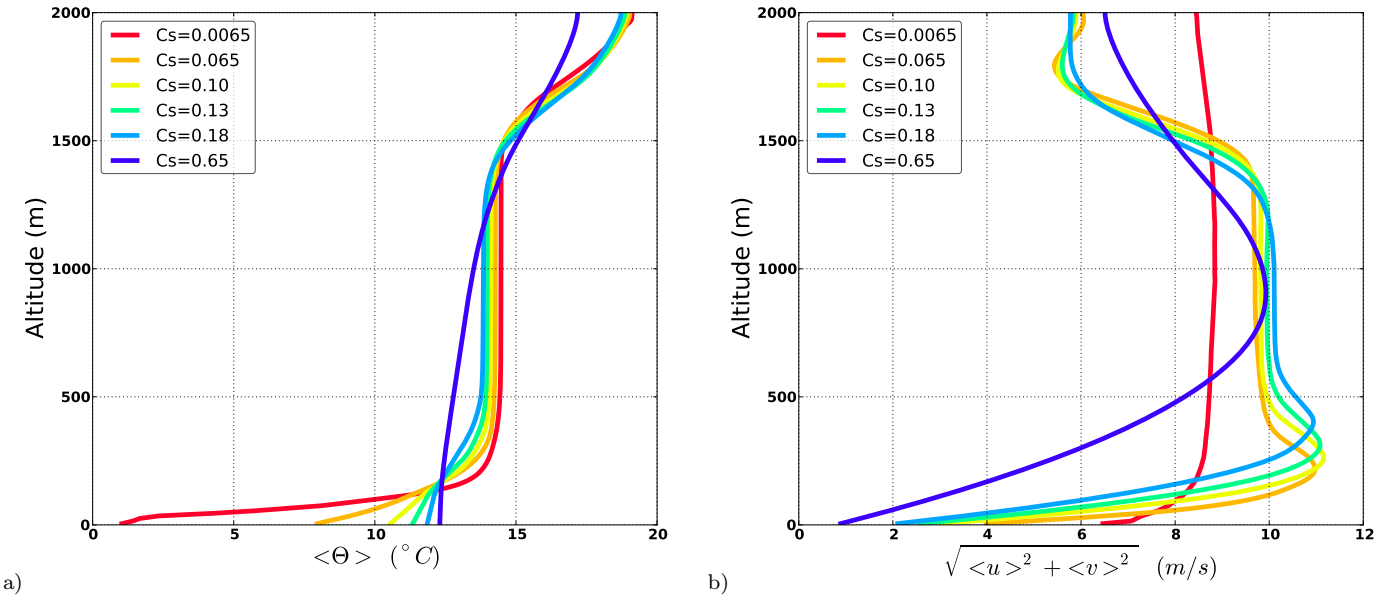



FIGURE 6.30 – *Influence de différentes constantes de Smagorinsky à 03h sur les profils moyens de (a) température potentielle et (b) vitesse.*

verticale de 6.25m. De manière similaire, ils soulignent que l'augmentation du $C_s$ détruit, en condition stable, le gradient de température potentielle. Ils en concluent que la nuit la constante de Smagorinsky doit être largement inférieure à 0.2 pour ne pas être trop diffusive. Avec un $C_s = 0.65$ la couche limite devient même quasi-neutre avec Code_Saturne.

La vitesse du vent fait apparaître un jet de basse couche plus haut en altitude lorsqu'on augmente le $C_s$. Cette évolution est corrélée à celle des profils de température potentielle. On observe, en effet, que le point d'inflexion et la courbure des profils de $\overline{\Theta}$ se trouvent plus haut lorsque $C_s$ augmente. L'altitude à laquelle la température potentielle se relaxe vers le gradient de la couche résiduelle est plus importante. Le jet de basse couche prend alors forme plus haut avec un $C_s$ important.

Concernant les variances résolues l'augmentation du $C_s$ engendre une dissipation de plus en plus importante de la turbulence près de la surface (Fig. 6.31). Les viscosités sous-maille $\nu_t$ et $\nu_\Theta$ deviennent alors très importantes et elles détruisent la turbulence déjà faible la nuit dans la couche limite. Plus la constante de Smagorinsky est importante plus la hauteur sur laquelle les variances résolues sont nulles est importante. Cette observation peut se faire sur les quatre variances $< \overline{u'^2} >$, $< \overline{v'^2} >$, $< \overline{w'^2} >$ et $< \overline{\Theta'^2} >$.

Seul la valeur extrêmement faible de $C_s$ parvient à maintenir de la turbulence près du sol. Les profils obtenus avec $C_s = 0.0065$ n'en sont pas pour autant physiques mais ils montrent la cohérence de l'évolution de nos résultats. De même un $C_s$ de 0.65 détruit toute turbulence et toute structure sur les variances où les profils moyens de température ou de vent.

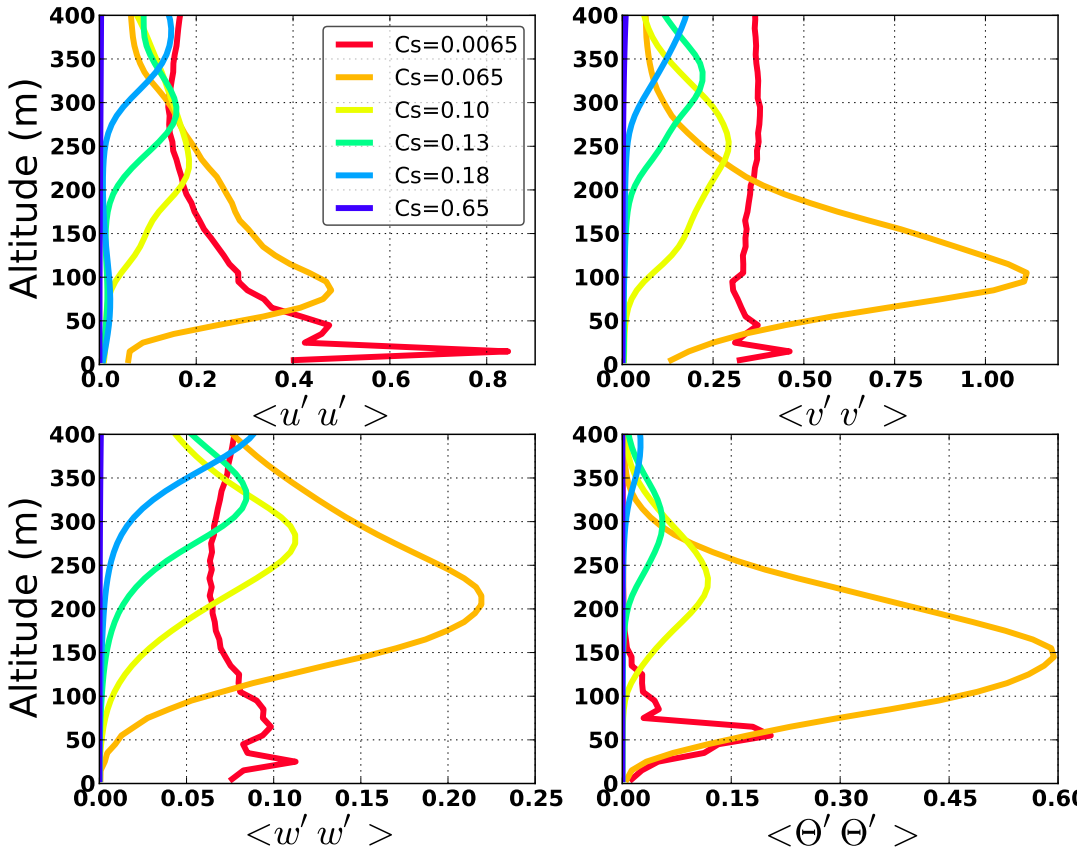



FIGURE 6.31 – *Evolution des profils des variances* $< \overline{u'^2} >$, $< \overline{v'^2} >$, $< \overline{w'^2} >$ *et* $< \overline{\Theta'^2} >$ *en fonction de différentes constantes de Smagorinsky* $C_s$, *la nuit à 03h le jour 34.*

Il est également à noter que l'augmentation de la constante de Smagorinsky entraîne l'effondrement du flux de chaleur vertical qui devient très faible. Nous perdons alors tout sens physique des solutions. Il apparaît donc clairement, ici, la difficulté d'optimiser un modèle du type Smagorinsky où malgré un $C_s$ très faible la nuit le modèle ne parvient pas à maintenir assez de turbulence près du sol. Les modèles de Wong-Lilly et Germano-Lilly ont un coefficient qui évolue dynamiquement spatialement et temporellement et qui peut

donc prendre des valeurs plus adéquates la nuit. Les viscosités sous-maille s'adaptent alors mieux aux conditions nocturnes stables. Ceci se ressent sur les variances résolues qui sont non nulles près du sol pour les modèles dynamiques.

### 6.7.3 Sensibilité au maillage

La sensibilité à la résolution du maillage a aussi été étudiée sur le cas Wangara. La taille de maille s'avère être un paramètre essentiel dans les simulations LES du fait qu'elle détermine la dimension du filtre spatial implicite utilisé. L'étude des échelles intégrales durant l'expérience Wangara met en avant un des principaux problèmes des modélisations de la couche limite atmosphérique stable, les dimensions extrêmement faibles des structures turbulentes s'y développant. La figure 6.32 met en avant les échelles intégrales $L_t$ calculées à l'aide des profils RANS $e-\epsilon$ d'énergie turbulente $e$ et de dissipation $\epsilon$ :

$$L_t = \frac{e^{3/2}}{\epsilon} \tag{6.7.1}$$

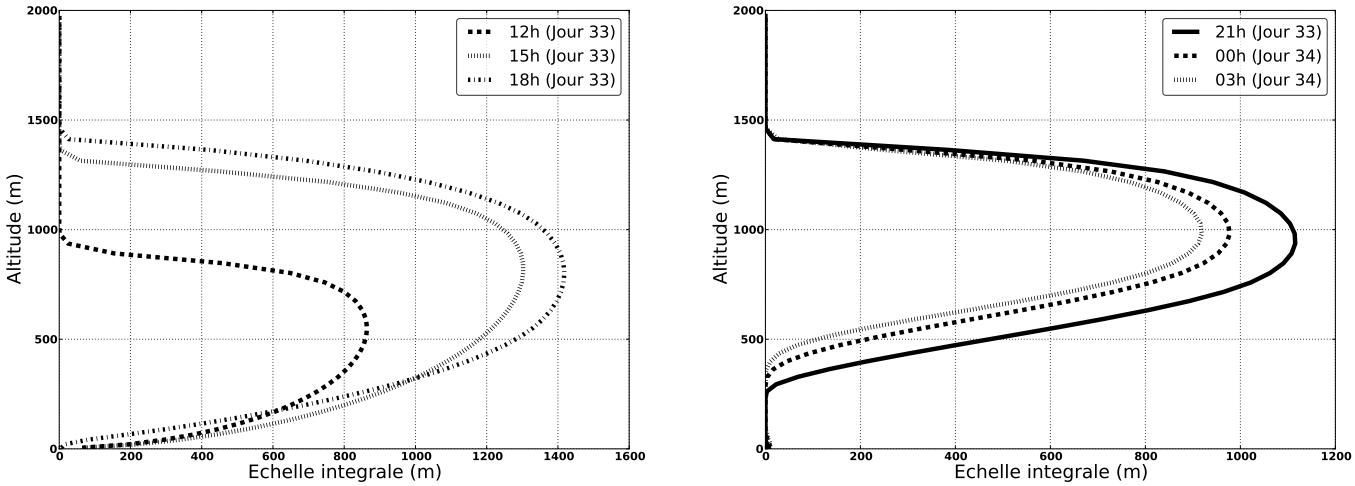
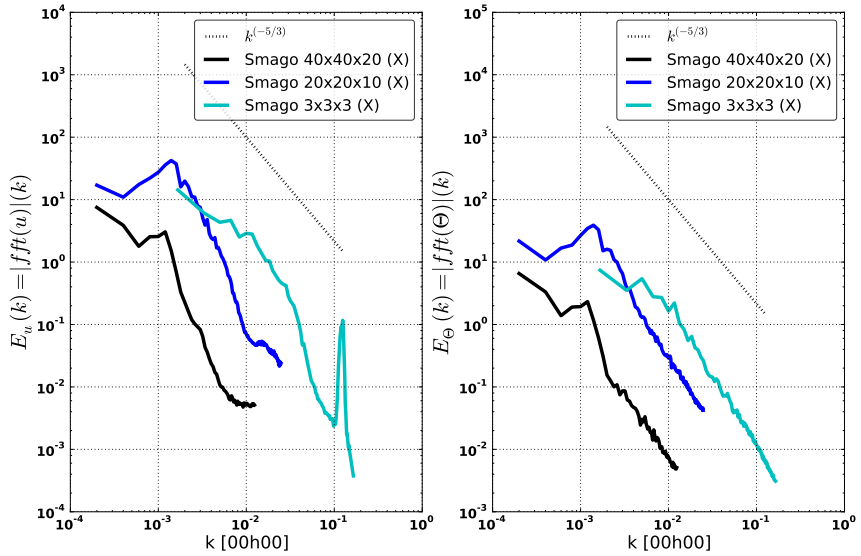



FIGURE 6.32 – *Les échelles intégrales $L_t = e^{3/2}/\epsilon$ estimées à partir des profils d'énergie turbulente et de dissipation provenant d'une simulation RANS $e-\epsilon$ du cas Wangara.*

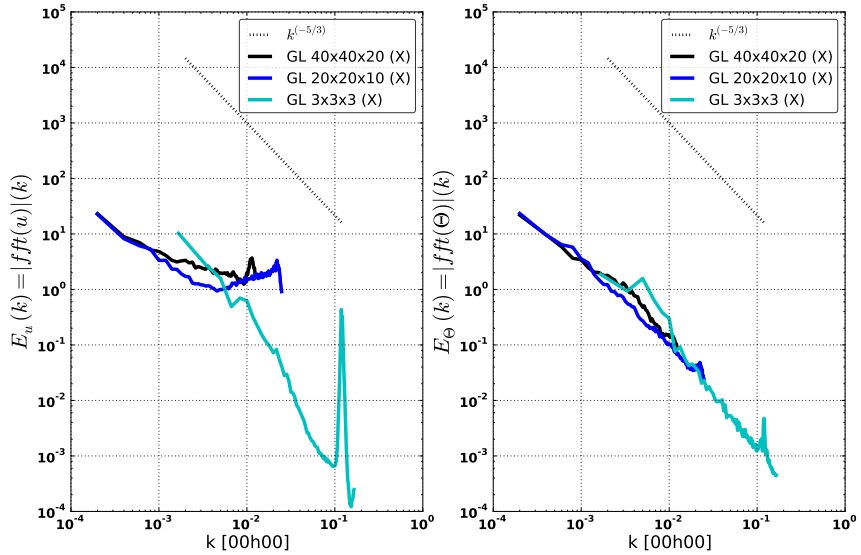
Les échelles intégrales sont importantes le jour et grandissent rapidement lorsque l'on s'éloigne de la surface. Au sol la taille des structures tend vers zéro d'où, sur les

flux de chaleur, une contribution sous-maille non négligeable près de la surface. La nuit la taille des tourbillons est très faible : 6m environ au sol puis elle est quasi nulle dans l'ensemble de la couche limite stable. Dans ces conditions nous ne pouvons pas prétendre résoudre explicitement les grandes structures responsables de la production d'énergie ni avec une résolution verticale de 10m ni de 12.5m comme pour [Basu et al., 2008]. Pour une LES convenable il faudrait descendre à des résolutions plus fine que le mètre. Suivant les recommandations de [Beare et al., 2006] qui montrent qu'une résolution de 3.125m permet de bien prendre en compte la turbulence des couches atmosphériques quelque soit le modèle sous-maille utilisé pour des conditions modérément stables ($\Delta < \overline{\Theta} >\backsimeq 3K$ entre le sol et le sommet de la couche stable) nous avons testé un maillage de dimensions 600m $\times$ 600m $\times$ 600m avec une grille isotrope de 3m en x, y et z. Les simulations à résolution fine débutent à 18h00 à l'aide d'une initialisation de la turbulence du type SEM. De plus le pas de temps est fixé à $\Delta t = 0.2\,s$. Selon [Beare et al., 2006], à cette résolution les statistiques moyennes ne varient que très peu lorsqu'on change de modèle sous-maille. Ainsi peu de différences devraient transparaître entre le modèle de Smagorinsky, avec $C_s = 0.065$ et le modèle de Germano-Lilly. Afin de mieux comprendre l'impact de la taille de maille nous procédons, de même, à des tests sur un maillage plus grossier, de résolution 40m $\times$ 40m $\times$ 20m.

Les spectres 1D de vitesse et de température potentielle ont été calculés à l'aide de transformées de Fourier appliquées sur chaque ligne horizontale d'un plan du domaine de simulation, à une altitude donnée [Schmidt and Schumann, 1989, Stoll and Porté-Agel, 2006a]. Les spectres exposés sur la figure 6.33 représentent la moyenne des spectres suivant $x$ pour les modèle de Smagorinsky et Germano-Lilly. Concernant la vitesse $\overline{u}$ il apparaît clairement que pour des résolutions faibles les deux modèles sous-maille sont incapables de reproduire des spectres de pente $k^{-5/3}$ comme ce qui est prédit par la théorie de Kolmogorov. On observe même une remontée du spectre pour des nombres d'onde $k$ important. Cela indique une mauvaise dissipation de l'énergie turbulente pour les petites échelles induites par une mauvaise prise en compte des effets dissipatifs par le modèle sous-maille utilisé. Bien que beaucoup plus faible, cet effet et aussi légèrement visible pour la température potentielle en fin de spectre. Le maillage fin, dans l'ensemble, permet de retrouver un spectre pour $\overline{u}$ et $\overline{\Theta}$ plus proche de $k^{-5/3}$. Cependant un important pic est visible sur le spectre de vitesse à haute résolution. Lors de l'analyse des coupes horizontales à partir desquelles les spectres sont générés, on observe des artéfacts numériques sur les champs 2D de vitesse (Fig. 6.34). Cet effet semble être la répercus-




a)




b)

FIGURE 6.33 – *Spectres moyens de la composante horizontale de la vitesse $\overline{u}$ et de la température potentielle $\overline{\Theta}$ selon l'axe x (X) à 150m pour le modèle de (a) Smagorinsky (Smago) et (b) Germano-Lilly (GL) à différentes tailles de maille : 40m×40m×20m, et 20m×20m×10m et 3m×3m×3m.*

sion horizontale des clic-clac précédemment observés sur la verticale. Plus la résolution est fine plus les structures turbulentes captées sont petites mais ceci a aussi pour effet,

malheureusement, de résoudre les écoulements dans la gamme du spectre où les oscillations numériques se font le plus ressentir. Le rôle moindre du filtre spatial passe-bas joué par le maillage de résolution fine permet plus difficilement de se soustraire de ces oscillations horizontales.

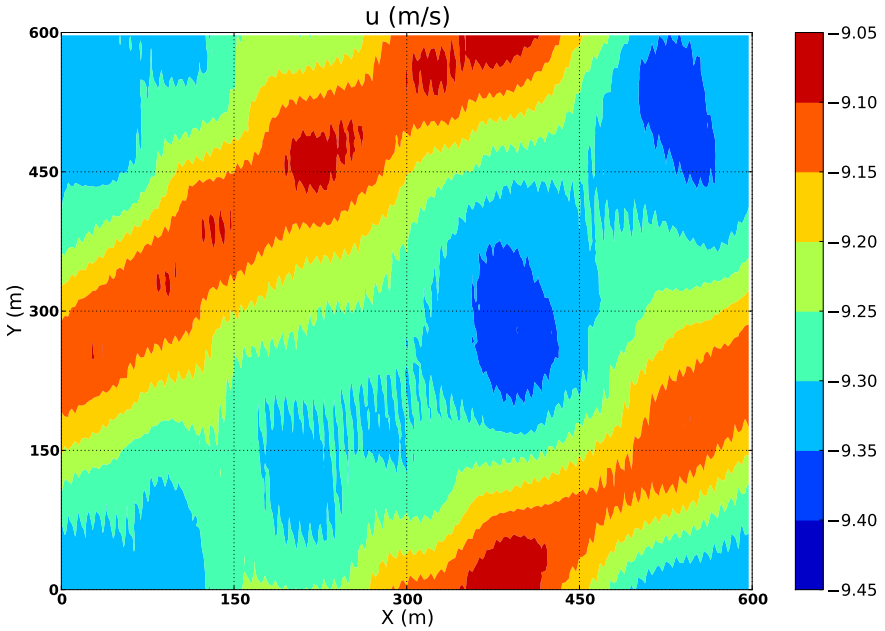



FIGURE 6.34 – *Bruit numérique sur le champs 2D de vitesse $\overline{u}$ à 150m pour le maillage fin avec le modèle de Germano-Lilly.*

A haute résolution, concernant les champs moyens et conformément aux observations de [Beare et al., 2006] les résultats des modèles Smagorinsky et Germano-Lilly semblent converger vers une solution semblable. D'une part, notamment sur les profils de température potentielle on observe un gradient stable important quasi identique pour les deux modèles sous-maille (Fig. 6.35). Cette constatation contraste avec les résultats précédents qui montraient pour le modèle de Smagorinsky à résolution moindre une difficulté à reproduire un profil de $< \overline{\Theta} >$ cohérent avec les mesures et les autres modèles sous-maille. Le modèle Smagorinsky produisait un gradient trop faible ce qui est en partie résolu. D'autre part, le jet de basse couche reste plus important pour le modèle Germano-Lilly. Environ 1 $m.s^{-1}$ sépare les deux jets de basse couche ce qui était déjà le cas avec des mailles de 20m×20m×10m. [Beare et al., 2006], en augmentant la résolution, relèvent une altitude progressivement plus basse pour les jets de basse couche

et une hauteur de la couche stable qui diminue. [Beare et al., 2006] montrent cet effet pour différents modèles sous-maille sur l'expérience GABLS modérément stable. Dans cet article, cependant, le modèle de Brown, non dynamique, est le plus affecté avec une différence de près de 90m de la hauteur de la couche limite et d'environ 50m pour la hauteur du jet lorsque la taille de maille en $z$ passe de 12.5m à 3.125m. [Basu and Porté-Agel, 2006] pour le modèle LASDD, décrivent une tendance semblable sur la même expérience de GABLS mais de plus faible amplitude. De même, pour nos deux modèles, sur l'expérience Wangara, il apparaît clairement que les jets nocturnes se trouvent plus bas dans la couche stable avec une résolution fine. La cause de cet effet est la courbure plus forte et plus basse du gradient stable modélisé de $< \overline{\Theta} >$.

La forte stabilité de la couche limite nocturne de l'expérience Wangara peut expliquer l'écart important des résultats à différentes résolutions. Si on part du principe que la résolution adéquate pour une LES correcte est celle à partir de laquelle, si on affine encore la résolution, les champs moyens doivent rester inchangés, [Beare et al., 2006] montre que pour des situations peu stables, à modèle sous-maille similaire, une taille de maille de 3.125m convient. Il est à noter que même à cette résolution les nombreux modèles testé par [Beare et al., 2006] présentent, entre eux, des altitudes de jet de basse couche et des hauteurs de couche limite fort différentes. Il est évident que la stabilité très forte du cas Wangara nécessite une résolution plus fine encore pour capter les structures les plus petites.

Les flux résolus apparaissent toujours très bruités sur la figure 6.36 (a) du fait des oscillations toujours importantes sur les champs de vitesse verticale. On perçoit tout de même un léger mieux avec des oscillations moins importantes et des valeurs légèrement négatives. Le profil résolu à 03h du modèle dynamique reste le plus fortement perturbé. Les flux de chaleur sous-maille sont très similaires à ceux observés précédemment à la différence près qu'ils deviennent nuls à une altitude moins importante. Ceci paraît cohérent avec les observations sur les jets de basse couche et les gradients de température potentielle. Compte tenu que les oscillations numériques n'apparaissent pas sur les champs de température potentielle, les effets de clic-clac au bas des flux sous-maille, pour le modèle Germano-Lilly, semble provenir de la viscosité turbulente sous-maille sur laquelle on observe les mêmes phénomènes (Fig. 6.36 (b)). Pour faire disparaître les oscillations sur les flux il faudrait augmenter plus fortement la résolution. Ainsi la partie résolue de $< \overline{w'\Theta'} >$ deviendrait plus importante et éliminerait, je pense, les oscillations. Pour cela il faudrait descendre en dessous de l'échelle intégrale très faible dans la couche

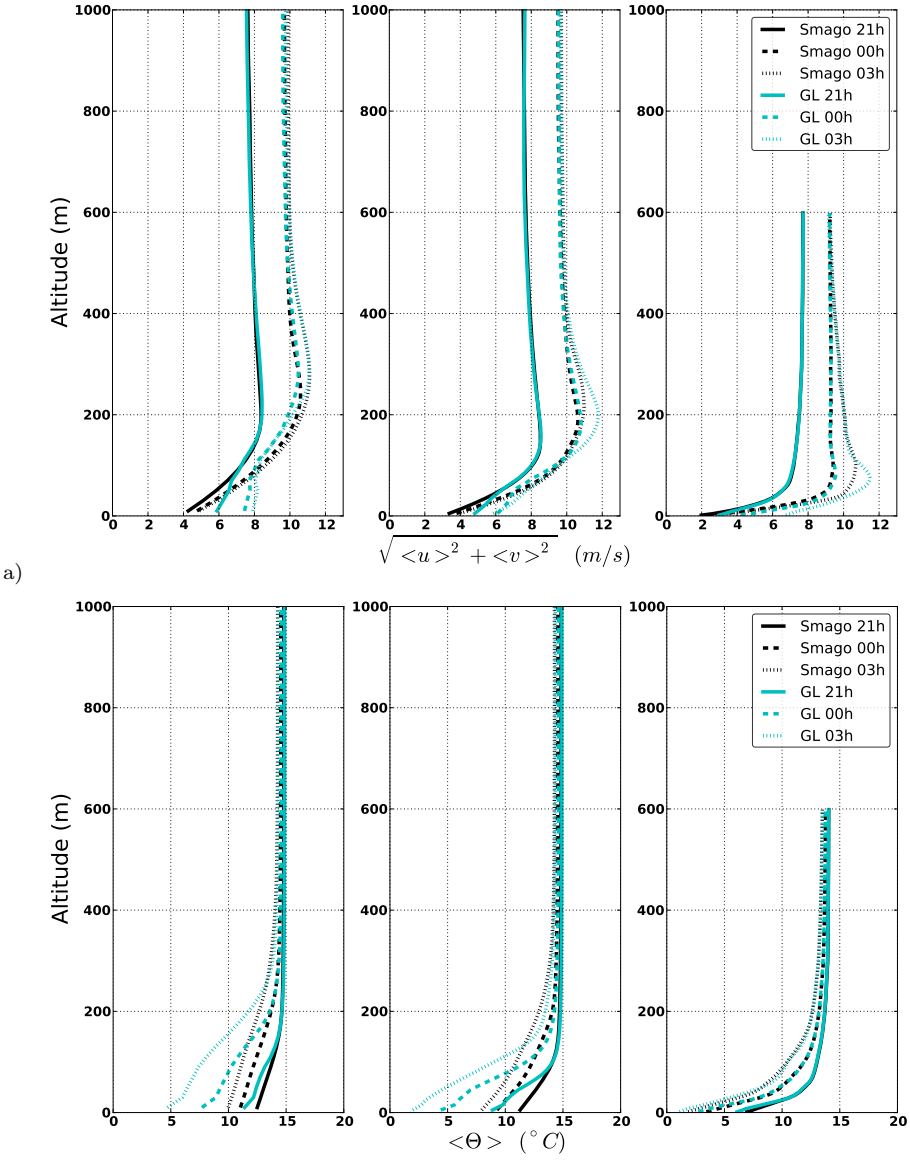



FIGURE 6.35 – *Évolution des profils de (a) vitesse et (b) température potentielle pour les modèles sous-maille de Smagorinsky (Smago) et de Germano-Lilly (GL) en fonction de trois résolutions différentes : à droite avec des mailles de dimension 40m×40m×20m, au centre 20m×20m×10m et à droite 3m×3m×3m.*

stable. Ceci demanderait des ressources informatiques importantes et tendrait vers des résolutions plus proches de ce qui est fait en DNS.

La stratification stable du cas Wangara est très importante est paraît trop élevée

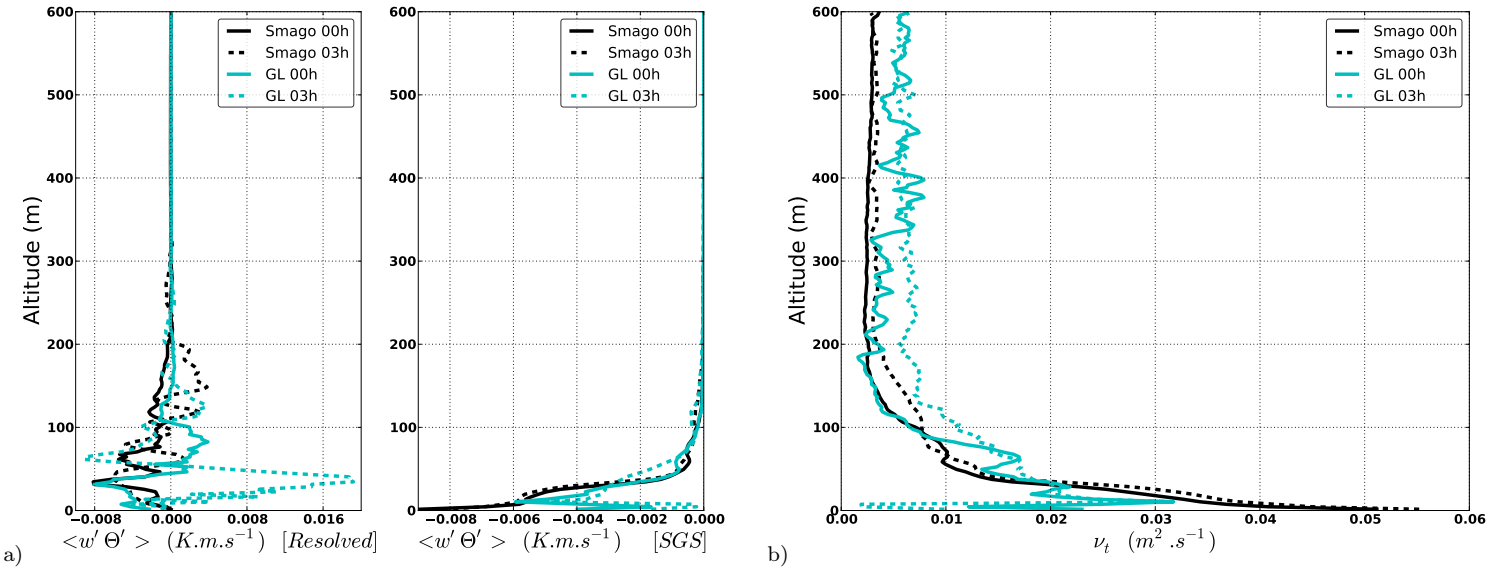



FIGURE 6.36 – *(a) Profils des flux de chaleur* $< \overline{w'\Theta'} >$ *résolus et sous-maille et (b) viscosité turbulente sous-maille* $\nu_t$ *pour les modèles de Smagorinsky (Smago) et de Germano-Lilly (GL) à 00h et 03h le jour 34 avec des mailles de dimension 3m×3m×3m*

pour la résolution de notre domaine. Les échelles intégrales sont très faibles dans la couche stable ce qui ne convient pas à une LES correcte. Le modèle LASDD de [Basu et al., 2008] sans pouvoir résoudre aucune structure turbulente compte tenu de la résolution qu'il utilise et de la stabilité du cas Wangara parvient tout de même à reproduire des conditions météorologiques convenables la nuit. Peut on réellement parler de LES dans ce cas puisque le modèle sous-maille est seul à intervenir sans pouvoir s'appuyer sur aucune résolution explicite des grands tourbillons ? La question prend ici tout son sens. Cependant nos résultats évoluent de manière similaire aux résultats de [Beare et al., 2006] concernant les jets de basse couche plus bas en altitude et les gradients de température potentielle plus fort près du sol. Enfin les résultats des champs moyens de température potentielle, pour les deux modèles sous-maille, convergent vers une même solution conformément à [Beare et al., 2006].

## 6.8 Modélisation LES d'écoulements atmosphériques moins stables

La stabilité thermique semble être déterminante quant à la capacité de la LES à simuler des écoulements atmosphériques. Ayant de nombreuses difficultés à modéliser la couche nocturne fortement stable durant Wangara, nous avons décidé de tester Code_Saturne sur un cas moins critique où les échelles intégrales sont plus importantes. Ainsi, en conservant le domaine de 600m × 600m × 600m avec une grille isotrope de 3m, les températures potentielles au sol ont été augmentées significativement de $5°C$ environ la nuit (Fig. 6.37).

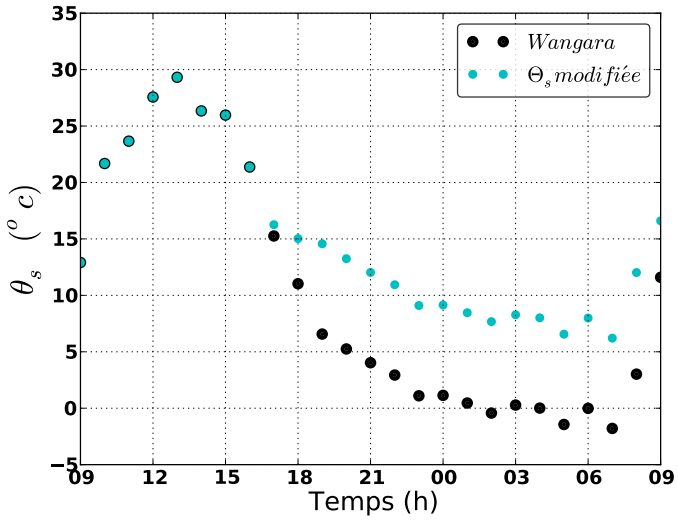



FIGURE 6.37 – *Températures potentielles au sol $\Theta_s$ durant la campagne de mesure Wangara (Noir) et celles modifiées arbitrairement afin de simuler un cas de couche limite atmosphérique de stabilité thermique moins importante (Bleu).*

La répercussion des modifications de $\Theta_s$ sur les échelles intégrales $L_t$, issues d'une modélisation $e-\epsilon$, est immédiate (Fig. 6.38). En augmentant la température potentielle de surface, la stabilité thermique des premiers mètres se trouve être moins importante et il en résulte des structures turbulentes de taille plus importante. La LES est alors plus apte à résoudre les échelles intégrales avec une résolution de 3m en x, y et z. À 00h00, la valeur de $L_t$ reste, ici, supérieure à la résolution de la grille (3m) jusqu'à 75m et jusqu'à 135m à 03h00 (Fig. 6.38 (b)). Le gradient de $\Theta$, à 21h00, tend vers une situation neutre

d'où la présence d'échelles intégrales importantes. Sur le cas classique de Wangara (Fig. 6.38 (a)), la zone où $L_t < 3m$ est bien plus importante. Elle commence aux alentours de 50m et persiste sur plus 250m. Sur le cas modifié, cette zone n'est que de 125m environ. On s'attend donc, dans ces conditions, à un meilleur comportement de nos simulations LES avec Code_Saturne.

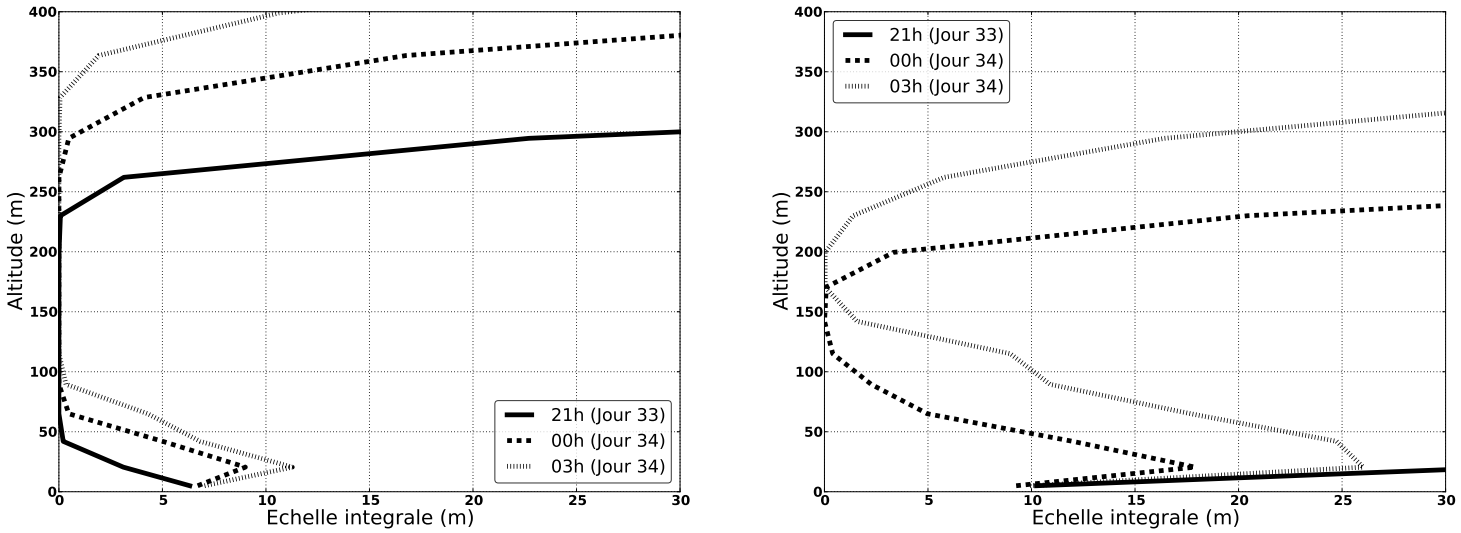



FIGURE 6.38 – *Les échelles intégrales $L_t = e^{3/2}/\epsilon$ estimées à partir des profils d'énergie turbulente et de dissipation provenant d'une simulation RANS $e-\epsilon$ avec les températures au sol (a) conformes à l'expérience Wangara et (b) modifiées.*

Les profils moyens :

Les modèles sous-maille de Smagorinsky avec un $C_s = 0.065$, de Wong-Lilly et de Germano-Lilly ont été, de nouveau, appliqués sur ce nouveau cas. Les simulations débutent à 18h et se font sans forçage radiatif. Les profils moyens de vitesse $\sqrt{<\overline{u}>^2 + <\overline{v}>^2}$ et de température potentielle $<\overline{\Theta}>$ sont très proches entre les trois modèles (Fig. 6.39). Le gradient de $<\Theta>$ est bien moins important que sur l'expérience Wangara d'origine, du fait de l'augmentation de $\Theta_s$. Il peut être relevé, malgré tout, un jet de basse couche légèrement plus important et plus bas pour les deux modèles dynamiques à 03h. De même, les profils de température potentielle sont très similaires entre les trois modèles. Les modèles dynamiques admettent une relaxation du gradient de température potentielle vers le profil neutre de la couche résiduelle à une altitude moins importante. Ce

qui permet, en partie, d'expliquer la différence de hauteur des jets. La courbure du profil de $< \overline{\Theta} >$, à environ 80m, semble plus importante pour le modèle de Germano-Lilly. Cependant, comme énoncé dans [Beare et al., 2006], à une résolution assez fine, on assiste à la convergence des résultats sur les profils moyens.

Les flux thermiques et les variances :

Concernant les flux thermiques $< \overline{w'\Theta'} >$ totaux, les profils sont assez différents (Fig. 6.40). La valeur du maximum négatif du flux est variable d'un modèle à l'autre. Le modèle de Smagorinsky admet un maximum négatif à $-0.008\, K.m.s^{-1}$ et, comme attendu, au niveau du premier centre de maille. Le modèle Germano-Lilly est le plus impacté par les oscillations numériques proches du sol. Ce modèle admet un maximum proche de $-0.006\, K.m.s^{-1}$ avec un gradient négatif en dessous de 10m. Cette relaxation, non attendue, semble due aux effets de clic-clac numériques. Les profils à 00h des deux modèles dynamiques sont très proches. Le modèle de Wong-Lilly admet le maximum de $< \overline{w'\Theta'} >$ le plus important, aux alentours de $-0.011\, K.m.s^{-1}$ à 03h. De même que pour le modèle Germano-Lilly, ce dernier modèle présente un gradient de flux négatif près du sol avec des valeurs qui se relaxent progressivement vers $-0.0045\, K.m.s^{-1}$. Le modèle de Smagorinsky semble le plus à même de produire des flux thermiques adéquats.

Les composantes résolues et sous-maille des flux thermiques mettent en évidence les difficultés des modèles dynamiques à produire des comportements physiques de $< \overline{w'\Theta'} >$ (Fig. 6.41). Pour le modèle de Smagorinsky, la composante sous-maille évolue comme attendue : faible, quasi nulle sur tout le domaine excepté en dessous de 100m lorsque la stratification devient stable. Elle devient plus importante lorsqu'on s'approche du sol vers dans les premiers 20m où elle devient complémentaire de la composante résolue qui elle s'annule. Le modèle de Germano-Lilly peine à simuler une partie sous-maille complémentaire de la partie résolue, proche de la surface. Les oscillations sont, ici, bien plus importantes et perturbent les résultats à proximité du sol. Des observations semblables peuvent être faites pour le modèle de Wong-Lilly où de fortes oscillations sont visibles sur la partie sous-maille de $< \overline{w'\Theta'} >$. La partie résolue, bien que forte, à 03h, est comparable au modèle de Smagorinsky. Cependant, en s'approchant du sol, la partie sous-maille ne parvient pas à compléter le flux thermique comme il faudrait. Le modèle de Smagorinsky semble le mieux répondre aux attentes des simulations en conditions stables.

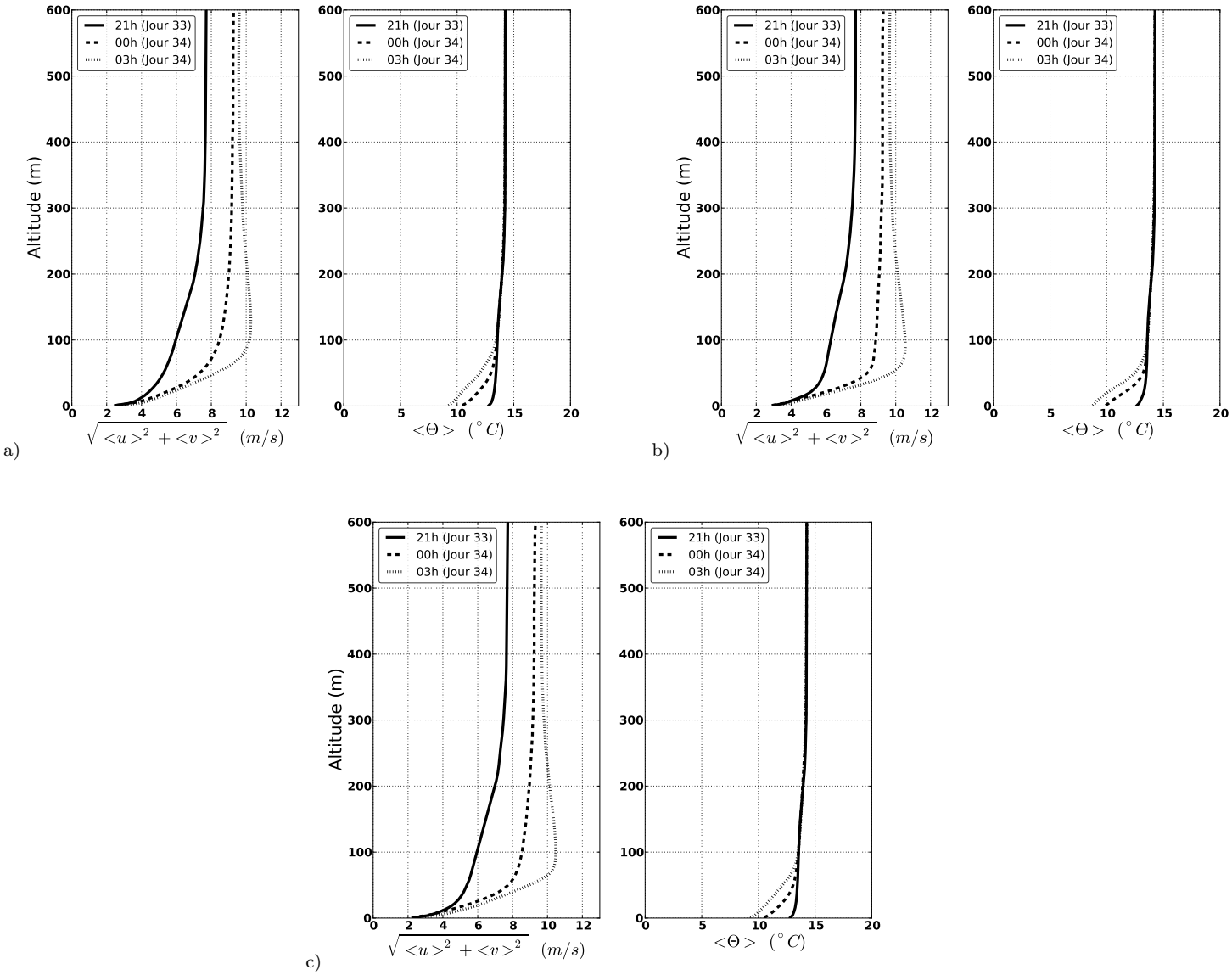



FIGURE 6.39 – *Profils moyens de vitesse* $\sqrt{<\overline{u}>^2 + <\overline{v}>^2}$ *et de température potentielle* $<\overline{\Theta}>$ *en fonction de l'altitude, la nuit, à 21h, 00h et 03h. Les résultats des modèles sous-maille de (a) Smagorinsky, (b) Germano-Lilly et (c) Wong-Lilly.*

Le premier effet visible sur la figure (Fig. 6.42) est la capacité des modèles à maintenir, dans des conditions moins stables, des valeurs non nulles de variance et donc d'énergie turbulente près de la surface. Ces observations, pour le modèle Smagorinsky, contrastent avec les résultats précédents sur le cas Wangara classique où, trop diffusif,

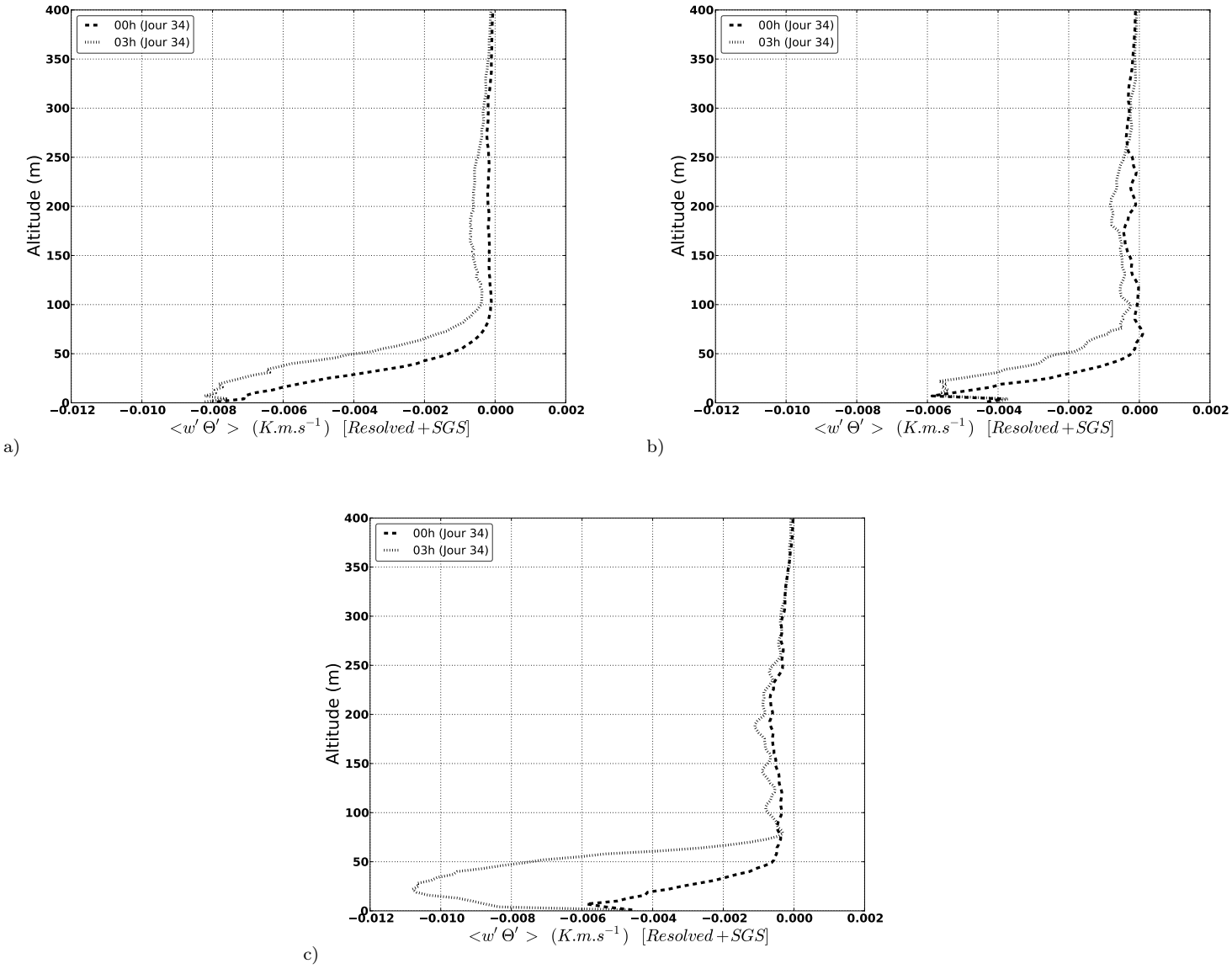



FIGURE 6.40 – *Profils des flux thermiques verticaux* $< \overline{w'\Theta'} >$ *totaux en fonction de l'altitude, la nuit, à 00h et 03h. Les résultats des modèles sous-maille de (a) Smagorinsky, (b) Germano-Lilly et (c) Wong-Lilly.*

il annihilait toute turbulence près du sol. Il apparaît, malgré tout, que les variances des composantes horizontales de vitesse, avec le modèle de Smagorinsky, tendent vers 0 au centre de la première maille. Ce qui n'est ni le cas pour les modèles dynamiques, ni le cas pour [Basu et al., 2008]. Le modèle Germano-Lilly fait apparaître un pic de variance

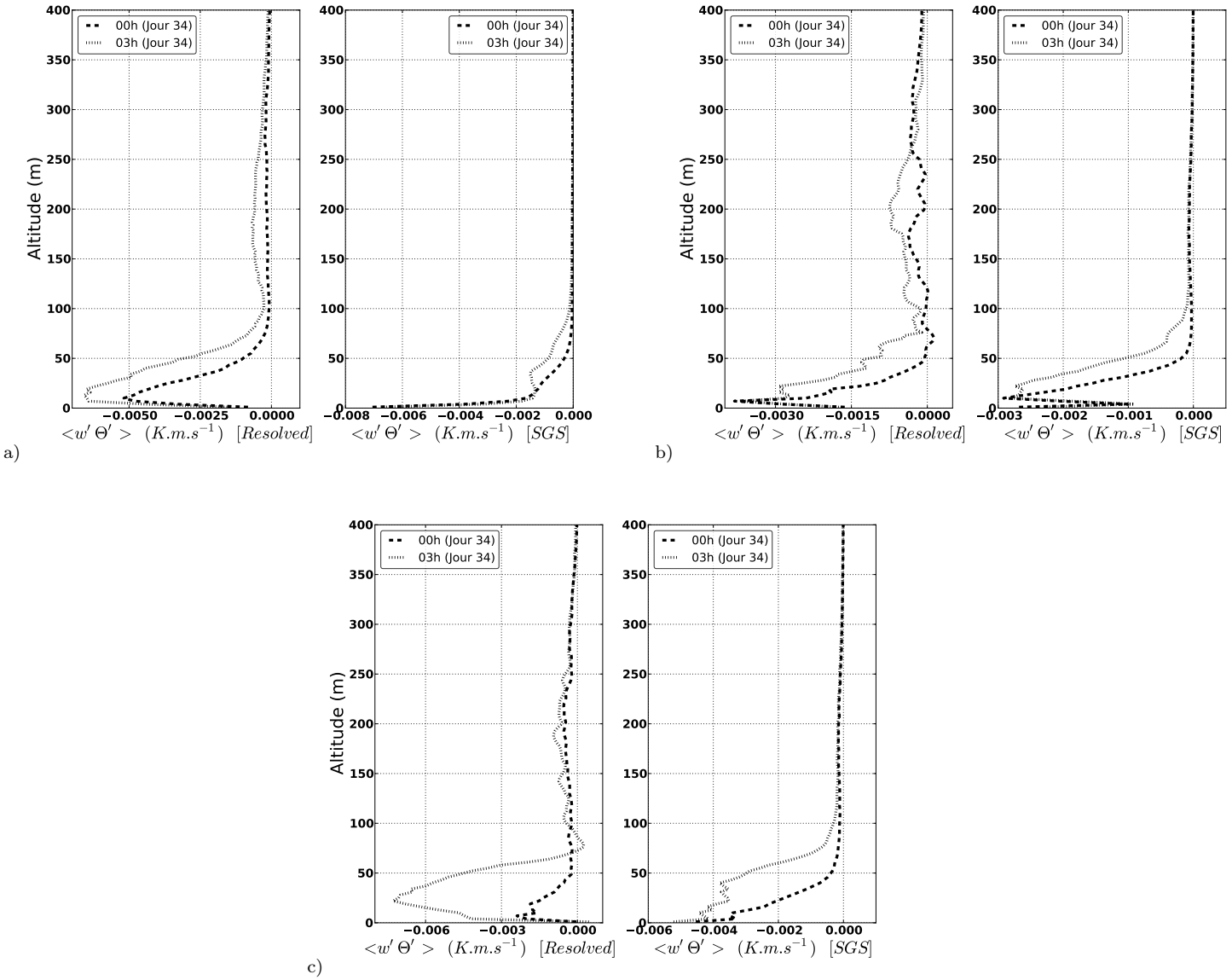



FIGURE 6.41 – *Profils des flux thermiques verticaux* $< \overline{w'\Theta'} >$ *résolus et sous-maille en fonction de l'altitude, la nuit, à 00h et 03h. Les résultats des modèles sous-maille de (a) Smagorinsky, (b) Germano-Lilly et (c) Wong-Lilly.*

entre 50m et 100m sur $< \overline{v'^2} >$ et $< \overline{\Theta'^2} >$, à 03h00. Ces pics, avec une amplitude moindre, sont aussi observables pour le modèle de Wong-Lilly à 03h. Enfin, la variance $< \overline{\Theta'^2} >$ est plus de deux fois supérieure avec le modèle Wong-Lilly qui, je le rappelle, comprend un modèle dynamique pour la température potentielle. Il est important de

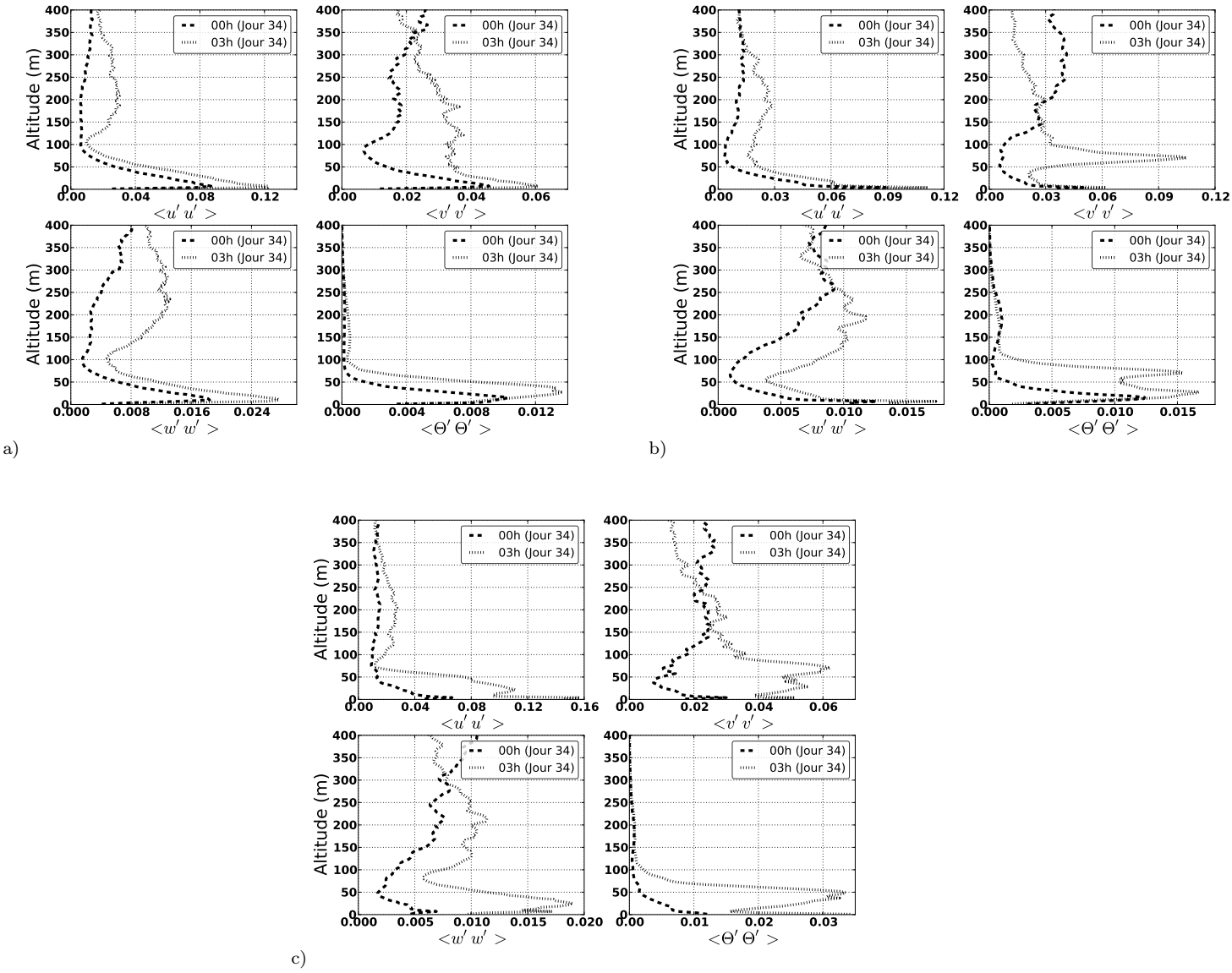



FIGURE 6.42 – *Les variances* $<\overline{u'^2}>$, $<\overline{v'^2}>$, $<\overline{w'^2}>$ *et* $<\overline{\Theta'^2}>$ *en fonction de l'altitude, la nuit, à 00h et 03h. Les résultats des modèles sous-maille de (a) Smagorinsky, (b) Germano-Lilly et (c) Wong-Lilly.*

noter que les valeurs des variances $<\overline{u'^2}>$, $<\overline{v'^2}>$ et $<\overline{w'^2}>$, pour les trois modèles, sont du même ordre que les résultats de [Basu et al., 2008]. Excepté concernant les pics des modèles dynamiques discutés préalablement, les simulations se comportent mieux en considérant une stratification thermique stable plus faible, avec des variances de valeurs

moins aberrantes et une certaine cohérence entre les différents modèles.

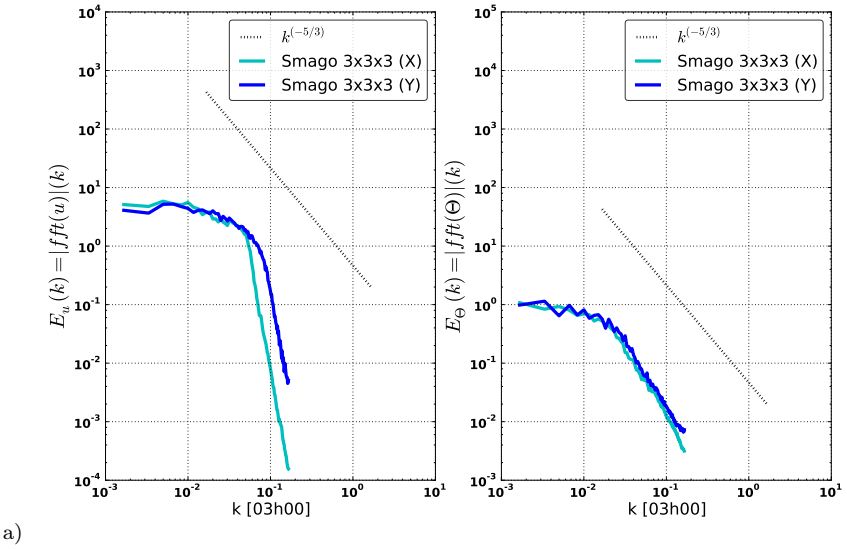
Les spectres :

Les spectres de la vitesse $\overline{u}$ et de la température potentielle $\overline{\Theta}$ ont été réalisés pour les trois modèles à 03h à une altitude de 100m (Fig. 6.43). La première constatation est le comportement en $k^{-5/3}$ des spectres de température potentielle pour les trois modèles. Ainsi on observe une zone inertielle bien reproduite pour le spectre de $\Theta$ fidèle à nos attentes que ce soit suivant l'axe $x$ ou $y$. Les deux modèles dynamiques montrent un pic selon $x$ sur les spectres de $\overline{u}$ à des forts nombres d'onde ($k = 0.14m^{-1}$) montrant l'existence d'oscillations numériques comme déjà vu précédemment. De plus selon y, ces deux modèles présentent une remontée en fin de spectre, significative d'une dissipation trop faible du modèle sous-maille. Cependant les modèles de Germano-Lilly et Wong-Lilly reproduisent une zone inertielle plus importante que le modèle de Smagorinsky. Ce dernier simule un spectre dépourvu d'oscillations avec une zone de dissipation bien lisse mais ne parvient pas à maintenir un partie inertielle de longueur assez importante ce qui peut être expliqué par une trop grande dissipation du modèle. Une amélioration significative par rapport au cas Wangara classique peut être tout de même observé, avec une réduction des oscillations et donc des pics parasites sur les spectres. De plus, concernant les modèles dynamiques, les spectres apparaissaient trop plats en comparaison au $k^{-5/3}$ prévu. Cet effet était dû à une résolution trop faible par rapport aux échelles intégrales et donc à une coupure intervenant, sur le spectre, à un nombre d'onde trop petit, avant la zone inertielle.

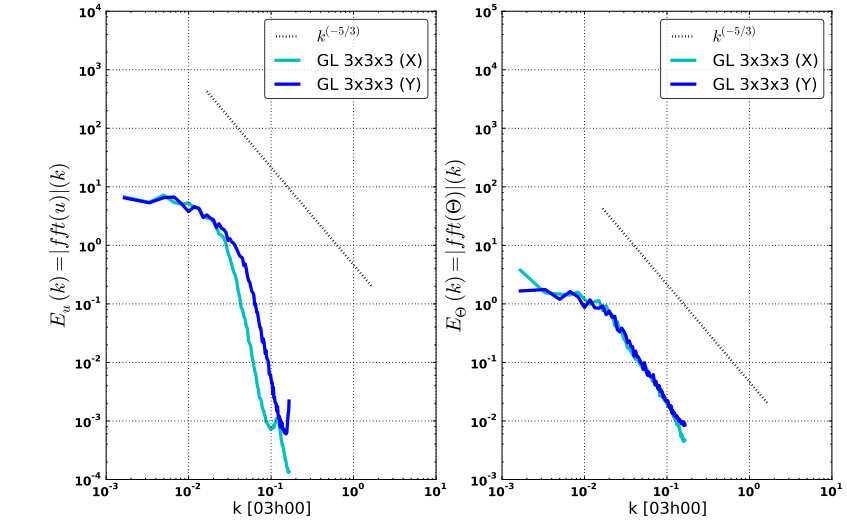
Conclusions :

La diminution de la stabilité du cas étudié pour une résolution fixée améliore nettement les résultats des simulations, bien que nous ne disposons pas de données comparatives. Les profils moyens deviennent similaires, les flux thermiques et les spectres sont moins impactés par les oscillations numériques et les variances admettent des ordres de grandeur attendus. Il serait alors intéressant dans la suite de cette thèse de tester notre modèle sur un cas du type GABLS [Holtslag, 2003, Beare et al., 2006] moins stable et bien documenté pour se comparer à d'autres modèles. Ce test est en tout cas encourageant quant aux capacités de Code_Saturne à modéliser les couches limites modérément

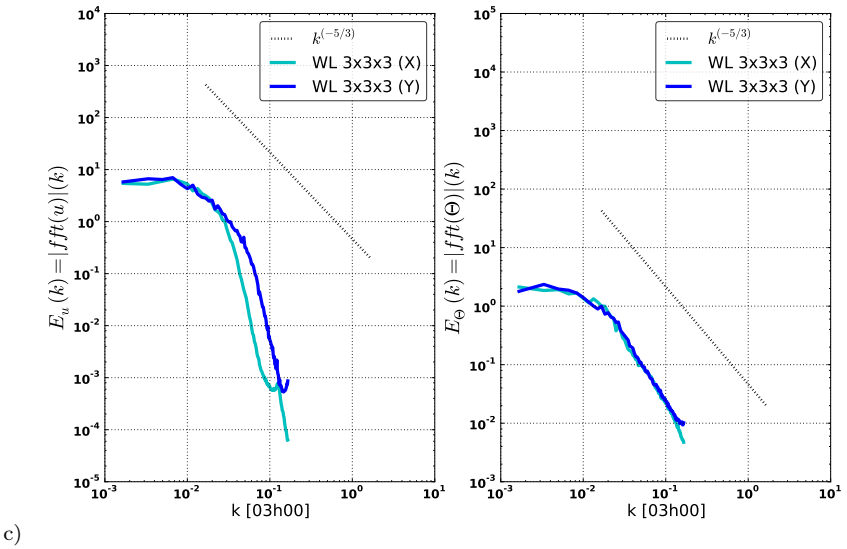
stables.




a)




b)




c)

FIGURE 6.43 – *Spectres moyens de la composante $\overline{u}$ de la vitesse et de la température potentielle selon l'axe x (X) et y (Y) à 100m pour le modèle de (a) Smagorinsky (Smago) , (b) Germano-Lilly (GL) et (c) Wong-Lilly (WL).*

## 6.9 Oscillations numériques

Plusieurs tests de sensibilité ont été réalisés dans le but de diminuer l'effet des oscillations numériques, ou clic-clac, rencontrées précédemment sur les profils de flux de chaleur sensible. Il est important de mettre en évidence l'origine de ces oscillations et d'étudier leur évolution temporelle et spatiale. Les clic-clac proviennent d'oscillations de vitesses verticales $\overline{w}$ qui prennent des valeurs de signe opposé lorsqu'on passe d'un centre de maille à un autre se trouvant au-dessus (Fig. 6.44).

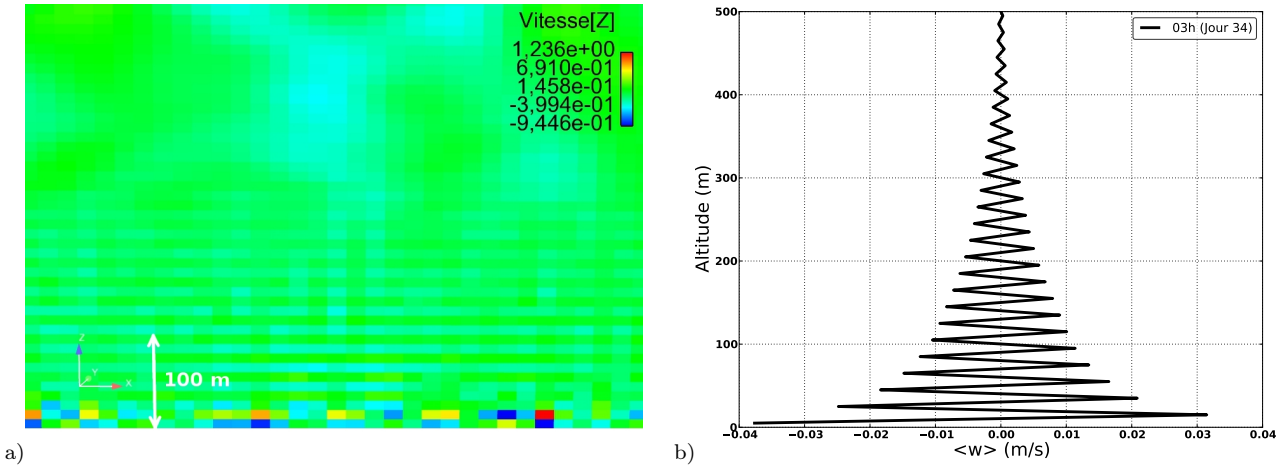



FIGURE 6.44 – *Mise en évidence du phénomène d'oscillation (a) sur une coupe verticale du champs 3D de $\overline{w}$ et (b) sur les moyennes horizontales $< \overline{w} >$ à 03h le jour 34.*

Cet effet est visible en bas du domaine et dans une proportion plus faible au sommet. Les clic-clac ont pour particularité d'être de signe constant tout au long de la simulation. Ainsi les valeurs positives et négatives de $\overline{w}$ conservent leur signe au cours du temps (cf. Annexe 8.3). L'amplitude de ces oscillations n'est pas pour autant fixe mais elle varie pendant la modélisation. Elles sont plus importantes dans les situations convectives, de jour, que dans les situations stables, de nuit. Paradoxalement les répercussions sont plus importantes sur les flux de nuit. Dans la couche stable nocturne les flux sont beaucoup plus faibles et l'amplitude des clic-clac est de l'ordre des flux totaux voir même bien plus importante dans le cas du modèle-Germano-Lilly. Différents tests ont donc été réalisés durant ma thèse pour tenter d'endiguer ces modes numériques parasites et certains d'entre eux vont être détaillés dans les prochaines sections.

### 6.9.1 Sensibilité des oscillations à la constante de Smagorinsky

Avec un modèle sous-maille du type Smagorinsky nous avons étudié la sensibilité des clic-clac présents sur les champs de vitesse verticale $\overline{w}$ à la constante de Smagorinsky $C_s$. Comme précédemment pour les tests de sensibilité six différentes constantes ont été testées (0.0065, 0.065, 0.10, 0.13, 0.18 et 0.65) afin d'analyser le lien entre la diffusivité sous-maille et l'amplitude des oscillations . L'impact de la variation de la constante de Smagorinsky est importante et permet de diminuer les clic-clac lorsque l'on augmente $C_s$ (Fig. 6.45).

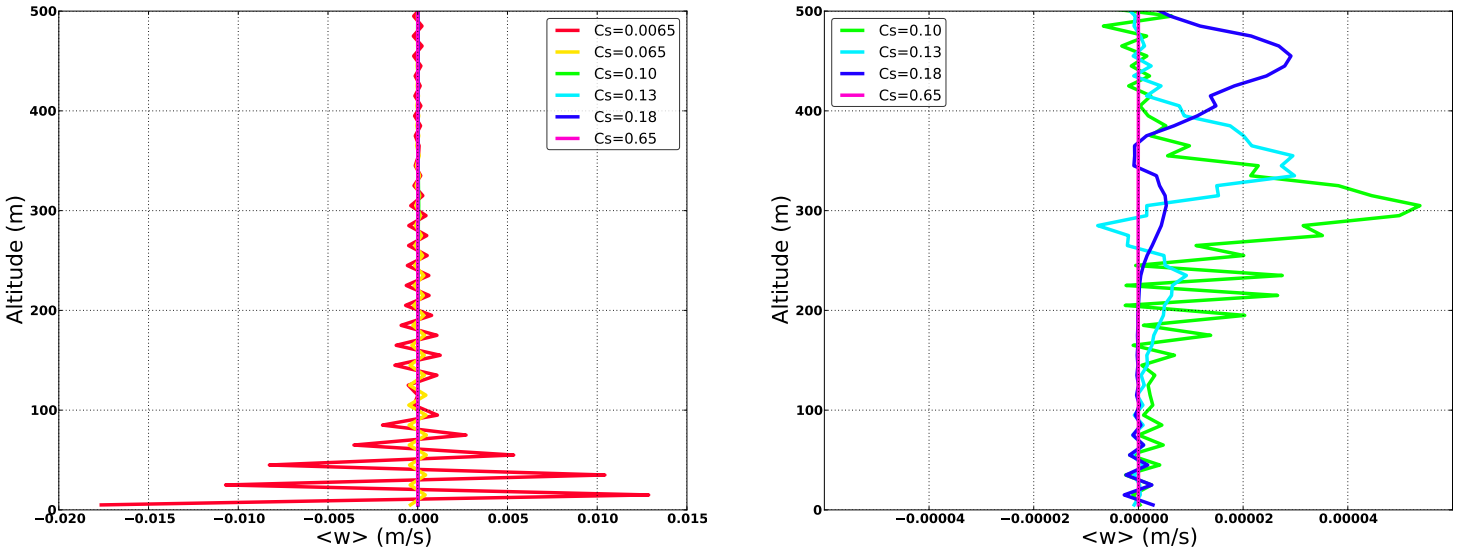



FIGURE 6.45 – *Mise en évidence de la décroissance de l'amplitude des oscillations numériques, à 3h le jour 34, sur les profils de vitesse verticale* $< \overline{w} > (z)$ *en augmentant progressivement la constante de Smagorinsky* $C_s$.

L'amplitude des instabilités varie de $5.10^{-4}$ pour un $C_s = 0.065$ à $3.10^{-6}$ pour un $C_s = 0.1$. L'amplitude près du sol est quasi la même entre les trois constantes de Smagorinsky 0.1, 0.13, et 0.18 c'est à dire presque nulle. Les constantes "extrêmes" confirment l'évolution décroissante des clic-clac avec l'augmentation du $C_s$. Plus la diffusion du modèle est importante plus les clic-clac sont faibles.

Cependant si nous relions ces résultats à ceux des tests de sensibilité précédents nous observons que si on augmente la constante de Smagorinsky bien que l'on réduise les clic-clac, nous assistons à la destruction de toute turbulence résolue dans la couche limite

stable. Les équivalents des valeurs de $C_s$ produit par les modèles dynamiques peuvent être bien plus faibles la nuit dans la couche stable, voir même négatifs localement, comme pour le modèle de Germano-Lilly, ce qui pourrait être à l'origine notamment de variance de vitesse plus importante près du sol mais aussi d'oscillations beaucoup plus importantes.

### 6.9.2 La méthode SEM

La SEM (Synthetic Eddy Method) [Jarrin et al., 2006] consiste comme nous l'avons vu précédemment à générer des écoulements instationnaires réalistes, pour la LES, dès les premiers instants de la simulation. Cette méthode a été mise en place dans notre cas atmosphérique sur un maillage ayant une résolution de 20m×20m ×10m. Le nombre de structures créées par le biais de la SEM a été arbitrairement fixé à 5000. Elles seront réparties aléatoirement dans le domaine (fig. 6.46). Ces perturbations seront synthétisés sur les conditions initiales de vitesse issues des profils météo mesurés à 9h00.

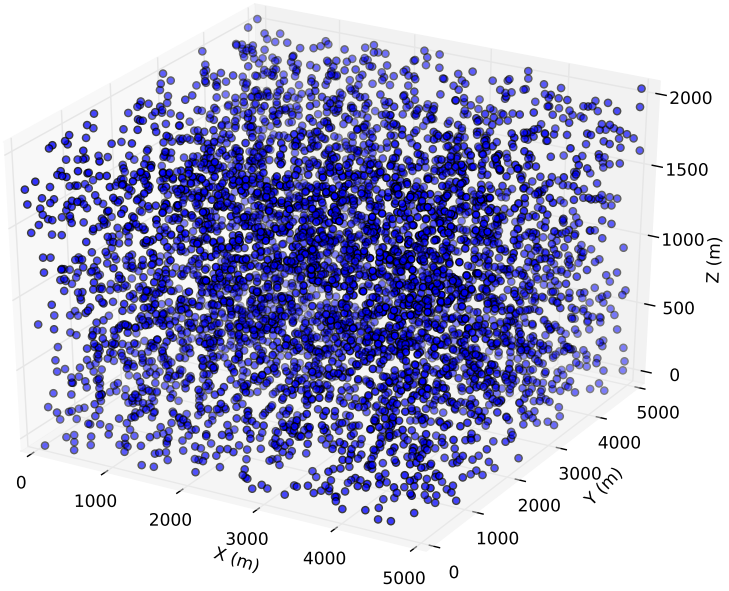



FIGURE 6.46 – *Centres des structures turbulentes créées par la SEM à l'instant initial.*

La SEM portait l'espoir de voir disparaître les oscillations. En admettant qu'elles aient pour origine le développement de modes numériques parasites provenant de l'instant initial, la SEM pourrait dès les premiers pas de temps initier la turbulence et ainsi

tuer les clic-clac. Les fluctuations turbulentes n'étant plus produites par l'amplification d'erreurs, il nous était permis de penser que le phénomène oscillatoire de $< \overline{w} >$ disparaîtrait. Malheureusement aucune amélioration n'a été observée dans ce sens.

La SEM a permis tout de même quelques progrès concernant le temps nécessaire à la génération de la turbulence. Sur la figure 6.47 il apparaît clairement que en l'absence d'initialisation de la turbulence, les fluctuations sur $\overline{v}$ (a) et $\overline{w}$ (b) mettent beaucoup plus de temps à s'amplifier. Le résultats issus des premiers pas de temps sont, de ce fait difficilement interprétables. La SEM au contraire permet le développement d'écoulements plus réalistes en début de simulation. La SEM permet ainsi d'améliorer significativement notre LES dans les tout premiers instants.

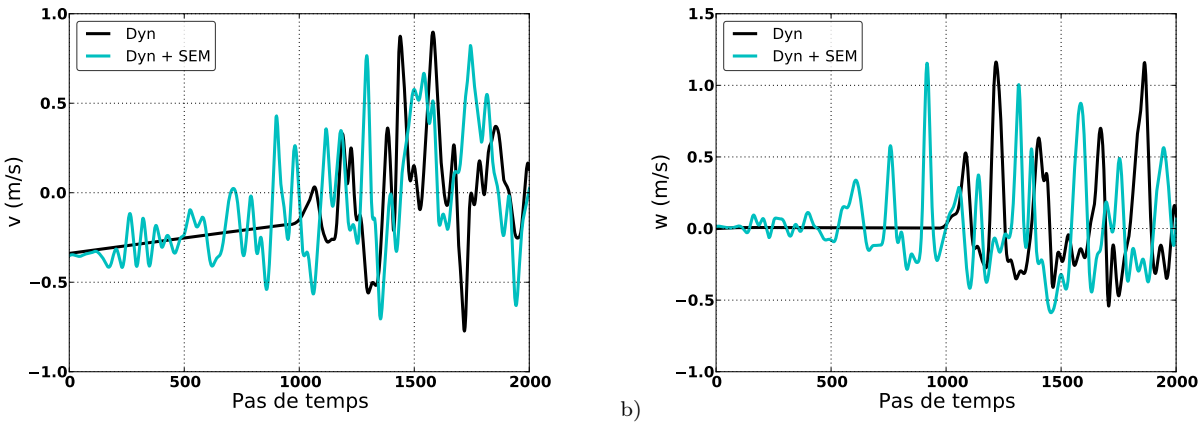



FIGURE 6.47 – *Evolution temporelle en un point des vitesses (a) $\overline{v}$ et (b) $\overline{w}$ en l'abscence d'initialisation de la turbulence, en noir, et avec la méthode SEM, en bleu.*

## 6.9.3 Impacts des maillages sur les oscillations

### 6.9.3.1 Les différentes résolutions

Nous avons profité des études de sensibilité précédentes pour analyser l'effet de la résolution du maillage sur les clic-clac de $\overline{w}$. Sur les flux de chaleur, un effet moindre des oscillations avait déjà été observé, ce qui laissait présager une influence positive de la résolution. Les oscillations sur les champs de vitesse verticale pour le modèle dynamique, le plus affecté par les modes numériques parasites, régressent lorsque l'on augmente la résolution (Fig. 6.48). L'effet de clic-clac est sensible à la résolution du

domaine et diminue de manière importante avec l'augmentation de la résolution. C'est aussi une des raisons pour lesquelles les oscillations sur le flux de chaleur résolu sont moins importantes à haute résolution.

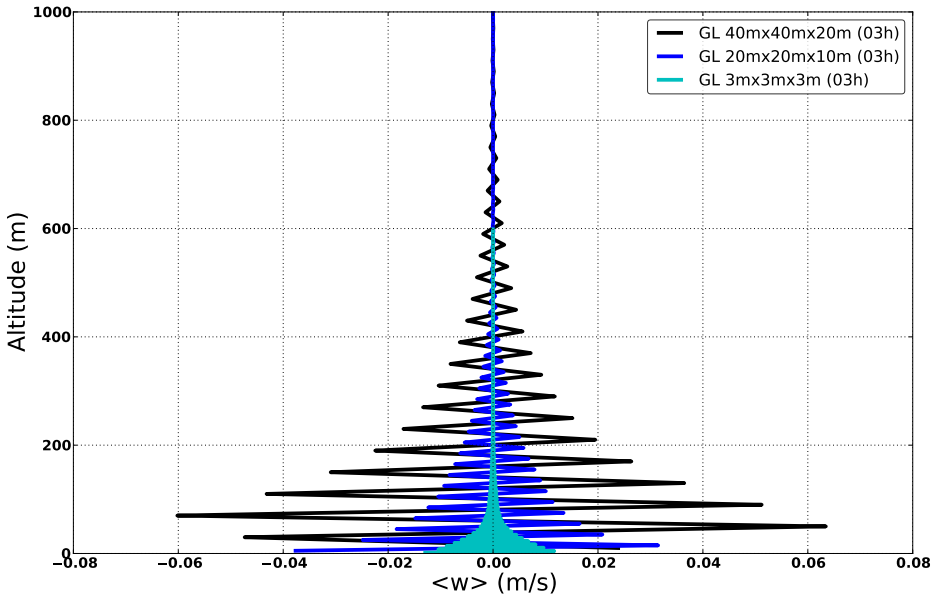



FIGURE 6.48 – *Mise en évidence de la diminution des oscillations sur la vitesse verticale* $< \overline{w} >$*, à 03h le jour 34, pour le modèle Germano-Lilly (GL), avec l'augmentation de la résolution avec des mailles de dimension 40m×40m×20m, 20m×20m×10m et 3m×3m×3m.*

Les oscillations de $< \overline{w} >$ deviennent plus faibles avec une résolution fine ce qui motive à augmenter encore la résolution, dans le cadre d'une prochaine étude. Cependant je suis convaincu que, malgré un maillage plus fin encore, ces oscillations soient inhérentes au code et que cela ne les ferait pas disparaître définitivement. De plus les spectres de vitesse ont montré que l'augmentation de la résolution faisait apparaître un pic d'énergie important à un nombre d'onde élevé. Cette observation relativise donc nos conclusions sur l'effet positif de la résolution.

#### 6.9.3.2 Les maillages tétraédriques

Considérant le problème de clic-clac sur les maillages réguliers hexaédriques, nous avons testé ce phénomène sur un maillage tétraédrique avec un modèle dynamique Germano-Lilly (Fig. 6.49). Le nouveau maillage comporte une couche de prisme en haut et en bas du domaine afin de faciliter l'application des lois de paroi. Les prismes

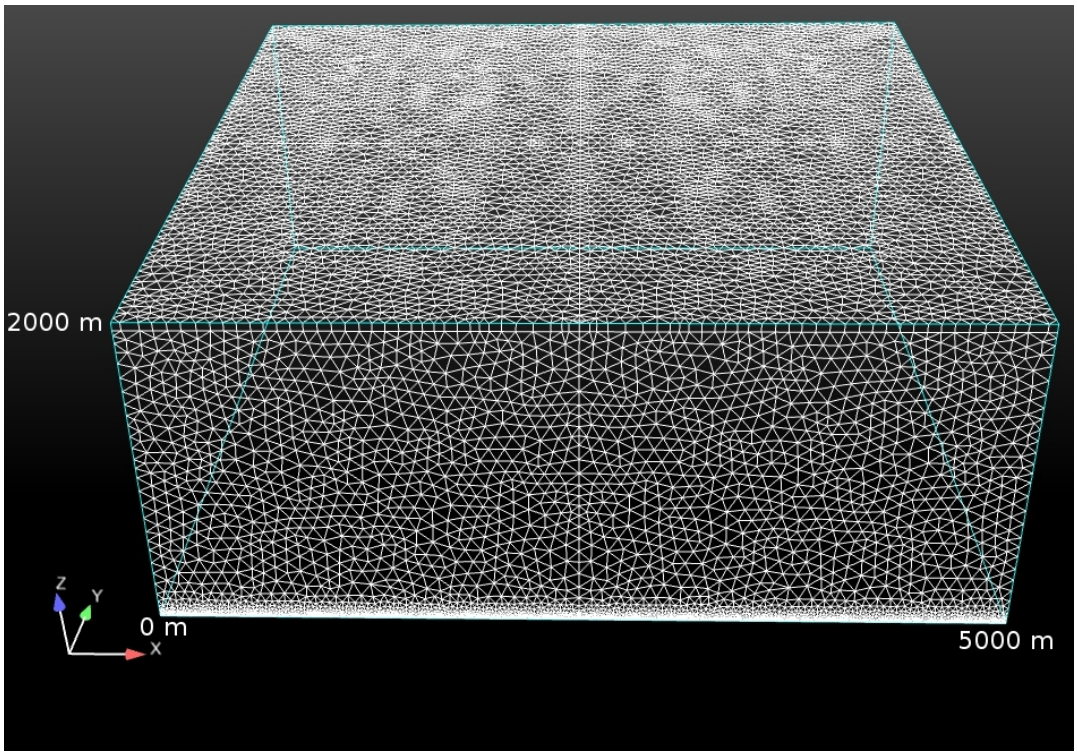



FIGURE 6.49 – *Maillage tétraédrique utilisé pour la simulation du cas Wangara comportant une couche de prisme en haut et en bas du domaine avec un raffinement progressif vers le sol.*

au sol ont des arrêtes de 5m, ceux au sommet des arrêtes de 50m. Le domaine est complété avec des tétraèdres avec un raffinement progressif, les arrêtes passant de 5m à 50m dans les 300 premiers mètres. De plus, le maillage a été généré par symétrie afin d'avoir une parfaite correspondance des mailles sur les cotés et de permettre des conditions de périodicité facilement applicables en $x$ et $y$.

L'estimation des profils verticaux moyennés sur l'horizontal n'est pas triviale pour ce type de maillage non structuré. Nous avons alors considéré des couches horizontales de taille croissante et dans lesquelles le nombre de centres de maille était quasi-constant. La moyenne horizontale a donc été faite pour chaque variable sur l'ensemble des centres de maille compris dans une couche à une altitude donnée. Malgré ce procédé les profils verticaux des flux et des variances comportent des discontinuités que l'on peut attribuer au calcul des moyennes horizontales. Le jour les profils moyens sont bien reproduits. La nuit au contraire le vent comme la température potentielle ne parviennent pas à conserver, respectivement, un jet de basse couche et un gradient stable suffisants (cf.

Annexe 8.4).

Les effets de clic-clac n'ont pas totalement disparus sur ce type de maillage, ils subsistent encore dans la couche de prismes structurés au bas et au sommet du domaine 6.50.

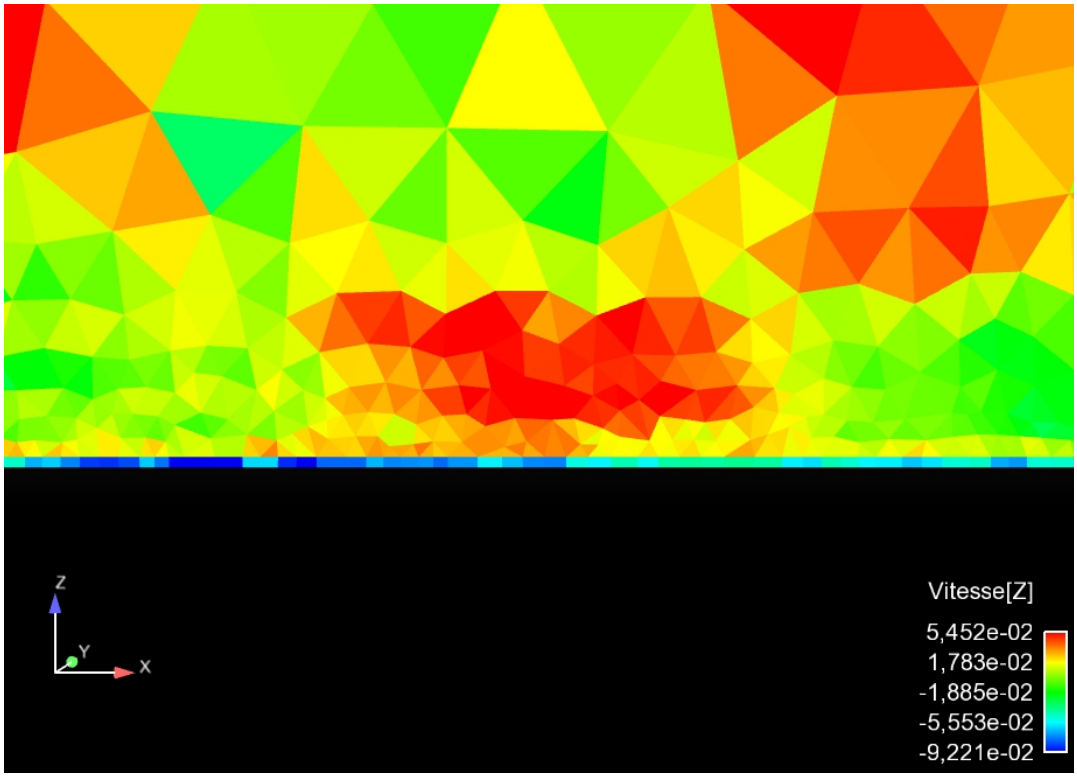



FIGURE 6.50 – *Effets de clic-clac sur la couche de prismes structurés au bas du domaine avec un maillage tétraédrique au-dessus.*

Il est clair que la première couche de prisme génère un clic-clac similaire à ce qui a déjà été étudié sur les maillages hexaédriques. On constate la même chose au sommet du maillage : une bande où $\overline{w}$ la vitesse verticale prend des valeurs aberrantes, non physiques. Il n'y a aucune continuité entre les valeurs aux premiers centres de maille et celle au-dessus. Néanmoins le fait que seule la couche de prisme soit affectée, montre la dépendance de ce phénomène à la structure du maillage, régulier ou non. De plus l'emploi de ce type de maillage en LES atmosphérique est très peu commun notamment à cause de la difficulté à définir la notion de "verticale". Cet inconvénient est mis en évidence par les problèmes rencontrés dans le calcul de moyenne horizontale. La nuit les

conditions météorologiques simulées perdent de leur pertinence pour les cas stables.

### 6.9.4 La décomposition de la pression

L'activation de l'option "iphydr" de Code_Saturne permet de décomposer la pression $P$ en deux parties distinctes, la première dite hydrostatique $P^h$, que l'on équilibre avec les termes sources des équations de Navier-Stokes et la deuxième partie dite dynamique $P^d$. Précédemment aucune décomposition de la pression n'était faite dans les simulations LES. Cette option permet de mieux tenir compte des effets de la gravité dans les fluides où la stratification est importante ce qui est en partie le cas dans l'atmosphère. On se référera à la géométrie schématisée sur la figure 6.51. Premièrement, on s'intéresse à l'interpolation de la pression à la face $P_F$ :

$$P_F = \alpha P_I + (1 - \alpha) P_J \tag{6.9.1}$$

Dans un maillage régulier hexaédrique le facteur géométrique $\alpha$ s'exprime :

$$\alpha = \frac{\overrightarrow{FJ}}{\overrightarrow{IJ}} \tag{6.9.2}$$

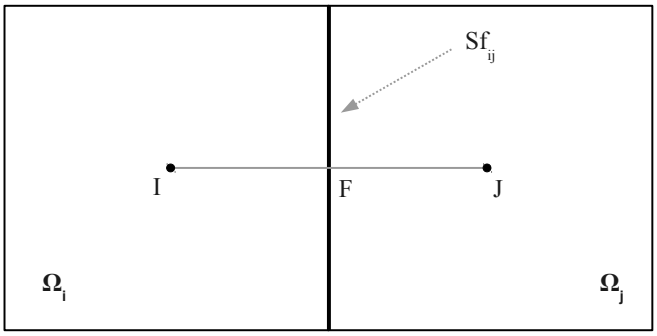



FIGURE 6.51 – *Définition des différentes entités géométriques pour les faces internes $Sf_{ij}$ où $I$ représente le centre de la cellule de gauche de volume $\Omega_i$ et $J$ le centre de la cellule de droite de volume $\Omega_j$. $F$ est le point à l'intersection du segment [IJ] et de la face $Sf_{ij}$.*

Après la décomposition de la pression à la face $P_F$ en deux parties : la pression

hydrostatique et la pression dynamique, l'expression devient :

$$P_F = P_F^h + P_F^d \tag{6.9.3}$$
$$= P_F^h + \alpha P_I^d + (1-\alpha) P_J^d \tag{6.9.4}$$
$$= P_F^h + \alpha P_I + (1-\alpha) P_J - \alpha P_I^h - (1-\alpha) P_J^h \tag{6.9.5}$$

Si nous admettons que la pression hydrostatique est en équilibre avec les termes sources ($\nabla P^h = \overrightarrow{f}$) on en déduit naturellement :

$$P_I^h = P_F^h + \overrightarrow{FI}.\overrightarrow{f_I} \tag{6.9.6}$$
$$P_J^h = P_F^h + \overrightarrow{FJ}.\overrightarrow{f_J} \tag{6.9.7}$$

Tenant compte de cet équilibre, la pression à la face $P_F$ s'exprime :

$$P_F = \alpha P_I + (1-\alpha) P_J - \alpha \overrightarrow{FI}.\overrightarrow{f_I} - (1-\alpha)\overrightarrow{FJ}.\overrightarrow{f_J} \tag{6.9.8}$$

Avec les termes sources à la face : $\overrightarrow{f_F} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{f_I} + \overrightarrow{f_J})$.

Deux termes correcteurs apparaissent dans l'estimation de la pression $P_F$ qui sont fonctions des termes sources. La décomposition de la pression en une partie hydrostatique et une partie dynamique est donc bien prise en compte.

Deuxièmement, nous allons nous intéresser au calcul du gradient de pression au centre de la cellule $[\nabla P]_{c,i}$. Par définition, nous connaissons le gradient de la pression hydrostatique en I :

$$[\nabla P^h]_{c,i} = \overrightarrow{f}_I \tag{6.9.9}$$

Concernant la partie dynamique le gradient de pression au centre de cellule $[\nabla P^d]_{c,i}$ il est déterminé à partir d'une méthode de minimisation des moindres carrés qui est explicitée dans la documentation théorique de Code_Saturne [Archambeau et al., 2004]. Pour cela on a besoin préalablement du gradient à la face $[\nabla P^d]_{f,ij}$ qui s'écrit :

$$[\nabla P^d]_{f,ij} \,.\, \overrightarrow{d}_{ij} = \frac{1}{IJ}[P_J^d - P_I^d] \tag{6.9.10}$$
$$= \frac{1}{IJ}[P_J - P_I - P_J^h + P_I^h] \tag{6.9.11}$$
$$= \frac{1}{IJ}[P_J - P_I - P_F^h - \overrightarrow{FI}.\overrightarrow{f}_I + P_F^h + \overrightarrow{FJ}.\overrightarrow{f}_J] \tag{6.9.12}$$
$$= \frac{1}{IJ}[P_J - P_I + \overrightarrow{FI}.\overrightarrow{f}_I - \overrightarrow{FJ}.\overrightarrow{f}_J] \tag{6.9.13}$$

Avec le vecteur $\overrightarrow{d}_{ij} = \frac{1}{IJ}\overrightarrow{IJ}$.

Ici aussi deux termes correctifs qui sont fonction des termes sources $\overrightarrow{f}_J$ et $\overrightarrow{f}_J$ apparaissent du fait de la prise en compte de la pression hydrostatique.

Concernant la résolution des équations de Navier-Stokes plusieurs changements sont opérés pour les étapes de prédiction et de correction de l'algorithme en temps. Initialement ces étapes étaient :

Prediction :

$$\rho^n \frac{\overrightarrow{u}^* - \overrightarrow{u}^n}{\Delta t} + \mathcal{D}(\overrightarrow{u}^*) = -\nabla P^n + \overrightarrow{f}^n \tag{6.9.14}$$

Correction :

$$\rho^n \frac{\overrightarrow{u}^{(n+1)} - \overrightarrow{u}^*}{\Delta t} = -\nabla \delta P^{(n+1)} \tag{6.9.15}$$

La pression $P^n$ n'est pas en équilibre avec les termes sources $\overrightarrow{f}^n$ qui sont mis à jour en début de pas de temps. Pour résoudre ce problème, la résolution des équations de Navier-Stokes est modifiée suivant le modèle ci-dessous :

Prediction :

$$\rho^n \frac{\overrightarrow{u}^* - \overrightarrow{u}^n}{\Delta t} + \mathcal{D}(\overrightarrow{u}^*) = -\nabla P^n + \overrightarrow{f}^{(n-1)} \tag{6.9.16}$$

Correction :

$$\rho^n \frac{\overrightarrow{u}^{(n+1)} - \overrightarrow{u}^*}{\Delta t} = -\nabla \delta P^{(n+1)} + \delta \overrightarrow{f}^n \tag{6.9.17}$$

Avec $\delta P^{(n+1)} = P^{(n+1)} - P^n$ et $\delta \overrightarrow{f}^n = \overrightarrow{f}^n - \overrightarrow{f}^{(n-1)}$.

Le gradient de l'étape de correction, pour le calcul du gradient de pression adopte les modifications que nous avons décrites précédemment qui tiennent compte de $P^h$ et $P^d$. L'étape de correction comprend un terme de plus dans le membre de droite du couplage vitesse-pression, fonction des termes sources. Cette méthode permet de réduire les instabilités sur la vitesse dues à une mauvaise prise en compte de la stratification en retirant la partie hydrostatique de la pression minimisant ainsi les erreurs possibles.

L'activation de cette option dans un cas atmosphérique était porteuse d'espoir, déjà, premièrement, du fait qu'en RANS ($e-\epsilon$) elle était nécessaire pour obtenir des résultats cohérents et physiques sur l'expérience Wangara. Deuxiemement après l'avoir testé en

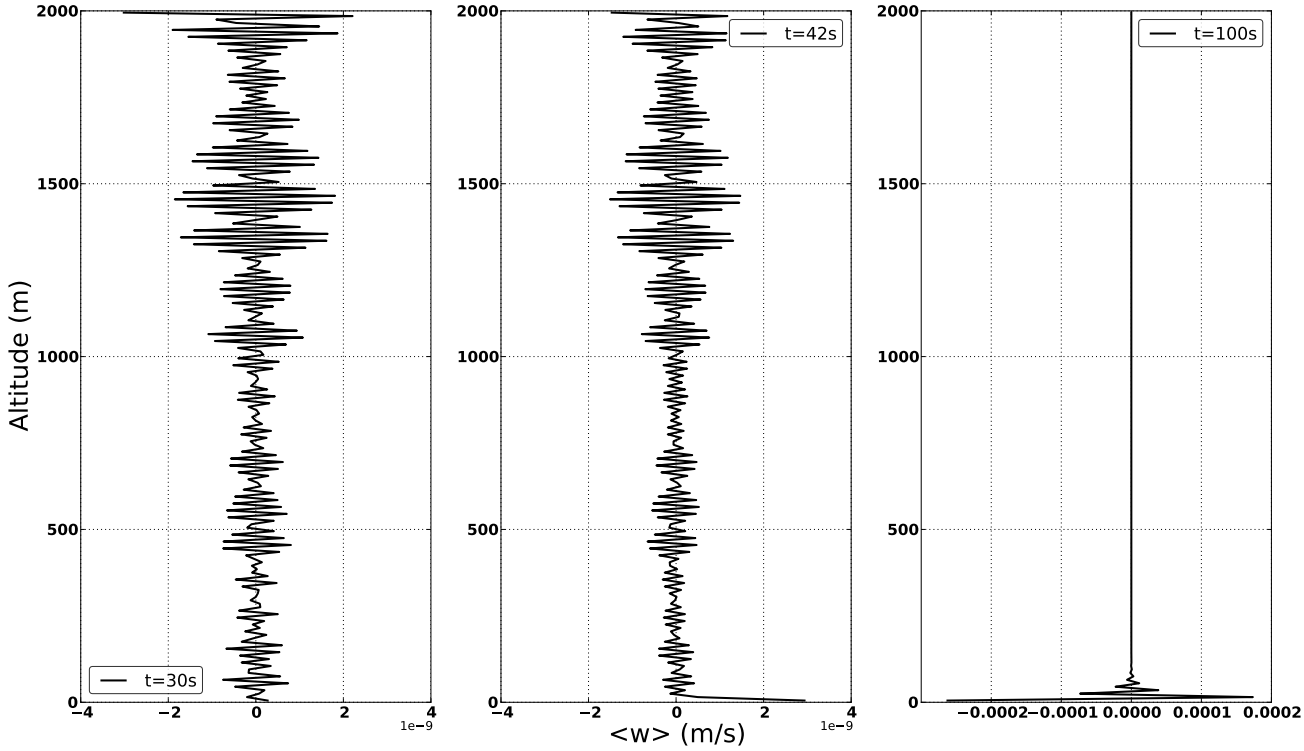



FIGURE 6.52 – *Apparition progressive des modes parasites lors d'une simulation LES sur le cas Wangara avec l'activation de l'option "iphydr".*

LES les cinq premiers pas de temps ne comportait plus de clic-clac sur les premiers niveaux du domaine. Ces essais préliminaires abondaient dans ce sens. Seulement au bout du $41^{\text{ème}}$ pas de temps les oscillations réapparaissent au bas du domaine. Une valeur de $\overline{w}$ non nulle commence à augmenter puis les modes parasites se propagent sur la verticale jusqu'à atteindre des vitesses similaires à celles que l'on observait précédemment (Fig. 6.52). La vitesse verticale au premier niveau pour le $42^{\text{ème}}$ pas de temps est de signe opposé à celle observée au $100^{\text{ème}}$ pas de temps. Par la suite, le signe de $< \overline{w} >$ pour chaque niveau reste constant.

Plusieurs types de forçage ont été appliqués pour tenter de maintenir la vitesse verticale à des valeurs quasi nulles. Pour exemple nous avons appliqué un forçage explicite sur $\overline{w}$ où à chaque niveau on soustrayait la moyenne horizontale $< \overline{w} > (z)$ multipliée par un facteur $\gamma_1$ déterminé arbitrairement. Un autre test nous a amené à appliquer une relaxation implicite $-\gamma_2 \overline{w}$ où $\gamma_2$ représente l'intensité de la relaxation imposée. Ces tests sont restés sans succès puisque les oscillations sont à chaque fois réapparues.

### 6.9.5 Autres tests de sensibilité

Beaucoup d'autres tests ont été fait dans le but de se soustraire aux clic-clac. Aucun d'eux n'a été satisfaisant. Pour exemple, concernant le maillage nous avons essayé de diviser la première maille du domaine afin de casser et stopper les modes numériques parasites sur la verticale : sans succès. De nombreuses options numériques différentes ont été essayées. Nous avons tenté de modifier le schéma de convection en introduisant une part de 1er ordre ("upwind") dans le schéma numérique, tester un schéma du type SOLU, modifier le nombre d'itération dans la reconstruction du membre de droite des équations de Navier-Stokes, réduire la relaxation de la vitesse, changer de méthode de reconstruction des gradients, soustraire la vitesse moyenne horizontale sur chaque cellule, lisser pour chaque verticale la vitesse $\overline{w}$, modifier les conditions sur $\overline{\Theta}$ en haut et au bas du domaine... Peu d'effets significatifs ont été enregistrés et surtout aucun n'a permis de supprimer ces oscillations.

### 6.9.6 Simulation d'un canal plan

Afin d'illustrer les problèmes de clic-clac sur la vitesse tangentielle à la paroi, un cas élémentaire de LES dans un canal plan à $Re^* = 640$ avec un maillage cubique a été réalisé par S. Benhamadouche (Fig. 6.53). Le phénomène d'oscillation à la paroi est semblable aux résultats rapportés par [Montfort, 2007]. Bien que le profil de vitesse $< \overline{u} >$ soit conforme à ce qui est attendu (Fig. 6.53 (a)), à savoir une forte vitesse au centre du canal qui diminue sous l'influence des forces de viscosité et s'annule à la paroi, le profil de $< \overline{w} >$ présente d'importants clic-clac (Fig. 6.53 (b)). L'amplitude des oscillations est d'autant plus importante que l'on se trouve proche de la paroi. Ceci montre bien que ce problème n'est pas seulement du à notre simulation mais à une limitation intrinsèque de Code_Saturne. De plus, ici, aucun terme source n'est utilisé, nous ne pouvons donc pas attribuer ces oscillations à un problème de gravité ou de prise en compte de la flottabilité dans les équations de Navier-Stokes. L'option "iphydr" n'aurait pas d'effet ici, la pression hydrostatique étant nulle. Cependant le choix d'une discrétisation spatiale avec une collocalisation des variables en maillage régulier pourrait en être à l'origine. S. Basu semble utiliser une grille décalée ("Staggered") [Basu and Porté-Agel, 2006] ce qui lui permettrait de s'affranchir de cet inconvénient majeur. Code_Saturne montre ici ses limites quant à simuler des écoulements atmosphériques notamment la nuit lorsque la stabilité est importante. Le fait d'étudier la couche limite stable, où la turbulence est

plus faible que les oscillations observées renforce ce sentiment.

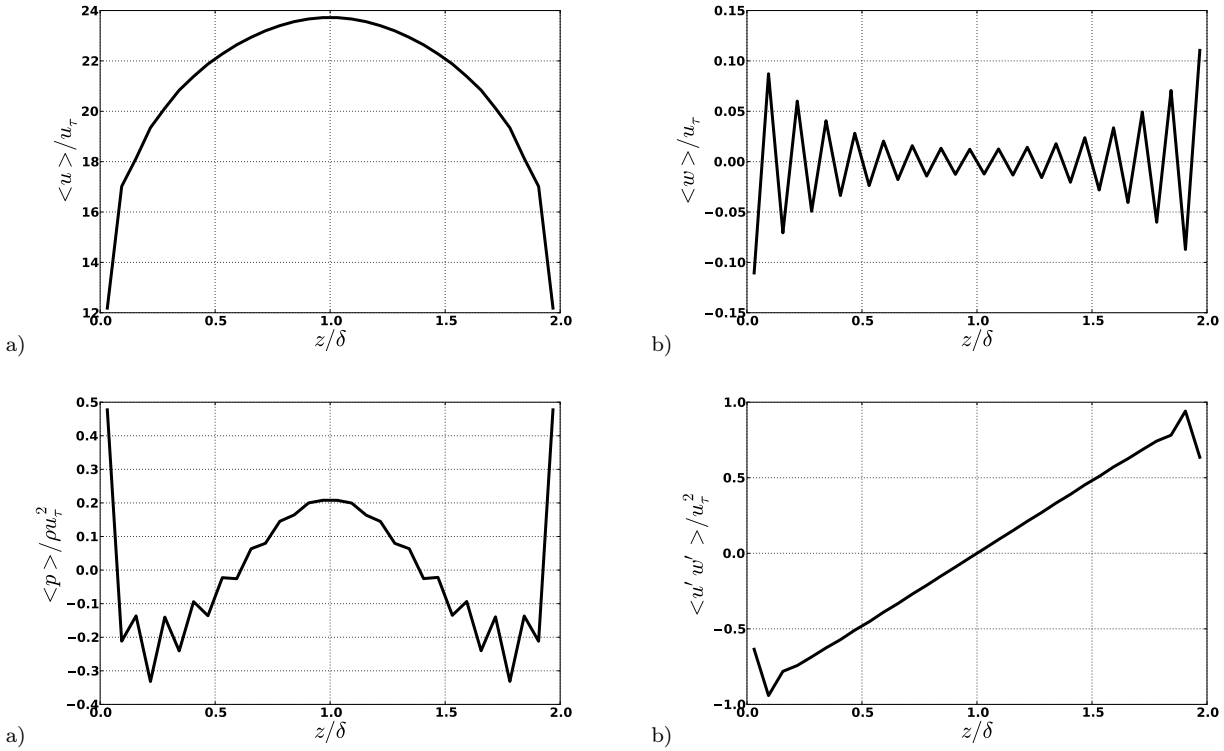



FIGURE 6.53 – *Profils de vitesse axiale* $< \overline{u} >$ *(a), de vitesse tangentielle* $< \overline{w} >$ *(b), de pression* $< \overline{p} >$ *(c) et de flux* $< \overline{u'w'} >$ *(d), adimensionés, provenant d'une simulation d'un canal plan faite à l'aide de Code_Saturne.*

# Chapitre 7

# Conclusion et perspectives

Conclusion

L'objectif de cette thèse était de modéliser le cycle diurne d'une couche atmosphérique homogène et d'étudier les structures turbulentes en fonction des différentes stratifications thermiques en utilisant une approche LES. Ce travail a permis d'apporter quelques réponses à cette question. De plus la sensibilité à la stratification thermique a été étudiée et les spécificités des simulations de la couche limite atmosphérique convective et stable ont été discutées.

Une étude bibliographique a permis de recenser les principaux modèles sous-maille utilisés en LES pour modéliser les écoulements atmosphériques. Quatre de ces modèles ont été comparés sur un cas d'atmosphère convective, quasi-stationnaire et sur terrain homogène conformément à ce qui avait été fait préalablement dans [Schmidt and Schumann, 1989] et [Dipankar, 2009]. Nous avons observé le bon comportement de différents modèles sous-maille du type Smagorinsky [Smagorinsky, 1963, Lilly, 1966], WALE [Nicoud and Ducros, 1999] et de deux autres fermetures LES dynamiques Germano-Lilly [Germano et al., 1991, Lilly, 1992] et Wong-Lilly [Wong and Lilly, 1994]. La bonne concordance des profils moyens de température potentielle et les résultats fortement similaires des flux thermiques et des variances ont souligné que notre LES reproduisait des conditions météorologiques fidèles à celles attendues et rapportées par [Willis and Deardorff, 1974], [Deardorff and Willis, 1985] et [Schmidt and Schumann, 1989]. Cependant, quelques écarts ont été observés entre les différentes contributions sous-maille des flux de chaleur. Ainsi, près du sol, l'apport du modèle Germano-Lilly s'est révélé faible de-

vant les deux autres modèles non-dynamiques, alors que la partie sous-maille du modèle Wong-Lilly s'est montrée la plus importante. De plus, concernant la paramétrisation de la couche de surface, le développement de la méthode itérative de Monin-Obukhov, après confrontation aux résultats obtenus avec la méthode diagnostique de Louis, a permis de montrer le peu d'impact qu'avait le choix de ce paramètre. Les situations convectives dans l'atmosphère se caractérisent par la présence de structures turbulentes de grande taille dans la couche de mélange. Le spectre d'énergie est alors en grande partie résolu et le modèle sous-maille n'a que peu d'influence sur les simulations. Il peut être noté tout de même que, près du sol, cette hypothèse n'est plus vraie. Les tourbillons deviennent de plus en plus petits lorsqu'on se rapproche de la surface et nous observons alors un effet croissant et non négligeable de la contribution sous-maille sur les flux de chaleur qui varie, comme nous l'avons montré, selon les modèles LES utilisés.

La modélisation LES du cycle diurne complet de la couche limite atmosphérique sur l'expérience Wangara s'est révélée plus délicate. Les journées 33 et 34 du cas Wangara ont été choisies analogiquement aux simulations RANS de [Yamada and Mellor, 1975], [André et al., 1978], [Musson-Genon, 1995] et [Milliez and Carissimo, 2009] ou LES de [Basu et al., 2008] et [Vinuesa et al., 2008]. Conformément au cas précédent, le jour, la modélisation de la couche convective a pu être réalisée aisément. Dans ces conditions, Code_Saturne, quelque soit le modèle sous-maille LES, a pu reproduire des résultats proches des mesures [Clarke et al., 1971]. Les conclusions faites sur le cas convectif [Schmidt and Schumann, 1989] ont été une nouvelle fois vérifiées, à savoir que les modèles sous-maille n'ont que peu d'effet lorsque les écoulements sont dominés par de grandes structures.

Lorsque la stratification thermique de la couche limite nocturne devient stable la turbulence faiblit ce qui engendre l'effondrement brutal des échelles intégrales et donc de la taille des structures turbulentes. La LES est basée sur un filtre spatial dont la résolution de grille joue implicitement le rôle. Généralement, la coupure du filtre ne parvient pas à rester dans la zone inertielle du spectre et ne résout plus les grandes échelles. Les premières simulations n'ont pas reproduit convenablement les gradients de température potentielle nocturnes ni produit de jets de basse couche suffisants, quasi absents des profils de vitesse. Les variances ont mis en lumière la difficulté du modèle de Smagorinsky, qui emploie un coefficient constant $C_s$, à maintenir la turbulence dans la couche stable. Différemment les modèles dynamiques Germano-Lilly et Wong-Lilly se sont montrés moins dissipatifs près du sol mais sans pour autant reproduire des résultats

proches de [Basu et al., 2008].

La prise en compte du rayonnement radiatif, comme dans [Yamada and Mellor, 1975] et [André et al., 1978], dans un premier temps par l'intermédiaire d'un simple forçage puis par un couplage radiatif complet, a amélioré notablement les simulations. Des jets de basse couche plus importants sont alors apparus sur les profils de vitesse. De même les gradients thermiques, refroidis par le rayonnement infrarouge, se sont rapprochés de ceux observés sur les mesures et dans [Basu et al., 2008]. L'impact du rayonnement s'est montré très important sur notre modèle LES. La nécessité de prendre en compte les effets radiatifs pour reproduire correctement la physique du cas Wangara a confirmé le rôle essentiel du refroidissement infrarouge la nuit.

La stabilité très importante, durant la nuit, du cas Wangara a été mise en évidence notamment par l'intermédiaire du calcul des échelles intégrales, basées sur des simulation RANS $e-\epsilon$, qui se trouvent être quasi nulles dans l'ensemble de la couche limite stable. Il n'est donc pas étonnant de rencontrer de grandes difficultés à modéliser une situation nocturne. De manière similaire à [Beare et al., 2006] et son étude d'un cas modérément stable, nous avons augmenté la résolution de notre maillage. Plusieurs effets relatifs à la diminution de la taille de maille ont pu être observés : l'altitude décroissante du jet de basse couche ainsi que la tendance des modèles de Smagorinsky et du modèle Germano-Lilly à converger vers les mêmes gradients de température potentielle.

Le cas classique de Wangara apparaissant fortement stable, les températures potentielles au sol ont été augmentées d'environ $5°C$ la nuit, afin d'obtenir des échelles intégrales plus importantes. Considérant une résolution de 3m $\times$ 3m $\times$ 3m nous avons procédé à trois simulations à l'aide des modèles Smagorinsky, Germano-Lilly et Wong-Lilly. A ce niveau de stabilité, la taille de maille considérée, permet de résoudre les échelles intégrales dans une zone, à partir du sol, plus importante que précédemment. De ce fait, différentes améliorations des résultats ont pu être observées. Les profils moyens deviennent alors proches que ce soit pour la température potentielle avec des gradients similaires dans la couche limite atmosphérique ou pour la vitesse avec des jets faibles mais cohérents entre les trois modèles. Les flux thermiques sont moins impactés par les oscillations numériques bien qu'elles soient encore présentes. Les modèles dynamiques sont, dans ce cas aussi, les plus touchés par les modes numériques parasites notamment sur les profils de $< \overline{w'\Theta'} >$. Les variances montrent des valeurs non nulles près du sol et du même ordre de grandeur que [Basu et al., 2008]. La turbulence dans la couche limite nocturne n'est alors plus détruite près de la surface dans le cas où le modèle de

Smagorinsky est utilisé. La présence de structures plus importantes permet donc de modéliser plus convenablement la couche limite atmosphérique la nuit. Ce cas s'est avéré très intéressant du fait qu'il a mis en évidence la capacité de Code_Saturne à simuler par LES des cas nocturnes lorsque les conditions de stratification thermique sont moins stables.

Malheureusement l'étude approfondie de nos modèles ont mis en lumière des oscillations inhérentes à Code_Saturne sur la composante verticale de la vitesse (perpendiculaire à la paroi) et les spectres de vitesse et de température potentielle ont révélé des artéfacts numériques sur l'horizontale. Le phénomène de clic-clac, faiblement visible de jour, s'est révélé très handicapant la nuit lorsque les flux de chaleur sont plus faibles que le bruit généré. De très (très) nombreux tests de sensibilité à ces oscillations ont été réalisés mais, au final, sans aucun succès. Nous faisons l'hypothèse que ce problème, que nous avons démontré par ailleurs ne pas être spécifique à notre étude (aussi révélé en canal plan par [Montfort, 2007]), vient de la co-localisation des variables en maillage régulier. Les résultats d'une étude en maillage tétraédrique semblent aller dans ce sens.

Perspectives

Dans la mesure où les oscillations présentes en LES pourraient être filtrées efficacement, de nombreuses perspectives sont envisageables dans la suite de ce travail.

Déjà différentes campagnes de mesures rapportent des situations stables qui pourraient être autant de cas sur lesquels tester la LES de Code_Saturne. Notamment les expériences, GABLS (Global Energy and Water Cycle Experiment Atmospheric Boundary Layer Study [Holtslag, 2003]), CASES_99 (Cooperative Atmosphere-Surface Exchange Study [Poulos et al., 2002]) et SABLES 98 (Stable Atmospheric Boundary Layer Experiment in Spain [Cuxart et al., 2000b]) référencent des conditions plus ou moins stables de la couche limite atmosphérique la nuit. La campagne de mesure GABLS à laquelle fait référence [Beare et al., 2006] semblerait un bon candidat pour un examen approfondi d'un cas bien référencé.

La modélisation LES du brouillard est aussi une application intéressante. De manière similaire à [Nakanishi, 2000] (cf. Annexe 8.1) qui reproduisait un cas 3D de brouillard avec un modèle sous-maille du type [Sullivan et al., 1994] nous pourrions tester la capacité de Code_Saturne à reproduire ce genre de phénomène météorologique. Dans une étude précédente, [Zhang, 2010] a simulé un épisode de brouillard radiatif à l'aide d'un

modèle RANS $e - \epsilon$ et de la campagne de mesure ParisFog. Il serait alors possible de considérer le même cas avec une fermeture LES et un couplage radiatif.

Une autre application serait la modélisation d'un cas de dispersion atmosphérique. Elle ne nécessiterait que peu de changements concernant le modèle LES. Il s'agirait uniquement d'ajouter un scalaire passif dans la simulation et ainsi considérer une équation supplémentaire pour l'évolution de sa concentration. [Vinuesa et al., 2008] a fait une étude de la dispersion d'un gaz rare radioactif, le radon ($Rn^{222}$) et de ses produits de désintégration en considérant le cycle diurne de l'expérience Wangara réalisé par [Basu et al., 2008]. La mise en place d'une campagne de traçage à l'aide de propylène sur le site du SIRTA (Site Instrumental de Recherche par Télédétection Atmosphérique) à Palaiseau (91) est un exemple de ce qui pourrait être simulé en LES dans la continuité de ma thèse.

La prise en compte du bâti pour des applications en milieu urbain ou autour de sites industriels, permettrait d'étudier l'influence de géométries complexes sur la LES. L'étude des écoulements autour d'un bâtiment selon la stratification thermique permettrait d'élargir notre compréhension du comportement de l'atmosphère. Un nombre important de simulations fait référence à des études de cas académiques du type "street canyon" tel que [Walton et al., 2002]. Un cas de dispersion dans un quartier de Londres présenté par [Xie and Castro, 2009] pourrait représenter un cas complet de ce qui pourrait être réalisé dans le futur. De plus, comme évoqué dans l'introduction, la simulation LES d'un cycle diurne sur un site de centrale nucléaire du type EPR s'inscrirait logiquement dans la suite de cette étude.

Pour les cas très stables, les approches RANS/LES pourraient être utilisées quand l'échelle intégrale devient trop proche de la taille de maille. Ainsi on s'affranchirait des problèmes numériques relatifs à LES mis en évidence dans ce travail. La prise en compte de l'évolution temporelle de la longueur de mélange au cours du cycle diurne, de manière quelque peu similaire au modèle de [Deardorff, 1980], entre les situations stables et convectives, dans les paramètres régissant la transition entre le modèle RANS et LES serait intéressante à mettre en œuvre.

Enfin, dans le secteur de l'énergie, l'interaction des écoulements atmosphériques avec des éoliennes pourrait être étudiée à l'aide de méthodes LES. L'analyse approfondie des sillages et des vortex générés par des éoliennes telles que [Wu and Porté-Agel, 2011] et [Jeong and Hussain, 1995] pourraient être, dans la suite du travail de [Laporte, 2008], un autre champs d'investigation possible en tant qu'application de la LES avec

Code_Saturne.

Les perspectives sont donc nombreuses quant à l'utilisation de la LES dans le domaine de la modélisation atmosphérique. La résolution des oscillations de vitesse rencontrées permettrait de s'ouvrir vers des applications variées comme la dispersion, le brouillard, la modélisation en milieu complexe. Beaucoup de ces études peuvent être dès maintenant initiées ne serait-ce qu'en considérant la partie convective de la couche limite atmosphérique. Cependant, la modélisation LES de l'atmosphère admettant une stratification thermique fortement stable reste à être améliorée.

# Chapitre 8

# Annexes

## 8.1 L'étude du brouillard de Nakanishi (2000)

Le cas de Nakanishi est basé sur la paramétrisation sous-maille développée par [Sullivan et al., 1994]. Il adapte son modèle LES à la modélisation du brouillard radiatif en introduisant notamment des scalaires supplémentaires tels que le contenu en eau liquide, en vapeur d'eau ainsi que le nombre de gouttelettes. Voici un rappel des équations de conservation utilisées dans le cas d'un fluide incompressible :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \tag{8.1.1}$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ij} + \frac{g}{\theta}(\overline{\Theta_v} - \theta)\delta_{i3} - 2\epsilon_{ijk}\Omega_j\overline{u_k} \tag{8.1.2}$$

Concernant l'équation de conservation de la chaleur, Nakanishi introduit un terme de sédimentation qui est fonction de G nommé flux de sédimentation gravitationnel :

$$\frac{\partial \overline{\Theta_l}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{\Theta_l}}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{\Theta j} - \frac{\overline{\Theta}}{\overline{T}}\Big( \underbrace{\frac{1}{\overline{\rho} C_p}\frac{\partial F}{\partial z}}_{\text{Rayonnement}} + \underbrace{\frac{L_v}{C_p}\frac{\partial G}{\partial z}}_{\text{Sédimentation}} \Big) \tag{8.1.3}$$

Avec $\Theta_l$ la température potentielle de l'eau liquide :

$$\Theta_l = \Theta - \frac{\Theta}{\overline{T}}\frac{L_v}{C_p}q_l \tag{8.1.4}$$

Tenant compte de la sédimentation l'équation d'évolution de l'humidité s'écrit :

$$\frac{\partial \overline{q_w}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{q_w}}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{qj} - \underbrace{\frac{\partial G}{\partial z}}_{\text{Sédimentation}} \tag{8.1.5}$$

Avec $q_w$ la quantité totale d'eau, $q_l$ la quantité d'eau liquide et $q_v$ la quantité de vapeur d'eau :

$$q_w = q_v + q_l \tag{8.1.6}$$

Le modèle sous-maille est similaire à celui développé par [Sullivan et al., 1994] où il est introduit un facteur $\gamma$ dans l'expression du tenseur de contrainte sous-maille $\tau_{ij}$ :

$$\tau_{ij} = -2\nu_t \gamma S_{ij} - 2\nu_T \langle S_{ij}\rangle + \frac{2}{3} e\delta_{ij} \tag{8.1.7}$$

$$\tau_{\Theta_i} = -\frac{\nu_t}{Pr}\frac{\partial \overline{\Theta_l}}{\partial x_j} \tag{8.1.8}$$

$$\tau_{q_j} = -\frac{\nu_t}{Pr}\frac{\partial \overline{q_w}}{\partial x_j} \tag{8.1.9}$$

La viscosité turbulente $\nu_t$ s'écrit cependant comme dans le modèle de Smagorinsky :

$$\nu_t = (C_s\Delta)^2[2\gamma(S_{ij} - \langle S_{ij}\rangle)^2 - \frac{1}{Pr}\frac{g}{\theta}(\beta_\Theta \frac{\partial \overline{\Theta_l}}{\partial z} + \beta_q \frac{\partial \overline{q_w}}{\partial z})]^{\frac{1}{2}} \tag{8.1.10}$$

Tous les termes inconnus sont dépendants de la microphysique de l'environnement étudié.

Ainsi on a :

$$\overline{q_l} = \begin{cases} a(\overline{q_w} - \overline{q_{sl}}) & si\ \overline{q_w} > \overline{q_{sl}} \\ 0 & si\ \overline{q_w} \leq \overline{q_{sl}} \end{cases} \tag{8.1.11}$$

Avec :

$$a = (1 + \delta\overline{q_{sl}} L_v/C_p)^{-1} \tag{8.1.12}$$

$$\overline{q_{sl}} = q_s(\overline{T_l}) \tag{8.1.13}$$

$$\delta\overline{q_{sl}} = \partial\overline{q_s}/\partial T|_{T=\overline{T_l}} \tag{8.1.14}$$

$$\overline{T_l} = \overline{\Theta_l}\ \overline{T}/\overline{\Theta} \tag{8.1.15}$$

$$\tag{8.1.16}$$

$$\Rightarrow\ q_s : \text{l'humidité spécifique à saturation} \tag{8.1.17}$$

Maintenant donnons l'expression de $\beta_\Theta$ et de $\beta_q$ :

$$\beta_\Theta = 1 + 0.61\overline{q_w} - 1.61\overline{q_l} - ac\ \delta\overline{q_{sl}}\ \overline{T}/\overline{\Theta} \tag{8.1.18}$$

$$\beta_q = 0.61\overline{\Theta} + ac \tag{8.1.19}$$

$$\tag{8.1.20}$$

$$\Rightarrow\ c = (1 + 0.61\overline{q_w} - 1.61\overline{q_l})L_v\overline{\Theta}/C_p\overline{T} - 1.61\overline{\Theta} \tag{8.1.21}$$

$$\Rightarrow si\ \overline{q_l} = 0 \quad a = c = 0 \tag{8.1.22}$$

Et enfin :

$$G = V_T\overline{q_l} \tag{8.1.23}$$

$V_T = 10^6(\overline{q_l}/N_0)^{2/3}$ la vitesse moyenne de chute des gouttelettes de nuage (8.1.24)

$N_0 = 10^8$ le nombre de gouttelettes par $cm^{-3}$ (8.1.25)

## 8.2 Comparaisons des viscosités turbulentes sous-maille

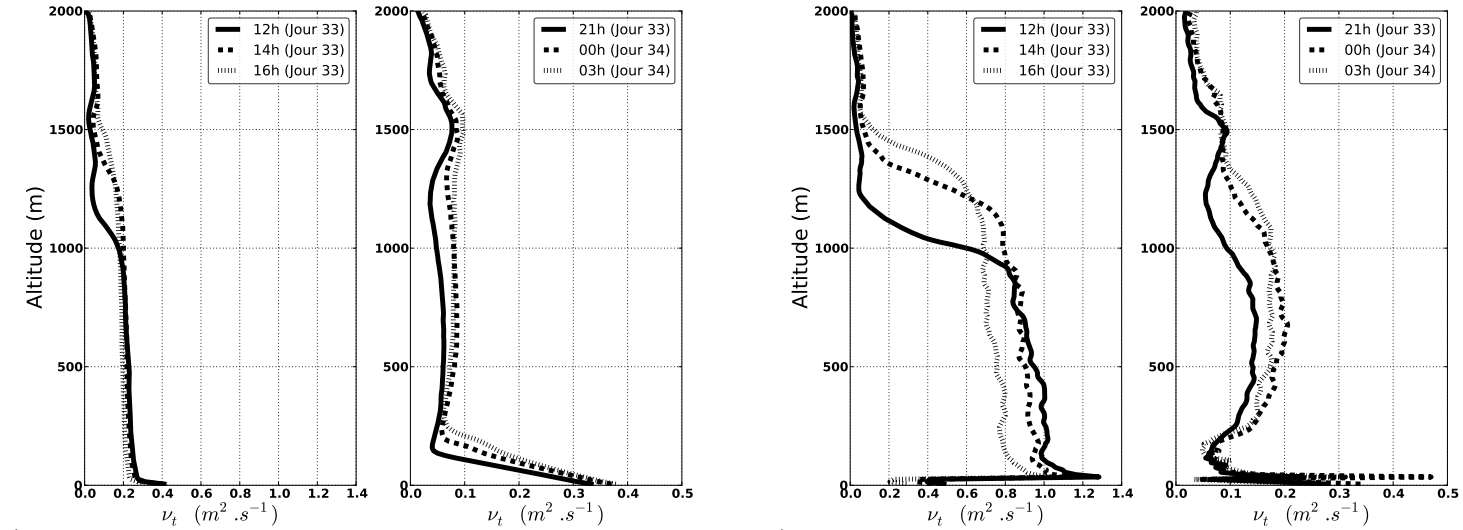



FIGURE 8.1 – *Comparaison des viscosités sous-maille $\nu_t$ pour (a) le modèle de Smagorinsky et (b) le modèle dynamique Germano-Lilly.*

## 8.3 Evolution des oscillations au cours du temps

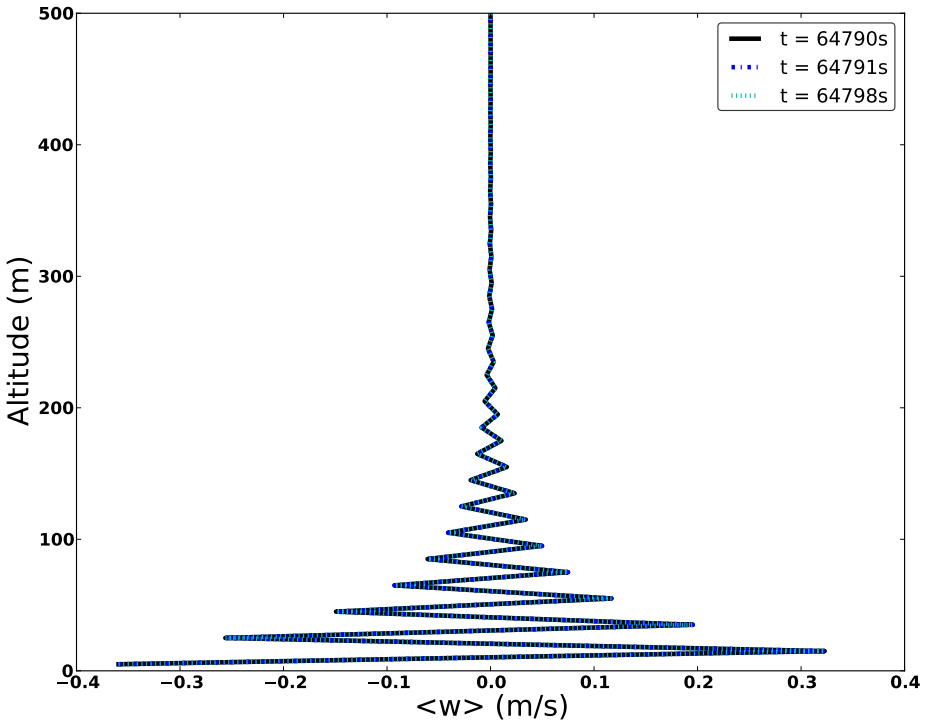



FIGURE 8.2 – *Évolution des oscillations au cours du temps pendant trois pas de temps consécutifs.*

## 8.4 Résultats de la simulation du cas Wangara à l'aide d'un maillage tétraédrique

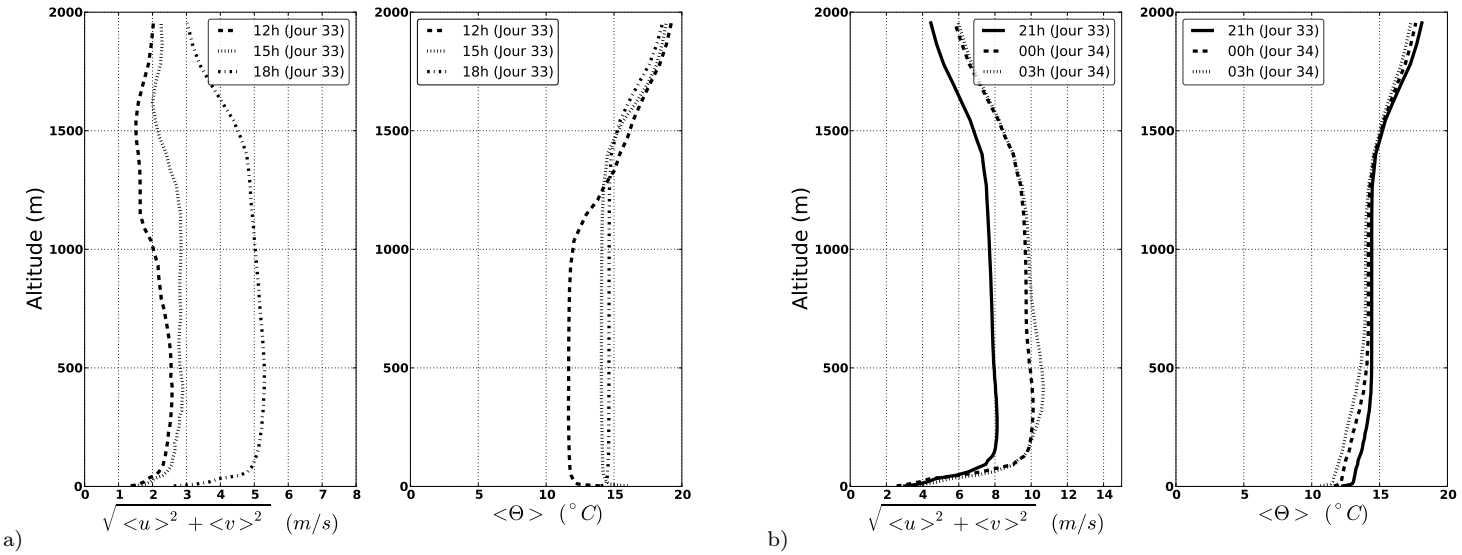



FIGURE 8.3 – *Vitesse et température potentielle moyenne (a) le jour et (b) la nuit durant le cycle diurne Wangara avec un maillage tétraédrique.*

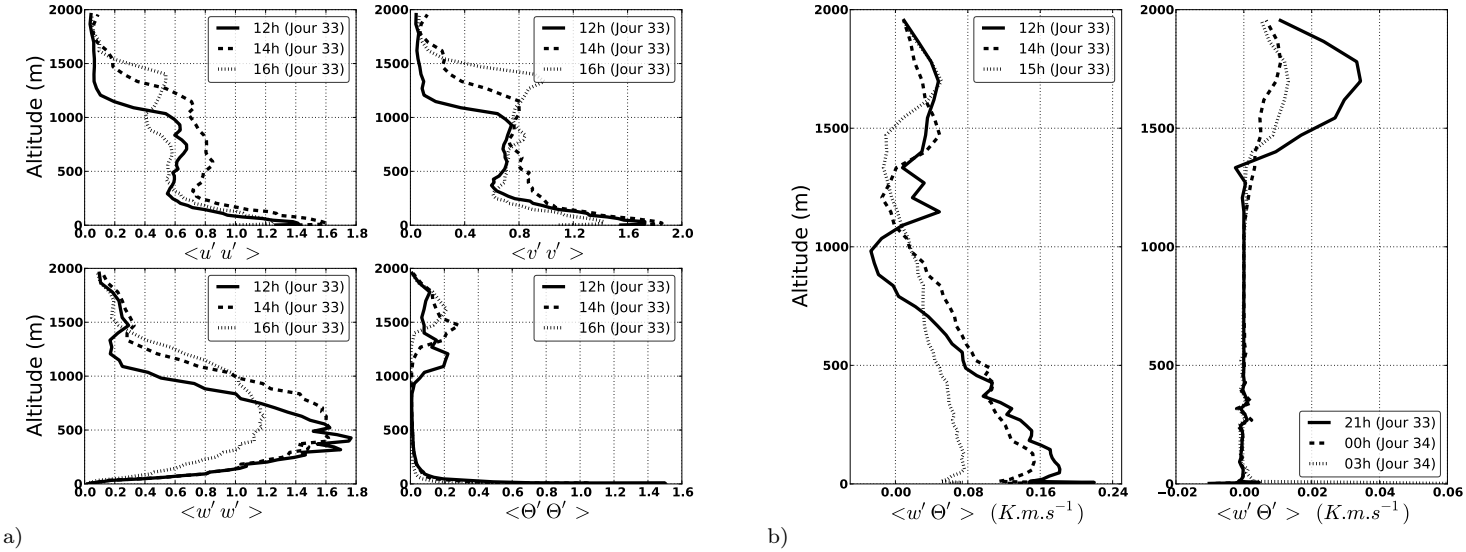



FIGURE 8.4 – *(a) Variances résolues* $<\overline{u'u'}>$, $<\overline{v'v'}>$ $<\overline{w'w'}>$ *et* $<\overline{\Theta'\Theta'}>$ *le jour. (b) Flux verticaux de chaleur* $<\overline{w'\Theta'}>$ *le jour et la nuit.*

# Bibliographie

[Albertson and Parlange, 1999a] Albertson, J. D. and Parlange, M. B. (1999a). Natural integration of scalar fluxes from complex terrain. *Advances in Water Resources*, 23 :239–252.

[Albertson and Parlange, 1999b] Albertson, J. D. and Parlange, M. B. (1999b). Surface length scales and shear stress : implications for land-atmosphere interaction over complex terrain. *Water Resources Research*, 35 :2121–2132.

[Anderson et al., 2007] Anderson, W. C., Basu, S., and Letchford, C. W. (2007). Comparison of dynamic subgrid-scale models for simulations of neutrally buoyant shear-driven atmospheric boundary layer flows. *Environmental Fluid Mechanics*, 7 :195–215.

[Andrén, 1995] Andrén, A. (1995). The structure of stably stratified atmospheric boundary layers : a large-eddy simulation study. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 121 :961–985.

[Andrèn et al., 1994] Andrèn, A., Brown, A. R., Graf, J., Mason, P. J., Moeng, C.-H., Nieuwstadt, F. T. M., and Schumann, U. (1994). Large-eddy simulation of a neutrally stratified boundary layer : a comparison of four computer codes. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 120 :1457–1484.

[André et al., 1978] André, J. C., De Moor, G., Lacarrère, P., Therry, G., and du Vachat, R. (1978). Modeling the 24-hours evolution of the mean and turbulent structures of the planetary boundary layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 35 :1861–1882.

[Archambeau et al., 2004] Archambeau, F., Méchitoua, N., and Sakiz, M. (2004). Code saturne : A finite volume code for the computation of turbulent incompressible flows - industrial applications. *International Journal on Finite Volumes*, 1 :1–62.

[Basu and Porté-Agel, 2006] Basu, S. and Porté-Agel, F. (2006). Large-eddy simulation of stably stratified atmospheric boundary layer turbulence : a scale-dependent dynamic modeling approach. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 63 :2074–2091.

[Basu et al., 2006] Basu, S., Porté-Agel, F., Foufoula-Georgiou, E., Vinuesa, J. F., and Pahlow, M. (2006). Revisiting the local scaling hypothesis in stably stratified atmospheric boundary-layer turbulence : an integration of field and laboratory measurements with large-eddy simulations. *Boundary-Layer Meteorology*, 119 :473–500.

[Basu et al., 2008] Basu, S., Vinuesa, J. F., and Swift, A. (2008). Dynamic LES modeling of a diurnal cycle. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 47 :1156–1174.

[Beare et al., 2006] Beare, R. J., Macvean, M. K., Holtslag, A. A. M., Cuxart, J., Esau, I., Golaz, J.-C., Jimenez, M. A., Khairoutdinov, M., Kosovic, B., Lewellen, D., Lund, T. S., Lundquist, J. K., Mccabe, A., Moene, A. F., Noh, Y., Raasch, S., and Sullivan, P. (2006). An intercomparison of large-eddy simulations of the stable boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 118 :247–272.

[Benhamadouche, 2006] Benhamadouche, S. (2006). *Large Eddy Simulation with the unstructured collocated arrangement.* PhD thesis, University of Manchester.

[Bou-Zeid et al., 2005] Bou-Zeid, E., Meneveau, C., and Parlange, M. B. (2005). A scale-dependent lagrangian dynamic model for large eddy simulation of complex turbulent flows. *Physics of Fluids*, 17 :025105.

[Bougeault and Lacarrère, 1989] Bougeault, P. and Lacarrère, P. (1989). Parameterization of orography-induced turbulence in a mesobeta scale model. *Monthly Weather Review*, 117 :1872–1890.

[Brown et al., 2002] Brown, A. R., Cederwall, R. T., Chlond, A., Duynkerke, P. G., Golaz, J.-C., Khairoutdinov, M., Lewellen, D. C., Lock, A. P., MacVean, M. K., Moeng, C.-H., Neggers, R. A. J., Siebesma, A. P., and Stevens, B. (2002). Large-eddy simulation of the diurnal cycle of shallow cumulus convection over land. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 128 :1075–1093.

[Brown et al., 1994] Brown, A. R., Derbyshire, S. H., and Mason, P. J. (1994). Large-eddy simulation of stable atmospheric boundary layers with a revised stochastic subgrid model. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 120 :1485–1512.

[Businger et al., 1971] Businger, J. A., Wyngaard, J. C., Izumi, Y., and Bradley, E. F. (1971). Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 28 :181–189.

[Cheng and Brutsaert, 2005] Cheng, Y. and Brutsaert, W. (2005). Flux-profile relationships for wind speed and temperature in stable atmospheric boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 114 :519–538.

[Chow et al., 2005] Chow, F. K., Street, R. L., Xue, M., and Ferziger, J. H. (2005). Explicit filtering and reconstruction turbulence modeling for large-eddy simulation of neutral boundary layer flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 62 :2058–2077.

[Clarke et al., 1971] Clarke, R. H., Dyer, A. J., Brook, R. R., Reid, D. G., , and Troup, A. J. (1971). The wangara experiment : boundary layer data. *Division of Meteorological Physics Tech. Paper*, 19.

[Cristallo et al., 2006] Cristallo, A., Balaras, E., Verzicco, R., and Yoganathan, A. (2006). Large-eddy simulations of fluid-structure interactions in prosthetic heart valves. *Journal of Biomechanics*, 39 :S620.

[Cristallo et al., 2009] Cristallo, A., Balaras, E., Verzicco, R., and Yoganathan, A. (2009). Large-eddy simulation of flows with complex moving boundaries : application to flying and swimming in animals. *39th AIAA Fluid Dynamics Conference*, 3976.

[Cuxart et al., 2000a] Cuxart, J., Bougeault, P., and Redelsperge, J.-L. (2000a). A turbulence scheme allowing for mesoscale and large-eddy simulations. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 126 :1–30.

[Cuxart et al., 2006] Cuxart, J., Holtslag, A. A. M., Beare, R. J., Bazile, E., Beljaars, A., Cheng, A., Conangla, L., Ek, M., Freedman, F., Hamdi, R., Kerstein, A., Kitagawa, H., Lenderink, G., Lewellen, D., Mailhot, J., Mauritsen, T., Perov, V., Schayes, G., Steeneveld, G.-J., Svensson, G., Taylor, P., Weng, W., Wunsch, S., and Xu, K.-M. (2006). Single-column model intercomparison for a stably stratified atmospheric boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 118(2) :273–303.

[Cuxart et al., 2000b] Cuxart, J., Yagüe, C., Morales, G., Terradellas, E., Orbe, J., Calvo, J., and Fernàndez, A. (2000b). Stable atmospheric boundary-layer experiment in spain (SABLES 98) : a report. *Boundary-Layer Meteorology*, 96 :337–370.

[Deardorff, 1970] Deardorff, J. W. (1970). Preliminary results from numerical integrations of the unstable planetary boundary layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 27 :1209–1211.

[Deardorff, 1972] Deardorff, J. W. (1972). Numerical investigation of neutral and unstable planetary boundary layers. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 29 :91–115.

[Deardorff, 1974a] Deardorff, J. W. (1974a). Three-dimensional numerical study of the height and mean structure of a heated planetary boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 7 :81–106.

[Deardorff, 1974b] Deardorff, J. W. (1974b). Three-dimensional numerical study of turbulence in an entraining mixed layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 7 :199–226.

[Deardorff, 1980] Deardorff, J. W. (1980). Stratocumulus-capped mixed layers derived from a three-dimensional model. *Boundary-Layer Meteorology*, 18 :495–527.

[Deardorff and Willis, 1985] Deardorff, J. W. and Willis, G. E. (1985). Further results from a laboratory model of the convective planetary boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 32 :205–236.

[Dipankar, 2009] Dipankar, A. (2009). *Analysis of electromagnetic wave propagation in atmospheric boundary layer via LES*. PhD thesis, UPMC Paris 6.

[Drobinski et al., 2007] Drobinski, P., Carlotti, P., Redelsperger, J.-L., Banta, R. M., Masson, V., and Newsom, R. K. (2007). Numerical and experimental investigation of the neutral atmospheric surface layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 64 :137–156.

[Duynkerke, 2004] Duynkerke, P. G. (2004). Observations and numerical simulations of the diurnal cycle of the EUROCS stratocumulus case. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 130 :3269–3296.

[Dyer, 1974] Dyer, A. J. (1974). A review of flux-profile relationships. *Boundary-Layer Meteorology*, 7 :363–373.

[Esau, 2004] Esau, I. (2004). Simulation of ekman boundary layers by large eddy model with dynamic mixed subfilter closure. *Environmental Fluid Mechanics*, 4 :273–303.

[Ferziger and Perič, 2002] Ferziger, J. H. and Perič, M. (2002). *Computational methods for fluid dynamics*. Springer-Verlag, third edition edition.

[Forsythe et al., 2004] Forsythe, J. R., Squires, K. D., Wurtzler, K. E., and Spalart, P. R. (2004). Detached-eddy simulation of the F-15E at high alpha. *Journal of Aircraft*, 41(2) :193–200.

[Garratt, 1992] Garratt, J. R. (1992). *The atmospheric boundary Layer*. Cambridge University Press, cambridge atmospheric and space science series edition.

[Germano et al., 1991] Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., and Cabot, W. H. (1991). A dynamic subgrid-scale eddy-viscosity model. *Physics of Fluids*, A 3 :1760–1765.

[Hicks, 1981] Hicks, B. B. (1981). An analysis of Wangara micrometeorology : surface stress, sensible heat, evaporation, and dewfall. *NOAA Technical Memorandum ERL ARL-104. Air Resources Laboratories, Silver Spring, MD.*

[Holtslag, 2003] Holtslag, A. A. M. (2003). GABLS initiates intercomparison for stable boundary layer case. *GEWEX News*, 13 :7–8.

[Horst et al., 2004] Horst, T. W., Kleissl, J., Lenschow, D. H., Meneveau, C., Moeng, C.-H., Parlange, M. B., Sullivan, P. P., and Weil, J. C. (2004). HATS : Field observations to obtain spatially filtered turbulence fields from crosswind arrays of sonic anemometers in the atmospheric surface layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 61 :1566–1581.

[Jarrin et al., 2006] Jarrin, N., Benhamadouche, S., Laurence, D., and Prosser, R. (2006). A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27 :585–593.

[Jeong and Hussain, 1995] Jeong, J. and Hussain, F. (1995). On the identification of a vortex. *Journal of Fluid Mechanics*, 285 :69–94.

[Jones and Launder, 1972] Jones, W. P. and Launder, B. E. (1972). The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15 :131–138.

[Khanna and Brasseur, 1997] Khanna, S. and Brasseur, J. G. (1997). Analysis of Monin-Obukhov similarity from large-eddy simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 345 :251–286.

[Kim et al., 2003] Kim, S. B., Yamaguchi, K., Kondo, A., and Soda, S. (2003). A comparative study of the mellor–yamada and $k - \epsilon$ two-equation turbulence models in atmospheric application. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 91 :791–806.

[Kleissl et al., 2006] Kleissl, J., Kumar, V., Meneveau, C., and Parlange, M. B. (2006). Numerical study of dynamic smagorinsky models in large-eddy simulation of the atmospheric boundary layer : validation in stable and unstable conditions. *Water Resources Research*, 42 :W06D10.

[Kosović, 1997] Kosović, B. (1997). Subgrid-scale modelling for the large-eddy simulation of high-reynolds-number boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 338 :151–182.

[Kosovič and Curry, 2000] Kosovič, B. and Curry, J. A. (2000). Large-eddy simulation of a diurnal cycle of the atmospheric boundary layer : atmospheric stability and scaling issues. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 57 :1052–1068.

[Kumar et al., 2006] Kumar, V., Kleissl, J., Meneveau, C., and Parlange, M. B. (2006). Large-eddy simulation of a diurnal cycle of the atmospheric boundary layer : atmospheric stability and scaling issues. *Water Resources Research*, 42 :W06D09.

[Lacis and Hansen, 1974] Lacis, A. A. and Hansen, J. E. (1974). A parameterization for the solar radiation in the earth's atmosphere. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 31 :118–133.

[Laporte, 2008] Laporte, L. (2008). *Application d'un code de CFD atmosphérique à l'estimation du productible éolien en terrain complexe.* PhD thesis, Université Paris-Est.

[Launder et al., 1975] Launder, B. E., Reece, G. J., and Rodi, W. (1975). Progress in the development of a reynolds-stress turbulent closure. *Journal of Fluid Mechanics*, 68(3) :537–566.

[Launder and Sharma, 1974] Launder, B. E. and Sharma, B. I. (1974). Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in Heat and Mass Transfer*, 1(2) :131–138.

[Lewellen and Lewellen, 1998] Lewellen, D. C. and Lewellen, W. S. (1998). Large-eddy boundary layer entrainment. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 55 :2645–2665.

[Lilly, 1966] Lilly, D. K. (1966). On the application of the eddy viscosity concept in the inertial sub-range of turbulence. NCAR manuscript 123.

[Lilly, 1992] Lilly, D. K. (1992). A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. *Physics of Fluids*, A 4 :633–635.

[Lin et al., 1996] Lin, C.-L., McWilliams, J. C., Moeng, C.-H., and Sullivan, P. P. (1996). Coherent structures and dynamics in a neutrally stratified planetary boundary layer flow. *Physics of Fluids*, 8 :2626–2639.

[Louis, 1979] Louis, J. F. (1979). A parametric model of vertical eddy fluxes in the atmosphere. *Boundary-Layer Meteorology*, 17 :187–202.

[Louis et al., 1982] Louis, J. F., Tiedtke, M., and Geleyn, J. F. (1982). A short history of the operational PBL-parameterization at ECMWF, Workshop on boundary layer parameterization. In *Workshop on boundary layer parameterization.* ECMWF, Reading, England.

[Mahrt, 1986] Mahrt, L. (1986). On the shallow motion approximations. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 43 :1036–1044.

[Mason, 1989] Mason, P. J. (1989). Large-eddy simulation of the convective atmospheric boundary layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 46 :1492–1516.

[Mason and Derbyshire, 1990] Mason, P. J. and Derbyshire, S. H. (1990). Large-eddy simulation of the stably stratified atmospheric boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 53 :117–162.

[Mason and Thomson, 1987] Mason, P. J. and Thomson, D. J. (1987). Large-eddy simulations of the neutral-static-stability planetary boundary layer. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 46 :1492–1516.

[Mason and Thomson, 1992] Mason, P. J. and Thomson, D. J. (1992). Stochastic backscatter in large-eddy simulations of boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 242 :51–78.

[Mauritsen et al., 2007] Mauritsen, T., Svensson, G., Zilitinkevich, S., Esau, I., Enger, L., and Grisogono, B. (2007). A total turbulent energy closure model for neutrally and stably stratified atmospheric boundary layers. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 64 :4113–4126.

[Meneveau et al., 1996] Meneveau, C., Lund, T. S., and Cabot, W. H. (1996). A lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 319 :353–385.

[Menter, 1994] Menter, F. R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *The American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 32(8) :1598–1605.

[Milliez and Carissimo, 2009] Milliez, M. and Carissimo, B. (2009). Validation de Code_Saturne 2.0beta2-module atmosphérique : Simulation de l'évolution diurne d'une couche limite atmosphérique (expérience Wangara). *Note interne EDF R&D, Département "Mécanique des Fluides, Énergie et Environnement"* .

[Moeng, 1984] Moeng, C.-H. (1984). A large-eddy simulation model for the study of planetary boundary-layer turbulence. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 41 :2052–2062.

[Moeng and Sullivan, 1994] Moeng, C.-H. and Sullivan, P. P. (1994). A comparison of shear- and buoyancy-driven planetary boundary layer flows. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 51 :999–1022.

[Moin et al., 1991] Moin, P., Squires, K., Cabot, W., and Lee, S. (1991). A dynamic subgrid-scale model for compressible turbulence and scalar transport. *Physics of Fluids A*, 3 :2746–2757.

[Monin and Obukhov, 1954] Monin, A. S. and Obukhov, A. M. (1954). Basic laws of turbulent mixing in the surface layer of the atmosphere. *Akad. Nauk SSSR Geophiz. Inst.*, 24 :163–187.

[Montfort, 2007] Montfort, D. (2007). *Approche zonale sans maillage pour la modélisation de la turbulence pariétale en simulation des grandes échelles*. PhD thesis, UPMC Paris 6.

[Musson-Genon, 1987] Musson-Genon, L. (1987). Numerical simulation of a fog event with a one-dimensional boundary layer model. *Monthly Weather Review*, 115 :592–607.

[Musson-Genon, 1995] Musson-Genon, L. (1995). Comparison of different simple turbulence closures with a one-dimensional boundary layer model. *Monthly Weather Review*, 123 :163–180.

[Musson-Genon et al., 2007] Musson-Genon, L., Dupont, E., and Wendum, D. (2007). Reconstruction of the surface-layer vertical structure from measurements of wind, temperature and humidity at two levels. *Boundary-Layer Meteorology*, 124 :235–250.

[Nakanishi, 2000] Nakanishi, M. (2000). Large-eddy simulation of radiation fog. *Boundary-Layer Meteorology*, 94 :461–493.

[Nicoud and Ducros, 1999] Nicoud, F. and Ducros, F. (1999). Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow, Turbulence and Combustion*, 62 :183–200.

[Nieuwstadt et al., 1992] Nieuwstadt, F. T. M., Mason, P. J., Moeng, C.-H., and Schumann, U. (1992). Large-eddy simulation of the convective boundary layer : A comparison of four computer codes. *Turbulent Shear Flows 8 : Selected Papers from the Eighth International Symposium on Turbulent Shear Flows, F. Durst et al., Eds., Springer-Verlag*, pages 343–367.

[Piomelli et al., 1989] Piomelli, U., Ferziger, J. H., Moin, P., and Kim, J. (1989). New approximate boundary conditions for large eddy simulations of wall-bounded flows. *Physics of Fluids*, A 1(6) :1061–1068.

[Pope, 2000] Pope, S. B. (2000). *Turbulent Flows*. Cambridge University Press.

[Porté-Agel, 2004] Porté-Agel, F. (2004). A scale-dependent dynamic model for scalar transport in LES of the atmospheric boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 112 :81–105.

[Porté-Agel et al., 2000] Porté-Agel, F., Meneveau, C., and Parlange, M. B. (2000). A scale-dependent dynamic model for large-eddy simulation : application to a neutral atmospheric boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 415 :261–284.

[Poulos et al., 2002] Poulos, G. S., Blumen, W., Fritts, D. C., Lundquist, J. K., Sun, J., Burns, S. P., Nappo, C., Banta, R., Newsom, R., Cuxart, J., Terradellas, E., Balsley, B., and Jensen, M. (2002). CASES-99 : a comprehensive investigation of the Stable nocturnal boundary layer. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 83 :555–581.

[Pullen et al., 2005] Pullen, J., Boris, J. P., Young, T., Patnaik, G., and Iselin, J. (2005). A comparison of contaminant plume statistics from a gaussian puff and urban cfd model for two large cities. *Atmospheric Environment*, 39 :1049–1068.

[Ramanathan et al., 1995] Ramanathan, N., Srinivasan, K., and Seshasayee, B. V. (1995). Numerical simulation of boundary layer variables using $k - \epsilon$ closure scheme. *Journal of Applied Meteorology*, 34 :542–548.

[Rhie and Chow, 1983] Rhie, C. M. and Chow, W. L. (1983). Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *American institute of Aeronautics and Astronautic Journal*, 21 :1525–1532.

[Sagaut, 2005] Sagaut, P. (2005). *Large-eddy simulation for incompressible flows. An introduction.* Springer-Verlag, scientific computation series edition.

[Saiki et al., 2000] Saiki, E. M., Moeng, C.-H., and P., S. P. (2000). Large-eddy simulation of the stably stratified planetary boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 95 :1–30.

[Sasamori, 1968] Sasamori, T. (1968). The radiative cooling calculation for application to general circulation experiments. *Journal of Applied Meteorology*, 7 :721–729.

[Schmidt and Schumann, 1989] Schmidt, H. and Schumann, U. (1989). Coherent structure of the convective boundary layer derived from lage-eddy simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 200 :511–562.

[Smagorinsky, 1963] Smagorinsky, J. (1963). General circulation experiments with the primitive equations. I. The basic experiment. *Monthly Weather Review*, 91.

[Speziale et al., 1991] Speziale, C. G., Sarkar, S., and Gatski, T. B. (1991). Modeling the pressure-strain correlation of turbulence : an invariant dynamical systems approach. *Journal of Fluid Mechanics*, 227 :245–272.

[Starchenko and Karyakin, 2000] Starchenko, A. V. and Karyakin, A. S. (2000). Simulation of turbulent transport during 24-hour evolution of the atmospheric boundary layer. *7th International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics, International Society for Optical Engineering*, 4341 :626–633.

[Stoll and Porté-Agel, 2006a] Stoll, R. and Porté-Agel, F. (2006a). Dynamic subgrid-scale models for momentum and scalar fluxes in large-eddy simulations of neutrally stratified atmospheric boundary layers over heterogeneous terrain. *Water Resources Research*, 91 :W01409.

[Stoll and Porté-Agel, 2006b] Stoll, R. and Porté-Agel, F. (2006b). Effect of roughness on surface boundary conditions for large-eddy simulation. *Boundary-Layer Meteorology*, 118 :169–187.

[Stoll and Porté-Agel, 2008] Stoll, R. and Porté-Agel, F. (2008). Large-eddy simulation of the stable atmospheric boundary layer using dynamic models with different averaging schemes. *Boundary-Layer Meteorology*, 126 :1–28.

[Stull, 1988] Stull, R. B. (1988). *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht edition.

[Stull, 2010] Stull, R. B. (2010). *Meteorology for Scientists and Engineers*. Thomson Brooks/Cole, 3rd edition edition.

[Sullivan et al., 1994] Sullivan, P. P., McWilliams, J. C., and Moeng, C.-H. (1994). A subgrid-scale model for large-eddy simulation of planetary boundary-layer flows. *Boundary-Layer Meteorology*, 71 :247–276.

[Sullivan et al., 1998] Sullivan, P. P., Moeng, C.-H., Stevens, B., Lenschow, D. H., and Mayor, S. D. (1998). Structure of the entrainment zone capping the convective atmospheric boundary layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 55 :3042–3064.

[Sykes and Henn, 1989] Sykes, R. I. and Henn, D. S. (1989). Large-eddy simulation of turbulent sheared convection. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 46 :1106–1118.

[van Doormal and Raithyb, 1984] van Doormal, J. P. and Raithyb, G. (1984). Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flow. *Numerical Heat Transfer*, 7 :147–163.

[Vinuesa et al., 2008] Vinuesa, J.-F., Basu, S., and Galmarini, S. (2008). The diurnal evolution of 222Rn and its progeny in the atmospheric boundary layer during the Wangara experiment. *Atmospheric Chemistry and Physics*, 7 :5003–5019.

[Walton et al., 2002] Walton, A., Cheng, A. Y. S., and Yeung, W. C. (2002). Large-eddy simulation of pollution dispersion in an urban street canyon—Part I : comparison with field data. *Atmospheric Environment*, 36 :3601–3613.

[Wan and Porté-Agel, 2011] Wan, F. and Porté-Agel, F. (2011). Large-eddy simulation of stably-stratified flow over a steep hill. *Boundary-Layer Meteorology*, 138 :367–384.

[Wan et al., 2007] Wan, F., Porté-Agel, F., and Stoll, R. (2007). Evaluation of dynamic subgrid-scale models in large-eddy simulations of neutral turbulent flow over a two-dimensional sinusoidal hill. *Atmospheric Environment*, 41 :2719–2728.

[Wilcox, 1988] Wilcox, D. C. (1988). Re-assessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *The American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 26(11) :1299–1310.

[Willis and Deardorff, 1974] Willis, G. E. and Deardorff, J. W. (1974). A laboratory model of the unstable planetary boundary layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 31 :1297–1307.

[Wong and Lilly, 1994] Wong, V. C. and Lilly, D. K. (1994). A comparison of two dynamic subgrid closure methods for turbulent thermal-convection. *Physics of Fluids*, 6 :1016–1023.

[Wray and Hunt, 1989] Wray, A. A. and Hunt, J. C. R. (1989). Algorithms for classification of turbulent structures. *Topoligical Fluid Mechanics, Proceedings of the IUTAM Symposium*, pages 95–104.

[Wu and Porté-Agel, 2011] Wu, Y. T. and Porté-Agel, F. (2011). Large-eddy simulation of wind-turbine wakes : evaluation of turbine parametrisations. *Boundary-Layer Meteorology*, 138(3) :345–366.

[Wyngaard and Coté, 1974] Wyngaard, J. C. and Coté, O. R. (1974). The evolution of a convective planetary boundary layer. A higher-order-closure model study. *Boundary-Layer Meteorology*, pages 289–308.

[Xie and Castro, 2009] Xie, Z. T. and Castro, I. P. (2009). Large-eddy simulation for flow and dispersion in urban streets. *Atmospheric Environment*, 43(13) :2174–2185.

[Xu et al., 2010] Xu, T., Sullivan, P., and Paraschivoiu, M. (2010). Fast large-Eddy simulation of low reynolds number flows over a NACA0025. *Journal of Aircraft*, 47(1) :328–333.

[Xue et al., 1996] Xue, M., Zong, J., and Droegemeier, K. K. (1996). Parameterization of PBL turbulence in a multi-scale non-hydrostatic model. *11th Conference on Numerical Weather Prediction, Norfolk, Virginia, American Meteorological Society*, page P2.5.

[Yamada and Mellor, 1975] Yamada, T. and Mellor, G. (1975). A simulation of the Wangara atmospheric boundary layer data. *Journal of the Atmospheric Sciences*, pages 2309–2329.

[Zhang, 2010] Zhang, X. (2010). *Modélisation du brouillard durant la campagne Paris-Fog : approche prédictive et étude de l'effet des hétérogénéités spatiales*. PhD thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées.